



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Ciências Sociais

Instituto de Filosofia e Ciências Humanas

Elika Takimoto

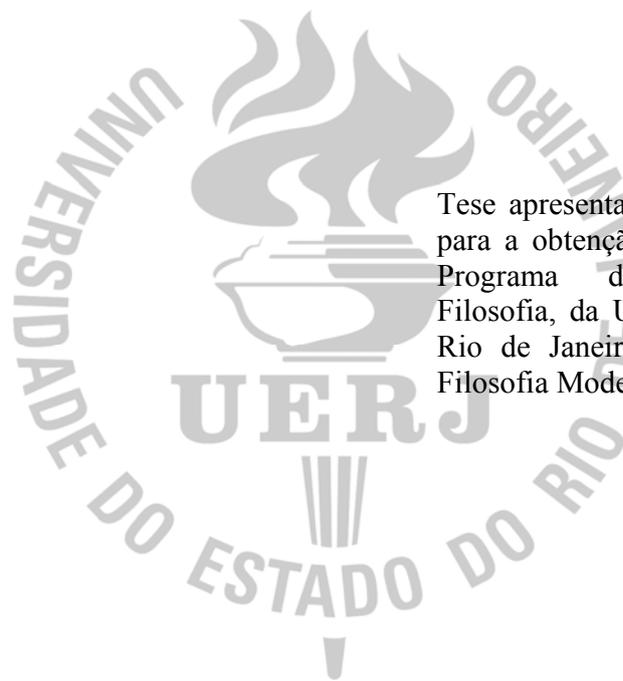
O que há de metafísica na mecânica do século XVIII?

Rio de Janeiro

2013

Elika Takimoto

O que há de metafísica na mecânica do século XVIII?



Tese apresentada, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor, ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Filosofia Moderna e Contemporânea.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Augusto Passos Videira

Rio de Janeiro

2013

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/ BIBLIOTECA CCS/A

T136 Takimoto, Erika
O que há de metafísica na mecânica do século XVIII /
Erika Takimoto – 2013.
250 f.

Orientador: Augusto Passos Videira.
Tese (doutorado) - Universidade do Estado do Rio de
Janeiro. Instituto de Filosofia e Ciências Humanas.
Bibliografia.

1. Filosofia moderna – Teses. 2. Metafísica – Teses. 3.
Mecânica - Teses. 4. Matemática – Filosofia. I. Videira,
Augusto Passos. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro.
Instituto de Filosofia e Ciências Humanas. III. Título.

CDU 1

Autorizo apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Elika Takimoto

O que há de metafísica na mecânica do século XVIII?

Tese apresentada, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor, ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Filosofia Moderna e Contemporânea.

Aprovada em 6 de dezembro de 2013.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Antonio Augusto Passos Videira

Instituto de Filosofia e Ciências Humanas - UERJ

Prof^a. Dra. Penha Maria Cardoso Dias

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Gérard Émile Grimberg.

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof^a. Dra. Andreia Guerra de Moraes

Centro Federal de Educação Tecnológica de Celso Suckow da Fonseca-
RJ

Prof. Dr. Edgar da Rocha Marques

Instituto de Filosofia e Ciências Humanas - UERJ

Rio de Janeiro

2013

DEDICATÓRIA

Dedico esta tese aos meus filhos.
Ela é um irmão, em essência,
para vocês.

AGRADECIMENTOS

Depois de ter ingressado na Filosofia e, mais ainda, de ter escrito esta tese, ficou extremamente difícil agradecer especificamente a algumas pessoas por terem contribuído para esse feito. Explico-me: mais difícil do que prever o futuro, para mim, agora, é compreender o passado. Sinto-me completamente incapaz de discernir a quem devo dizer meu ‘muito obrigada’. Houve pessoas que me ajudaram diretamente, como meus pais e meu marido, mas foram eles mais significantes do que aqueles que duvidaram explicitamente de que eu conseguiria e/ou deveria terminar esta tese? Não sei e, sendo assim, prefiro não citar todos os nomes que me vem à cabeça enquanto penso a quem devo agradecer. Ainda assim, como não citar dois nomes?

O primeiro: Penha Maria Cardozo Dias. Penha foi minha orientadora no mestrado. Ao final de nosso trabalho, a despeito de parecer ter gostado muito de minha dissertação, dispensou-me e disse que eu deveria “ir para a Filosofia”. Lamentei a separação, tentei resistir, reclamei. Não entendi. Mas ela insistiu que essa migração seria importante para a minha formação e que meu espírito estava precisando disso. Aceitei a contragosto o conselho. O deleite durante a minha pesquisa para que esta tese se concretizasse é a prova de que Penha conseguiu enxergar em mim o que ninguém até então havia enxergado (muito menos eu mesma): a minha útil inquietação dentro da ciência. O que me leva ao segundo nome não menos importante nessa história: Antonio Augusto Passos Videira.

Lá pelos idos de 2007, ao chegar até Antonio Augusto (indicada pela Penha), querendo apenas continuar meus estudos, ofereci ao meu futuro orientador o que tinha de maior e mais precioso no momento: a minha ignorância sobre o mundo. Ele aceitou o desafio e, desde o nosso primeiro encontro, ajudou-me com as minhas leituras. Antes mesmo de estar matriculada no curso, tivemos incontáveis reuniões e discussões sobre o tema da tese. Não agradeço por ele ter me orientado, pois isso é o papel que se espera de um orientador. Agradeço pela paciência, pela dedicação, pela amizade e, acima de tudo, por ele ter me mostrado que a minha ignorância, tomada aqui como ausência de entendimento, é muito maior do que eu pensava. E, devidamente estimulada, a gente até consegue fazer uma tese.

Muito obrigada, Penha Maria, Antonio Augusto e a todos os demais que me tangenciaram durante todo o preparo e elaboração deste trabalho.

Nada se edifica sobre a pedra, tudo sobre a areia,
mas nosso dever é edificar como se fora pedra a areia.

Jorge Luis Borges

RESUMO

TAKIMOTO, Elika. **O que há de metafísica na Mecânica do Século XVIII?** 2013. 250 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

Ao contrário do período precedente de criação da chamada ciência moderna, o século XVIII parece não desempenhar um papel fundamental no desenvolvimento da física. Na visão de muitos autores, o século das luzes é considerado como uma fase de organização da mecânica que teve seu coroamento com as obras de Lagrange, imediatamente precedidas por Euler e d'Alembert. Muitos autores afirmam que na formulação da mecânica racional houve uma eliminação gradual da metafísica e também da teologia e que o surgimento da física moderna veio acompanhado por uma rejeição da metafísica aristotélica da substância e qualidade, forma e matéria, potência e ato. O ponto central da tese é mostrar que, no século XVIII, houve uma preocupação e um grande esforço de alguns filósofos naturais que participaram da formação da mecânica, em determinar como seria possível descrever fenômenos através da matemática. De uma forma geral, a filosofia mecanicista exigia que as mudanças observadas no mundo natural fossem explicadas apenas em termos de movimento e de rearranjos das partículas da matéria, uma vez que os predecessores dos filósofos iluministas conseguiram, em parte, eliminar da filosofia natural o conceito de causas finais e a maior parte dos conceitos aristotélicos de forma e substância, por exemplo. Porém, os filósofos mecanicistas divergiam sobre as causas do movimento. O que fazia um corpo se mover? Uma força externa? Uma força interna? Força nenhuma? Todas essas posições tinham seus adeptos e todas sugeriam reflexões filosóficas que ultrapassavam os limites das 'ciências da natureza'. Mais ainda: conceitos como espaço, tempo, força, massa e inércia, por exemplo, são conceitos imprescindíveis da mecânica que representam uma realidade. Mas como a manifestação dessa realidade se torna possível? Como foram definidos esses conceitos? Embora não percebamos explicitamente uma discussão filosófica em muitos livros que versam sobre a mecânica, atitudes implícitas dessa natureza são evidentes no tratamento das questões tais como a ambição à universalidade e a aplicação da matemática. Galileu teve suas motivações e suas razões para afirmar que o livro da natureza está escrito em linguagem matemática. No entanto, embora a matemática tenha se tornado a linguagem da física, mostramos com esta tese que a segunda não se reduz à primeira. Podemos, à luz desta pesquisa, falarmos de uma mecânica *racional* no sentido de ser ela proposta pela razão para organizar e melhor estruturar dados observáveis obtidos através da experimentação. Porém, mostramos que essa ciência não foi, como os filósofos naturais pretendiam que assim fosse, obtidas sem hipóteses e convenções subjetivas. Por detrás de uma representação explicativa e descritiva dos fenômenos da natureza e de uma consistência interna de seus próprios conteúdos "confirmados" através da matemática, verificamos a presença da metafísica.

Palavras-chave: Metafísica. Mecânica. Filosofia. Século XVIII. Matemática.

ABSTRACT

TAKIMOTO, Erika. **What is there of metaphysics at the 18th century mechanics?** 2013. 250 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

Unlike the period of creation of the so-called modern science, the eighteenth century seems not to play a key role in the development of physics. In the view of many authors, the Age of Enlightenment is considered as an era dedicated to the organization of mechanics, which culminated in the works of Lagrange, immediately preceded by Euler and d'Alembert. Many authors claim that the formulation of rational mechanics gradually eliminated metaphysics and theology and also that the emergence of modern physics was accompanied by a rejection of Aristotelian metaphysics of substance and quality, form and matter, potentiality and actuality. The focus of the thesis is to show that in the eighteenth century some natural philosophers that engaged in the construction of mechanics were concerned about determining how it would be possible to describe the phenomena through mathematics. In general, the mechanistic philosophy demanded that the observed changes in the natural world could be explained only in terms of movement and rearrangement of particles of matter, since the predecessors of the Enlightenment, philosophers were able to partly eliminate the concept of natural philosophy final causes and most Aristotle shape and concepts of substance, for example. However, the mechanistic philosophers disagreed about the causes of motion. What would make a body move? An external force? An internal force? No force? All these ideas had their supporters and all suggested philosophical reflections which exceeded the limits of the “natural sciences”. Moreover, concepts like space, time, force, mass and inertia, for example, are essential concepts of mechanics that represent a reality. But how the manifestation of this reality becomes possible? How these concepts have been defined? Although we can not find an explicit philosophical discussion in many books that deal with the mechanics, such implicit attitudes are evident when dealing with issues such as the ambition to universality and application of mathematics. Galileo had motivations and reasons for claiming that the book of nature is written in a mathematical language. However, even though mathematics has become the language of physics, we show in this thesis that the second can not be reduced to the first. In the light of this research we may speak of rational mechanics as an agent of rationality with the purpose of organizing and structuring observable data obtained through experimentation. However, we show that this science was not obtained without subjective assumptions and conventions as natural philosophers claimed it would be. Behind an explanatory and descriptive representation of the phenomena of nature and internal consistency of their own "confirmed" through mathematics content, verified the presence of metaphysics.

Keywords: Metaphysics. Mechanics. Philosophy. Eighteenth century. Mathematics.

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO.....	12
1	OBSERVAÇÕES SOBRE A HISTORIOGRAFIA A RESPEITO DA MECÂNICA NO SÉCULO XVIII.....	22
2	A MECÂNICA, A MATEMÁTICA E A RAZÃO NO SÉCULO XVIII.....	47
2.1	O papel da ‘razão’ e da ciência no Iluminismo.....	48
2.2	Como o uso da matemática na física foi fundamentado?.....	57
2.3	O caminho sinuoso de uma física quantificada.....	62
2.4	A Matemática nos setecentos.....	64
3	O MOVIMENTO NÃO-RETILÍNEO DO CONCEITO DA INÉRCIA NA CHEGADA DOS SETECENTOS.....	68
3.1	Nos bastidores.....	70
3.1.1	<u>Johannes Kepler.....</u>	70
3.1.2	<u>Galileu Galilei.....</u>	73
3.1.3	<u>René Descartes.....</u>	78
3.2	No palco.....	86
3.2.1	<u>Gottfried Wilhelm Leibniz.....</u>	86
3.2.1.1	A inércia	86
3.2.1.2	“Ser ou não ser: eis a questão.”.....	89
3.2.1.3	O Fundamento da Física	93
3.2.2	<u>“A inércia é o meu ato principal”. Isaac Newton.....</u>	97
3.2.2.1	A Matemática no <i>Principia</i>	98
3.2.2.2	O Espaço o Tempo.....	103
3.2.2.3	O Espaço Absoluto e a Inércia.....	107
3.2.2.4	A Massa.....	110
3.3	Considerações finais.....	114
4	SERIA POSSÍVEL EVITAR A METAFÍSICA?: AS DISCUSSÕES DE JEAN LE ROND D’ALEMBERT.....	116
4.1	Sobre algumas obras de d’Alembert.....	119

4.2	Os verbetes escritos por d'Alembert.....	126
4.3	Causas Mecânicas.....	128
4.4	Força.....	133
4.4.1	<u>O caso do movimento retardado. A soma de resistências.....</u>	135
4.5	A Mecânica e as Leis do Movimento.....	139
4.5.1	<u>As Grandezas Diferenciais de d'Alembert.....</u>	143
4.5.2	<u>O Princípio da Inércia.....</u>	148
4.5.3	<u>O Princípio da Composição de Movimento.....</u>	158
4.5.4	<u>O Princípio do Equilíbrio.....</u>	161
4.6	A Mecânica 'Racional' de Jean le Rond d'Alembert.....	165
4.7	Considerações finais.....	174
5	O PRINCÍPIO DA MÍNIMA AÇÃO. UM MEIO DE INVESTIGAÇÃO...	179
5.1	Pierre-Louis-Moureau de Maupertuis. Uma breve biografia.....	181
5.2	Quantidade de Ação.....	185
5.3	A importância do Princípio da Mínima Ação para a Mecânica.....	190
5.4	A crítica recebida após o seu nascimento.....	197
5.5	A Ação de Euler.....	202
5.5.1	<u>O método indireto aplicado.....</u>	207
5.5.2	<u>A harmonia encontrada.....</u>	211
5.6	Considerações finais.....	215
6	ANALISANDO A MECÂNICA ANALÍTICA.....	217
6.1	Joseph Louis Lagrange.....	219
6.2	O fundamento do <i>Mecanique Analytique</i>.....	226
6.2.1	<u>A introdução do princípio das velocidades virtuais na análise da libração da</u> <u>Lua (1764).....</u>	227
6.2.2	<u>O princípio das Velocidades Virtuais (1764).....</u>	230
6.3	A rejeição da metafísica.....	236
7	CONCLUSÕES.....	238
	REFERÊNCIAS.....	250

INTRODUÇÃO

É bem conhecida importância que o século XVII teve na formação da mecânica clássica. Os filósofos naturais e geômetras do século seguinte participaram de uma obra coletiva, que resultou “em uma ciência ordenada com uma forma considerada perfeita”¹. O desenvolvimento da análise matemática permitiu à mecânica criar uma forma/organização matemática (aparentemente) acabada, ainda hoje em uso. A pesquisa realizada pela filosofia natural dos setecentos tem sido considerada por muitos autores² não como uma elaboração conceitual, mas sim como uma elaboração matemática ou a aplicação a diversos outros fenômenos da física desenvolvida no *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, escrito por Newton e publicado em 1687.

Ao contrário do período precedente de criação da chamada ciência moderna, o século XVIII parece não desempenhar um papel fundamental no desenvolvimento da física. Na visão de muitos autores, o século das luzes é considerado como uma fase de organização da mecânica que teve seu coroamento com as obras de Lagrange, imediatamente precedidas por Euler e d’Alembert³. Eduard Dijksterhuis e René Dugas afirmam que na formulação da mecânica racional há uma **eliminação gradual da metafísica** e também da teologia e que o surgimento da física moderna veio acompanhado por uma rejeição da metafísica aristotélica da substância e qualidade, forma e matéria, potência e ato. Antes porém de entrarmos nessa discussão, devemos esclarecer o sentido da palavra “*metafísica*” adotado nesta tese.

Aristóteles definiu a metafísica como sendo a busca para descobrir os princípios e os fundamentos básicos da realidade.⁴ Sendo assim, através da obra de Aristóteles percebemos que ‘metafísica’ assume um significado do que se presta perfeitamente para indicar a pesquisa sobre o ser supra-sensível e transcendente, exatamente o objeto que foi estudado em seu livro. Percebe-se a tentativa do filósofo em determinar as coisas que estão *acima* das físicas, ou seja, *além delas*, e

¹ Mach, E., *The Science of Mechanics A Critical and Historical Account of its Development*, traduzido para o inglês por Thomas J. McCormack. Open Court, 1919. p 466.

² Os autores aos quais a frase se refere serão citados no primeiro capítulo desta tese

³ Dugas, René. *Histoire de la Mécanique*, Éditions du Griffon, Neuchatel, 1950.

⁴ Aristóteles, *The Metaphysics*, traduzido para o inglês por W. D. Ross, Roger Bishop Jones, 2012, p 16.

que, portanto, podem ser muito bem qualificadas como **meta-físicas**⁵. Porém, ao longo dos catorze livros de Aristóteles, vemos a “metafísica” ou “filosofia primeira” ser determinada de quatro modos diferentes.

A primeira definição, presente no livro A, caracterizou a metafísica como “ciência ou conhecimento das causas e dos princípios primeiros ou supremos”⁶. Há o saber que se limita à verificação empírica, ou seja, à constatação do fato de a coisa ser de um certo modo, mas há o conhecimento verdadeiro ou ciência, segundo Aristóteles, que alcança o porquê e a razão de ser da coisa. Quem possui essa ciência, assim, não só sabe que as coisas são de uma determinada maneira como também sabe o porquê delas serem daquela maneira determinada e não de outra. Causa ou Princípio de algo é a razão de ser da coisa. Porém, quando se possui o conhecimento das causas de algo não necessariamente possuímos a ciência metafísica que, com efeito, só existe quando se conhecem os princípios “primeiros” ou “supremos”⁷. Por isso, Aristóteles considerou a metafísica como uma ciência incomparavelmente superior a todas as outras.

A segunda definição para metafísica aparece no livro Γ de Aristóteles: do ser enquanto ser.⁸ Em última instância, essa definição é praticamente a mesma da primeira, diferindo somente em perspectiva. A ciência das causas e dos princípios supremos é a ciência de toda a realidade e de todos os seres, já a ciência do ‘ser enquanto ser’ é a ciência das causas e dos princípios supremos do ‘ser’. Temos ainda a metafísica sendo determinada como uma teoria da substância. De forma bastante resumida, o ‘ser’ tem múltiplos significados e a ‘substância’ é o “fundamento de todos os outros”⁹. Por fim, temos a metafísica sendo definida como ‘ciência teológica’: em primeiro lugar porque é a ciência de Deus - que foi, de fato, para Aristóteles, o supremo dos princípios e a primeira das causas -, e, em segundo lugar porque se alguém possui essa ciência em sua perfeição, este só pode ser Deus.¹⁰

⁵ Reale, Giovanni, *Il concetto di “filosofia prima” e l’unità della Metafisica di Aristotele*, Vita e Pensiero, Milano. 1961, 1965, 1967, 1984, [1993], 1994.

⁶ Idem. p37

⁷ Idem.. p 21

⁸ Idem p 101.

⁹ Idem p 33

¹⁰ Idem. p 23

Podemos considerar que o objetivo da mecânica clássica foi a descrição matemática do movimento de corpos materiais assim como a interação entre eles. À luz desta consideração, o objetivo da tese é mostrar que, na elaboração de temas centrais para a estruturação da mecânica clássica, houve uma verdadeira preocupação dos filósofos naturais dos séculos XVII e XVIII em formular princípios básicos para a mecânica. Para que esses princípios fossem aceitos e justificados, foi necessário, além de escolher quais os conceitos seriam usados, pressupor uma estrutura do espaço e do tempo onde corpos com *massa* interagissem entre si.

Veremos que, conforme a matemática se desenvolve no século XVIII, a discussão da natureza da substância da matéria entre os fundadores da mecânica vai se enfraquecendo. Ao invés de tratar as coisas em termos de substância, acidente, causalidade, essência, matéria, forma, potencialidade, etc..., elas passam a ser tratadas em termos de forças, movimento, mudanças de massa no espaço e no tempo. Isso certamente foi motivo para muitos historiadores e filósofos da ciência, como Dijksterhuis e Dugas, já citados, e outros que veremos ao longo desta tese, falarem em **eliminação da metafísica** na constituição da mecânica racional. Ainda que as partículas não sejam mais consideradas e questionadas em sua essência, o são como elementos de uma estrutura composta de quantidades específicas cuja interação pode ser descrita por relações matemáticas. Por exemplo, ‘massa’ para Newton foi um conceito fundamental introduzido formalmente em sua física na primeira definição de sua obra. Na verdade, Newton definiu massa como ‘quantidade de matéria’ e afirmou que a *sua* medida de ‘quantidade de matéria’ foi o resultado da multiplicação de dois fatores: densidade e volume. Ele indicou que esta medida particular é para ser considerada sempre que lermos ‘massa’ ou ‘corpo’ em seu livro.¹¹ Newton introduziu o conceito de massa porque sua filosofia natural exigia uma medida da matéria que não tivesse ligação com o fato do corpo estar em um lugar ao invés de outro ou de estar sujeito a alguma circunstância física particular tal como o meio externo. Em outras palavras, usando a terminologia aristotélica, a medida de massa de Newton não era ‘acidental’, assim como também as relações espaço-temporais passaram a ser essenciais e não mais acidentais. Passamos a conceber uma marcha progressiva do tempo no lugar de pensar em uma transmutação da potencialidade em realidade.

¹¹ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte. New York. 1848. p 73

O ponto central para esta tese é mostrar que, no século XVIII, há uma preocupação e um grande esforço de alguns filósofos naturais que participaram da formação da mecânica, em determinar como é possível descrever fenômenos através da matemática. De uma forma geral, a filosofia mecanicista exigia que as mudanças observadas no mundo natural fossem explicadas apenas em termos de movimento e de rearranjos das partículas da matéria, uma vez que os predecessores dos filósofos iluministas conseguiram, em parte, eliminar da filosofia natural o conceito de causas finais e a maior parte dos conceitos aristotélicos de forma e substância, por exemplo. Porém, os filósofos mecanicistas divergiam sobre as causas do movimento. O que faria um corpo se mover? Uma força externa? Uma força interna? Força nenhuma? Todas essas posições tinham seus adeptos e todas sugeriam reflexões filosóficas que ultrapassavam os limites das 'ciências da natureza'. Mais ainda: conceitos como espaço, tempo, força, massa e inércia, por exemplo, são conceitos imprescindíveis da mecânica que representam uma realidade. Mas como a manifestação dessa realidade se torna possível? Como são definidos esses conceitos?

Mostraremos aqui que questões que dizem respeito ao fundamento da mecânica foram discutidas intensamente nos seiscentos e nos setecentos e que não somente a matematização, mas também a definição e a justificativa dos princípios mecânicos foram controversos no século das luzes. O significado da *metafísica* no título desta tese, então, não envolve os conteúdos gerais acima descritos da metafísica de Aristóteles baseados numa ontologia de toda a realidade sem restrição nem a metafísica como uma ciência que lida com os problemas tratados por Immanuel Kant sob o título de *Dialética Transcendental*¹² ou como a ciência do meta-empírico (e conseqüentemente do inverificável). O debate que mostraremos vem acompanhado de um discurso metafísico, não no sentido dado inicialmente por Aristóteles, a dizer, como sendo a

¹² As questões de partida do Kantismo são o problema do conhecimento, e a ciência, tal como existe. A ciência se arranja de juízos que podem ser analíticos e sintéticos. Nos primeiros fundados no princípio de identidade, o predicado aponta um atributo contido no sujeito. Tais juízos independem da experiência, são universais e necessários - por exemplo, o quadrado tem quatro lados e quatro ângulos internos. Os juízos sintéticos, *a posteriori* resultam da experiência e sobrepõem ao sujeito no predicado um atributo que nele não se acha previamente contido - exemplo: o calor dilata os corpos -, sendo, por isso, privados e incertos. Mas, que juízos constituem a ciência físico-matemática? Caso fossem analíticos, a ciência sempre diria o mesmo e, se fossem sintéticos um hábito sem fundamento. Os juízos da ciência devem ser, segundo Kant, ao mesmo tempo, *a priori*, quer dizer, universais e necessários, e sintéticos objetivos, fundados na experiência. O problema que Kant se propôs a analisar foi o de saber como são possíveis os juízos sintéticos *a priori* na matemática e na física, ("Estética transcendental" e "Analítica transcendental"), e se são possíveis na metafísica ("Dialética transcendental", partes da Crítica da razão pura). [Em: Lebrun, Gérard, *Sobre Kant*, organização Rubens Rodrigues Torres Filho, Títulos originais: Hume et l'astuce de Kant, De l'erreur à l'aliénation, Le rôle de l'espace dans la formation de la pensée de Kant, L'approfondissement de la *Dissertation de 1770* dans la *Critique de la Raison Pure*, L'aporétique de la chose en soil, La troisième *Critique* ou la théologie retrouvée, La raison pratique dans la *Critique du Jugement*, Editora Iluminuras Ltda, 2ª edição, 2001]

busca para descobrir os princípios e os fundamentos básicos da realidade, mas de uma busca pelos fundamentos e pelos limites da mecânica.

Os corpos materiais foram considerados como portadores e fontes de ação das “forças” (força viva, força morta, inércia, quantidade de movimento,...) e esta ação foi derivada de determinadas propriedades das partículas, do espaço e do tempo. Ainda que Lagrange, por exemplo, não tenha feito uma discussão sobre os fundamentos primeiros da realidade, ele baseou seus argumentos em princípios que foram elaborados matematicamente como o princípio da mínima ação e o princípio de d’Alembert. Abordar o fenômeno em sua forma analítica permitiu-lhe *não* explicitar algumas considerações metafísicas - tomadas em um sentido restrito mas que podem ser assim consideradas porque estão *acima* das considerações apenas físicas, portanto, meta-físicas - que foram, como veremos, essenciais na elaboração de uma realidade composta de matérias em movimento e que interagem entre si. Enfim, para que os conteúdos da teoria utilizem as confirmações empíricas e uma articulação sistemática das leis físicas para fundamentar o grau de inteligibilidade da mecânica, os ‘argumentos metafísicos’ foram, como pretendemos demonstrar, imprescindíveis.

Para compreendermos parte dessa reconstrução conceitual e responder a pergunta central dessa tese, escolhemos analisar o que acreditamos ser de suma importância para esclarecer esse “quadro iluminista”. Estendemo-nos em três temas que julgamos merecer uma atenção mais demorada, pois foram esses que nos permitiram elaborar reflexões mais profundas sobre a natureza da Ciência que transcenderam a época estudada nessa pesquisa.

- 1- O conceito de inércia → Este conceito foi essencial para se definir *força* nos princípios e equações elaborados principalmente no século XVIII quando foi formulada uma mecânica racional geral¹³. Os filósofos acreditaram que a lei da inércia revelava uma propriedade essencial e necessária dos corpos? As fórmulas, leis e equações estabelecidas depois que se formulou a lei da inércia foram extraídas da essência da matéria ou deduzidas de certas propriedades fundamentais que Deus conferiu aos corpos, sem que elas, entretanto, lhes

¹³ As ideias desenvolvidas por Galileu, Huygens, Descartes e Newton apresentavam aos filósofos naturais e matemáticos até o final do século XVII, pontos que não estavam perfeitamente claros e concatenados. Houve, a partir do século XVIII, um trabalho de organização dessas contribuições que permitiu o desenvolvimento de novas formulações da teoria da mecânica. Essas formulações constituem a chamada mecânica analítica ou mecânica racional.

pertençam, ou seja, que os efeitos que observamos são devido a causas a que jamais teremos acesso?

- 2- Jean le Rond d'Alembert → Considerado um dos maiores matemáticos e físicos de seu tempo, d'Alembert ajudou a desenvolver novos métodos de cálculo matemático e unificou os princípios da mecânica dos sólidos e dos fluidos¹⁴. Além disso, d'Alembert é conhecido também como um “homem das letras”, título dado aos homens que defendiam direitos morais, interesses legais e discutiam entre outras coisas o *status* social e legal de outros escritores. Foi especificamente seu trabalho de co-edição, com Denis Diderot, da *Enciclopédia*¹⁵- obra imensa por sua extensão incomum¹⁶ e imponente por seu conteúdo e alcance -, que permitiu que seu nome tivesse grandes projeções no mundo das ideias. Como esta figura-chave do século do Iluminismo “privou” a mecânica de representações irracionais?
- 3- O Princípio da Mínima Ação → Durante o Iluminismo, muitas das disputas e polêmicas que envolviam os filósofos naturais implicavam discussões sobre a metafísica na mesma medida em que os princípios “científicos” eram enunciados. Possivelmente, o mais explícito uso da metafísica durante essa

¹⁴ As primeiras contribuições de d'Alembert em matemática trataram dos problemas de integração de sistemas de equações diferenciais. O filósofo forneceu a solução de diversos sistemas de equações que aparecem nos problemas de integração de funções racionais que são expressas sob a forma de quociente de polinômios, e estudou a condição de integrabilidade das equações diferenciais lineares. Outra contribuição importante diz respeito às equações com derivadas parciais, cuja teoria ele foi o primeiro a desenvolver. De maneira geral, as equações com derivadas parciais ainda não tinham sido nem resolvidas nem consideradas sistematicamente como um objeto próprio de análise. Tendo sido levado a elas por causa de problemas da física, a resolução das equações permitiu matematizar a física dos meios contínuos (fluidos) tão bem como a dos campos definidos sobre o *continuum* espacial. Esses foram apenas alguns exemplos. [Cf. Paty, Michel. *D'Alembert- A razão físico matemática no século do Iluminismo*. Tradução: Flávia Nascimento. São Paulo: Estação Liberdade, 2005. Cap 5]

¹⁵ *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, etc.*, eds. Denis Diderot and Jean le Rond D'Alembert. University of Chicago: ARTFL Encyclopédie Project (Spring 2011 Edition), Robert Morrissey (ed), <http://encyclopedia.uchicago.edu/>.

¹⁶ 28 enormes volumes *in folio*, 71818 verbetes e 2885 pranchas.

época ocorreu na elaboração de um dos primeiros princípios variacionais¹⁷, o *Princípio da Mínima Ação* de Pierre Louis-Moreau de Maupertuis que contribuiu para uma reformulação dos métodos da mecânica. O estudo deste princípio explicitou algumas correlações entre ideias científicas, conjecturas metafísicas e concepções religiosas que estiveram associadas a uma descrição dos fenômenos mecânicos.

De uma forma geral, procuramos entender qual o *status* epistemológico do princípio da mínima ação, em que contexto o princípio foi formulado, o que ficou da formulação original, discutir a recepção dada ao princípio e o por quê de nem sequer Maupertuis ser citado por Pierre Duhem em seu clássico *L'Évolution de la Mécanique*¹⁸ e/ou ter sido restringido a um só parágrafo na obra de Michel Blay¹⁹. Em particular, pretendemos usar esse estudo para tentar esclarecer algumas outras questões persistentes à nossa pergunta central da tese: O que constitui uma lei natural? Em que medida a linguagem matemática serve para descrever a natureza? Os princípios de origem metafísica ainda têm lugar na física?

Para analisarmos os temas tratados acima, a tese foi dividida em 6 capítulos. Segue abaixo uma descrição resumida de cada um deles:

Capítulo 1 → OBSERVAÇÕES SOBRE A HISTORIOGRAFIA A RESPEITO DA MECÂNICA NO SÉCULO XVIII

Neste primeiro capítulo, faremos algumas observações sobre a historiografia a respeito do desenvolvimento da mecânica do século XVIII à luz da relevância atribuída - pelos autores que mencionarei - à metafísica. Em outras palavras, procurarei explicitar a fração atribuída à

¹⁷ O princípio variacional é utilizado com o cálculo de variações, os quais desenvolvem métodos para encontrar funções que minimizem ou maximizem os valores de quantidades que dependam de tais funções.

¹⁸ Duhem, P., *L'Évolution de la Mécanique*, J. Vrin, 1992

¹⁹ Blay, M. *La Science du Mouvement: De Galilée à Lagrange*, Belin, 2002.

metafísica no desenvolvimento da ciência, em particular o processo de fundamentação da mecânica, pela historiografia da mecânica clássica e da ciência natural.

Capítulo 2 → A MECÂNICA, A MATEMÁTICA E A RAZÃO NO SÉCULO XVIII

Este capítulo tem como principal objetivo entender alguns pontos que acreditamos serem cruciais para uma melhor compreensão do tema que será aprofundando nos capítulos seguintes. São eles: (1) o papel da ‘razão’ e da ciência no Iluminismo, (2) como o uso da matemática na física foi fundamentado, (3) de que maneira os fenômenos físicos estavam sendo quantificados e, finalmente, mas ainda sem esgotar o assunto, (4) o que foi a matemática nos setecentos.

Capítulo 3 → O MOVIMENTO NÃO-RETILÍNEO DO CONCEITO DA INÉRCIA NA CHEGADA DOS SETECENTOS

Mostrarei que o conceito de inércia não chegou de uma forma clara nos setecentos. Nos capítulos seguintes ficará claro que as ideias de Leibniz não foram tão ofuscadas pelas ideias de Newton como nos fazem acreditar autores como Dugas e Dijksthuis, por exemplo. O estudo feito sobre o tema nos ajudou a melhor entender os rumos da ciência e da filosofia da ciência na passagem dos setecentos para a época seguinte, pois, a inércia, tal como era entendida no século XVIII²⁰ nem se quer era motivo de observação no dia-a-dia. Que grau de confiabilidade pode-se ter, pois, nesse conceito, que, juntamente com outros como força, por exemplo, fundamentam a mecânica?

Ao analisar conceitualmente, em busca de suas bases epistemológicas e ontológicas, o conceito de inércia em alguns autores do século XVII percebemos, ao contrário do que mostra os “manuais da mecânica”, que a inércia foi muito discutida pelos filósofos naturais dos séculos XVII e XVIII. Pensamos que a discussão foi omitida em muitos autores que escrevem sobre a

²⁰ Inércia é um princípio genérico do movimento e do repouso a respeito de um corpo. O princípio da inércia, também conhecido como a primeira lei de Newton, diz que “todo corpo persevera em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme para frente, exceto quando ele for compelido a mudar seu estado por forças impressas”. (NEWTON, I., *The Principia (Mathematical Principles on Natural Philosophy)*, A New Translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman, University of California Press, London, p 102, 1999.)

Mecânica pelo fato dessa discussão pertencer ao campo da filosofia, como pretendemos deixar claro nesse capítulo inicial.

Capítulo 4 → SERIA POSSÍVEL EVITAR A METAFÍSICA?: AS DISCUSSÕES DE JEAN LE ROND D’ALEMBERT

Pretendemos mostrar nesse capítulo como d’Alembert, um filósofo-chave dos setecentos²¹, rejeitou o conceito de ‘força’ por ser uma “noção vaga” passando a defini-la cinematicamente. Descreveremos o projeto apresentado pelo filósofo de livrar a mecânica de “representações irracionais”. Para tanto, faremos uma análise minuciosa de alguns verbetes escritos por d’Alembert, assim como também de seus princípios que fundamentaram a mecânica.

Capítulo 5 → O PRINCÍPIO DA MÍNIMA AÇÃO. UM MEIO DE INVESTIGAÇÃO

De uma forma geral, procuramos entender qual o *status* epistemológico do princípio da mínima ação, em que contexto o princípio foi formulado, o que ficou da formulação original e discutir a recepção dada ao princípio²². Hankins afirmou que somente após o princípio ter sido matematicamente depurado por Euler e liberto de seus ardis teológicos tornou-se o princípio fundamental da mecânica analítica²³. Como ocorreu essa “libertação”? Para tanto, procuramos entender o porquê da (re)formulação do princípio da mínima ação de Euler ter permanecido no lugar do argumento de Maupertuis. Esse entendimento se tornou um caminho na tentativa de responder ou explicitar mais ainda outras questões.

Capítulo 6 → A MECÂNICA ANALÍTICA

Pretendemos, neste capítulo, abordar parte da obra lagrangeana, principalmente o *Mécanique Analytique* que representou o ápice do tratamento dos problemas da mecânica²⁴ sem,

²¹ D’Alembert foi considerado como um dos maiores matemáticos e físicos de seu tempo e que ajudou a desenvolver novos métodos de cálculo matemático, unificou os princípios da mecânica dos sólidos e dos fluidos

²² Duhem, P., *L’Évolution de la Mécanique*, J. Vrin, 1992

²³ Hankins, Thomas L., *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1985.

²⁴ Taton, R., *Lagrange et l’Académie royale des sciences*. Em René Taton, *Études d’Histoire ds Sciences*. Turnout, Brepols Publishers, 2000. pp 285-304

contudo, utilizar quaisquer recursos próprios da geometria. Como o próprio Lagrange esclareceu na introdução do *Mécanique Analytique*:

Não encontrarão figuras nessa obra. Os métodos que exponho não exigem raciocínios geométricos ou mecânicos, mas unicamente operações algébricas sujeitas a um curso regular e uniforme. Os que gostam de Análise terão a satisfação de ver como a Mecânica se tornará um dos seus novos ramos e agradecer-me-ão o ter alargado este domínio das matemáticas.²⁵

Procuraremos, nesse capítulo, pesquisar o significado do ‘caráter analítico’ no *Mécanique analytique* onde não verificamos nenhuma reflexão sobre conceitos fundamentais como força, massa, espaço e tempo. Isso pode ser interpretado, a despeito de não justificar, por ser a matemática, para Lagrange, uma linguagem universal. A impenetrabilidade, por exemplo, não foi discutida no trabalho do físico-matemático, embora, como veremos ao longo da tese, ela tenha desempenhado um papel fundamental na formulação de princípios da mecânica de filósofos naturais tais como Newton, d’Alembert e Euler, que influenciaram diretamente a obra de Lagrange. Categorizar essa obra como newtoniana, leibniziana, cartesiana, dalambertiana ou euleriana é praticamente impossível, pois, não verificamos nenhuma reflexão metafísica explícita no *Mécanique Analytique*. O caráter ‘analítico’ para Lagrange significou elaborar um sistema axiomático e dedutivo de declarações puramente matemáticas. Mas, para elaborar uma abordagem analítica de fenômenos naturais, para escrever funções que expressem uma característica estrutural entre as grandezas, não é necessário que se pense sobre a realidade e sobre a nossa capacidade de conhecê-la?

²⁵ Lagrange, J.L., *Mécanique Analytique*, 3ª edição, Paris, École polytechnique. 1853. Prefácio da 2ª edição.

1 OBSERVAÇÕES SOBRE A HISTORIOGRAFIA A RESPEITO DA MECÂNICA NO SÉCULO XVIII

Neste capítulo, faremos algumas observações sobre a historiografia a respeito do desenvolvimento da mecânica do século XVIII à luz da relevância atribuída - pelos autores que mencionarei - à metafísica. Em outras palavras, procurarei explicitar a fração atribuída à metafísica no desenvolvimento da ciência, em particular o processo de fundamentação da mecânica, pela historiografia da mecânica clássica e da ciência natural.

A tradicional historiografia da ciência supõe que a “revolução científica” do século XVII estabeleceu as metas para a ciência. A ‘Física Clássica’²⁶ é por vezes considerada como filosoficamente homogênea e sinônimo de ‘Física Newtoniana’. Pretendo ao longo da tese ir de encontro à historiografia tradicional e mostrar que houve uma diversidade conceitual nas teorias sobre o movimento dos graves propostas ao longo dos setecentos e expôr o papel da metafísica na justificação dos princípios e fundamentos das teorias, assim como também a sua parte constitutiva no discurso científico do século XVIII.

Newton deixou claro que o conceito de força era definido pelo formalismo matemático no *Principia* e que as leis do movimento eram definidas matematicamente no lugar de relações causais entre corpos materiais. As palavras ‘atração’, ‘impulso’ e ‘tendência’ para um centro foram empregadas por ele “indiferentemente e indistintamente considerando essas forças não fisicamente, mas apenas matematicamente”. Newton chamou a atenção dos leitores para que não pensassem ao ler essas palavras que ele estaria se referindo a “uma espécie de modo de ação, ou

²⁶ A mecânica clássica descreve o movimento de objetos macroscópicos, desde projéteis a partes de máquinas, além de corpos celestes, como espaçonaves, planetas, estrelas e galáxias. A mecânica clássica em si também é muito ampla e várias especializações são derivadas dela. Referente aos conceitos abordados, pode ser dividida em Cinemática, que estuda os movimentos “sem se preocupar com suas causas”, a Estática, que aborda sistemas sob ação de forças que se equilibram, e a Dinâmica, que estuda o movimento considerando suas causas, em outras palavras, aborda sistemas sob ação de forças que não se equilibram. Galileu Galilei pode ser considerado o marco inicial da mecânica clássica, mas sua consolidação definitiva veio, de acordo com vários historiadores que serão apresentados na tese, com a publicação *dos Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, de Isaac Newton, considerada uma obra científica de grande influência. Entretanto, em certos sistemas, a mecânica de Newton passa a ser pouco eficiente para ser usado na resolução de problemas. No final do século XVIII e durante o século XIX a mecânica foi reformulada por Joseph-Louis Lagrange para que abarcasse a resolução analítica de um maior número de problemas com um ferramental matemático mais refinado. Uma parte de como isso foi feito será mostrado nessa tese.

uma causa física ou razão”.²⁷ Baseando-se certamente nesta colocação de Newton - impregnada de suposições metafísicas subjacentes à sua física-matemática -, o desenvolvimento da mecânica clássica no século XVIII é frequentemente caracterizado em termos de uma progressiva e inexorável libertação de questões sobre a natureza essencial da substância, ou matéria, em favor da representação simbólica das relações matemáticas entre entidades materiais.²⁸

Em muitos livros - analisados adiante - que dissertaram sobre a história da mecânica temos indicações explícitas ou implícitas de que o desenvolvimento matemático é uma consequência dos princípios estabelecidos por Newton. Ou seja, que tanto a teoria para descrever o movimento dos corpos rígidos quanto a teoria dos meios contínuos, que descreve o movimento dos fluidos, foram construídas no século XVIII com base na teoria para um ponto material estabelecida no *Principia*. De fato, as três leis de Newton são usadas para problemas que envolvem - como Leonhard Euler as chamou - “massas pontuais”²⁹; porém, uma vez dadas as forças que atuam sobre uma massa-pontual, as três leis devem ser somadas a outros princípios para uma série de problemas mecânicos que envolvem corpos rígidos ou fluidos. Ao longo da nossa tese será esclarecido, ainda que este não seja o ponto central a ser tratado aqui, que aqueles que desenvolveram o que hoje chamamos de “mecânica newtoniana” no século XVIII não consideraram suficientes os princípios enunciados no *Principia* no desenvolvimento de soluções para os problemas mecânicos

Em *The Science of Mechanics: a critical and historical account of its development*³⁰ de Ernst Mach, publicado primeiramente em 1883, vemos a história da ciência ser usada para

²⁷ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte. New York. 1848. p 77. Citado por D.T. Whiteside em *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, Vol 6, Cambridge, 1974, p 97

²⁸ A ideia de desenvolver uma teoria matemática a fim de permitir o experimento e a observação para fornecer teorias mediadas por respostas a perguntas não se originou no *Principia*. Em seu *Horologium Oscillatorium*, Christiaan Huygens desenvolveu uma teoria matemática do movimento pendular que permitiu a medição do comprimento e período de pêndulos para fornecer uma resposta precisa para a questão: até onde vai um objeto que cai na ausência de resistência do ar no primeiro segundo? [Huygens, C., *Horologium oscillatorium: sive, De motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae*, 1963. Citado por Joella G. Yoder no livro “Unrolling Time: Christiaan Huygens and the Mathematization of Nature” publicado em 1988 pela Cambridge University Press.] Essa observação não responde, e nem temos como objetivo respondê-la aqui, a questão filosoficamente mais interessante de como o método do *Principia* contribuiu para o sucesso da teoria da gravidade.

²⁹ Bradley, Robert E., *Leonhard Euler: Life, Work and Legacy*, Elsevier, 2007. p202

³⁰ Mach, E. *The science of mechanics: A critical and historical account of its development*. Traduzido por Philip E. B. Jourdain, The Open Court Pub. Co., 1915

ilustrar e aplicar a posição filosófica do autor. Parece claro que o objetivo de Mach era erradicar a metafísica da ciência mostrando que o mundo consiste somente de sensações e relações matemáticas entre elas. No prefácio do *The Science of Mechanics*, ele afirma que:

Ao fim do último século minhas digressões sobre a Mecânica foram dadas como uma regra; isto pode ter sido sentido que o lado empírico-crítico desta ciência foi o mais negligenciado. Mas, agora que as tradições kantianas ganharam poder mais uma vez, de novo nós temos a demanda para a fundação a priori da mecânica. Agora, eu tenho realmente a opinião de que tudo o que pode ser conhecido a priori de domínio empírico precisa tornar-se evidente para uma mera circunspeção lógica somente depois de frequentes pesquisas deste domínio, (...). Ambos os lados da mecânica, o empírico e o lógico, requerem investigação. Eu acho que isso está claramente expresso em meu livro, embora meu trabalho é, por boas razões, voltado especialmente para o lado empírico.³¹

Para Mach, a ciência não se estende para além do que podemos conhecer; tudo o que pode ser conhecido são sensações e suas relações e aquilo que é incognoscível, que supostamente está para além das sensações, diz respeito à metafísica. O que representamos para nós mesmos, diria o autor, existe somente no nosso entendimento e a forma varia facilmente com o ponto de vista de cada cultura.

Um bom exemplo para ilustrar a posição filosófica de Mach no *The Science of Mechanics* é a sua opinião na questão se o Princípio da Inércia seria ou não um axioma para a mecânica. Se as “inconcebíveis hipóteses do espaço e tempo absolutos” não podem ser aceitas, pergunta o autor: “de que forma podemos nós dar um significado compreensível para a lei da inércia?”³². Mach considera possível que a lei da inércia na sua simples forma newtoniana só tem significado para nós se admitirmos que ela depende do espaço e do tempo³³.

O próprio autor esclarece como concebemos o tempo:

Nós medimos o tempo por um ângulo de rotação da Terra, mas poderíamos medi-lo tão bem pelo ângulo de rotação de qualquer outro planeta. Por conta disso, nós não deveríamos acreditar que o curso temporal de todo fenômeno físico seria perturbado se a Terra ou o planeta distante referido experimentasse de repente uma abrupta variação da velocidade angular. Nós consideramos a dependência não imediata e, conseqüentemente a orientação temporal é externa.³⁴

³¹ Idem. p xi

³² Idem p40

³³ Idem p43

³⁴ Idem. O itálico é do autor.

A respeito das “concepções monstruosas do espaço absoluto e do tempo absoluto”, Mach mostra claramente que Newton, de fato, falou sobre “essas coisas”, mas durante todo o *Principia* não fez “nenhuma séria aplicação delas”³⁵.

Outro ponto claro na obra de Mach é a importância dada para Galileu, considerando-o como a figura central no nascimento da física moderna. Em certo sentido, isso foi uma ideia comum para muitos historiadores da ciência, porém, a novidade na obra de Mach sobre esse tema foi a pretensão de discutir toda a mecânica sob um ponto de vista histórico. Mach estava disposto a usar os próprios relatos de Galileu - como o fez em vários pontos ao longo do livro *The Science of Mechanics* - sobre a forma que ele, Galileu, alcançou os resultados. Assim, à luz do método de Galileu, a matemática, para Mach, viria apenas com as descobertas científicas como parte de um processo de formalização *depois* que a descoberta tivesse sido feita.

Pierre Duhem não concordou com Mach sobre a importância dada para Galileu na história da física moderna. Em seu livro intitulado *L'Évolution de la Mécanique*³⁶ publicado pela primeira vez em 1903, Duhem defendeu que “a ciência moderna não nasceu no século XVII; a origem da revolução científica remonta ao século XIV, notadamente com os trabalhos da escola de Jean Buridan”.³⁷ Doravante, Duhem dedicou a sua atenção ao período pré-copernicano. As diversas observações feitas sobre a formação progressiva da linguagem descritiva da ciência foram usadas principalmente com a intenção de explicar porque as teorias de inspiração mecanicistas, a despeito de terem contribuído para o progresso científico, devem ser rejeitadas. A criação da Mecânica fundada sobre a Termodinâmica é, de acordo com Duhem, uma reação contra as ideias atomistas e cartesianas e um retorno aos princípios das doutrinas peripatéticas.³⁸ Nas palavras de Duhem:

O cartesianismo queria banir as qualidades da Física, a fim de que pudéssemos discorrer em linguagem matemática a Física; a nova Mecânica se fundamenta nas qualidades, mas, para que isso seja feito com precisão, ela as representa como símbolos numéricos; filha de Aristóteles na medida em que é uma teoria das qualidades, ela é também filha de Descartes, na medida em que é uma Matemática universal; nela são por fim

³⁵ Idem. p xii

³⁶ Duhem, P.. *L'Évolution de la Mécanique suivi de “Les théories de la chaleur” et “Analyse de l'ouvrage de Ernst Mach: La Mécanique”*. Paris, j.Vrin, 1992

³⁷ idem. Introduction, p XVII

³⁸ idem. p 344

convergadas as duas tendências que, tanto tempo, buscam a Ciência da Natureza em sentidos opostos.³⁹

Duhem assegurou que a resposta é fácil para o problema das causas ocultas existentes na mecânica como, por exemplo, as que fazem os corpos serem atraídos à distância por terem massa ou as que fazem um corpo ter a propriedade inercial de se manter em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme a não ser que uma força atue sobre ele. Se formos de causa em causa, encontraremos as causas mais simples e, quando chegarmos a elas não será mais possível dar uma explicação mecânica. Nesse exato ponto, parafraseando Duhem, nós as chamaremos de verdades ocultas ou as rejeitaríamos por elas estarem fora da física? Se assim fizermos, a física desapareceria por completo, advertiu o autor. Essas podem muito bem ser consideradas como uma propriedade inerente à matéria, uma qualidade primeira e irreduzível da substância corporal.⁴⁰

Enfim, nenhum sistema mecânico desapareceu, segundo Duhem, sem deixar uma rica herança de ideias novas para que fossem superadas. Usando uma metáfora, Duhem disse que cada trabalhador projeta uma planta e manipula os materiais para construir um edifício; este poderá ruir, mas os materiais usados para erigir uma outra construção estarão no novo monumento. Assim, o criador consciente de uma doutrina mecânica é também, aos olhos de Duhem, o precursor inconsciente das doutrinas que substituirão a que ele criou.⁴¹ De acordo com Hendrik Floris Cohen, Duhem *ipso facto* convidou aqueles leitores que não compartilhavam com a sua visão de mundo a inspecionar até que ponto suas profundas alegações seriam razoáveis para que todos a adotassem. E este foi o desafio lançado para as gerações seguintes de historiadores da ciência.⁴²

Michel Blay, em *La Science du Mouvement de Galilée à Lagrange*⁴³, admitiu que a constituição da ciência do movimento exigiu dele um considerável esforço. Como indicado no título do livro, Galileu, para Blay, foi o filósofo natural que pela primeira vez na história colocou

³⁹ idem p 345

⁴⁰ Idem. p 36.

⁴¹ idem. p 346

⁴² Cohen, H. F. , *The Scientific Revolution: A Historiographical Inquiry*, The University of Chicago Press, 1994. p 53

⁴³ Blay, M., *La Science du Mouvement de Galilée à Lagrange*, Belin, 2002

as regras da ciência do movimento em ordem.⁴⁴ Postas de uma forma ligeiramente diferente, segundo Blay, no *Principia Philosophiae* de Descartes, essas regras abriram definitivamente o caminho para a organização racional da mecânica, pelas mãos de Christiaan Huygens e Newton, à construção da mecânica racional. Assim, questões como: De que forma pensar matematicamente o movimento?, Como elaborar conceitos de velocidade e aceleração?, Como construir o algoritmo da cinemática? e Como estabelecer relações entre o movimento e a força? são questões que ocuparam os sábios “por quase dois séculos” e as respostas para elas “moldaram o estilo e o desenvolvimento da física-matemática moderna”.⁴⁵ O “caminho dessa história conceitual” que é mostrado por Blay é feito através da introdução do cálculo diferencial e integral desenvolvido no *Acta Eruditorum* em 1684 e 1686 por Gottfried Leibniz.

Com o desenvolvimento do cálculo leibniziano, a ciência newtoniana do movimento “foi rapidamente renovada, enriquecida, metamorfoseada resultando no nascimento da física, conhecida hoje como clássica”⁴⁶. Blay reconheceu que não basta transpôr nos termos do cálculo desenvolvido por Leibniz os conceitos da ciência do movimento, mas somente à luz do cálculo leibniziano e do trabalho de Pierre Varignon entenderemos a verdadeira reconstrução conceitual que conduz a uma reorganização do campo da ciência em torno dos conceitos de velocidade e de força aceleradora a cada instante.⁴⁷ Varignon, depois que assimilou os principais elementos do novo cálculo, dedicou-se ao estudo dos movimentos usando os métodos leibnizianos. Ele construiu, segundo Blay, o algoritmo de uma nova cinemática, o primeiro pertencente ao campo específico da física-matemática⁴⁸. Essa nova algoritmização da ciência⁴⁹ do movimento permitiu, de acordo com as ideias do autor, o surgimento de uma cinemática e, dentro de certa medida, de uma dinâmica no sentido de que é engajada uma reflexão sobre a causa dos movimentos. Mais ainda, o *Mécanique Analytique* de Lagrange apareceu como uma “extraordinária extensão do

⁴⁴ Idem p68

⁴⁵ idem. p7

⁴⁶ Idem p9 . Para entender como isso foi feito ver p 175-196.

⁴⁷ Idem p 279.

⁴⁸ Idem p 197.

⁴⁹ Blay refere-se ao conceito varigniano de velocidade tomada a cada instante que foi expressa através de um quociente usando os conceitos do cálculo desenvolvido por Leibniz.

método varignoniano para toda a mecânica”⁵⁰. Enfim, o livro de Blay mostra como a cinemática e a dinâmica podem ser redutíveis a procedimentos algorítmicos e que as fórmulas finais em que os físico-matemáticos chegaram para resolução de problemas mecânicos são frutos de um trabalho pós-Galileu e de um esforço coletivo, tendo Varignon como figura-chave, para estabelecer os conceitos operacionais da mecânica.

Eduard Dijkterhuis, em seu livro *The Mechanization of the World Picture*, descreveu o quadro filosófico da física clássica em termos da “mecanização da imagem do mundo”, onde explicações teleológicas dos fenômenos naturais eram substituídas por explicações em termos de leis mecânicas e da matemática. Assim, de acordo com essa interpretação, o problema da substância, que diz respeito ao status existencial da realidade material, era resolvido pela física-matemática da teoria mecânica da natureza de Newton. Segundo o autor, que discordaria de Duhem - pois este defendeu, como acima afirmado, que a origem da revolução científica remonta ao século XIV, notadamente com os trabalhos da escola de Jean Buridan - foi através da matematização da natureza que se deu o nascimento da ciência moderna. Mais ainda, Dijkterhuis considerou a mecânica como uma forma especial de descrição matemática da realidade material e salientou ao longo da obra que ela, a mecânica, foi a primeira ciência a ser matematizada.

A essência da tese de Dijkterhuis sobre a mecanização do mundo é que no curso dos setecentos a mecânica se tornou o mais importante modelo para a matematização para outras ciências, tais como a óptica e a eletricidade, por exemplo. Dentre as numerosas modificações que o pensamento científico tem sofrido no curso da história, seria difícil apontar uma, afirma o autor, que tenha um efeito tão vasto e profundo do que a emergência de uma concepção de mundo chamada ‘mecânica’. Foi exatamente essa concepção, afirmou Dijkterhuis, “a primeira a conduzir o método de pesquisa que causou um grande florescimento da ciência física - termo que inclui a ciência dos corpos inanimados: química, astronomia e física - da qual colhemos os frutos até os dias atuais”.⁵¹ Os experimentos como fonte de conhecimento e a formulação matemática como um meio descritivo são alguns dos exemplos citados pelo autor para ilustrar a fertilidade da mecânica. De uma forma radical e bastante segura, Dijkterhuis deu todo o crédito do desenvolvimento tecnológico a essa concepção de mundo e, na sua visão, o verdadeiro

⁵⁰ Idem p 326

⁵¹ Dijkterhuis, E., *The Mechanization of the World Picture. Pythagoras to Newton*. Traduzido para o inglês por C. Dikshoorn, Princeton University Press, 1961, 1969, [1986] . p3

conhecimento científico é o conhecimento de relações quantitativas entre objetos existentes na natureza. Não é possível para nós, segundo o autor, perceber a natureza essencial das coisas. O máximo que podemos alcançar é determinar, tão precisamente quanto for possível, as inter-relações funcionais.

A Mecânica é, para Dijkterhuis, a doutrina dos movimentos dos corpos materiais, mas não só isso. O ‘movimento’ também era um conceito básico na ciência natural peripatética e o processo ao qual o autor se refere para a ‘mecanização’ do mundo não pode ser descrito por meras comunicações que trazem concepções cinéticas. Para uma completa caracterização da Mecânica, precisamos distinguir a ciência clássica da medieval. A diferença entre essas duas “ciências” só fica assim esclarecida, segundo o autor, quando a definição de mecânica como doutrina do movimento incluir características do tratamento matemático. Mas, para Dijkterhuis,

... a mecânica clássica era matemática não somente porque fazia uso de termos matemáticos e métodos para abreviar argumentos que poderiam, se necessário, serem expressos em uma linguagem menos formal. No sentido muito mais restrito e rigoroso, a mecânica possuía conceitos básicos matemáticos e isso foi uma diferença fundamental da ciência medieval. Nesta, em alguns estágios de seu desenvolvimento, vemos a aplicação de métodos matemáticos, mas nenhum de seus representantes atingiram plenamente a introspecção de Galileu quando formulou a sua famosa frase: o livro da natureza está escrito em linguagem matemática.⁵²

Uma interessante conexão entre Dijkterhuis e outros historiadores da mecânica é a importância dada para a primeira lei de Newton: a Lei da Inércia. Dijkterhuis, usando também a concepção de ‘força’ na Segunda Lei de Newton onde é declarado que uma força constante produz constantes acelerações e não um movimento propriamente dito, mostra que, nesse sentido, Galileu não foi quem enunciou a Lei da Inércia, pois, estava limitado pelo conceito criado da inércia circular. Galileu estava ainda preso à concepção aristotélica de “força”, muito embora isso tenha sido mascarado em seu trabalho pelo fato de ele ter aplicado argumentos dinâmicos somente nos casos onde forças “aristotélicas” e, em um sentido anacrônico, “newtonianas” possuíam o mesmo efeito, principalmente quando o período de tempo em que as forças eram aplicadas são iguais.⁵³

Além do que já foi considerado, Dijkterhuis sustentou que o desenvolvimento da mecânica depois do *Principia* mostrou a necessidade de substituir a palavra ‘corpo’ pela palavra

⁵² Idem. p 499.

⁵³ Idem. 333-365

‘ponto material’ na primeira lei de Newton que afirma que “todo corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento uniforme retilíneo ao menos que seja compelido a mudar esse estado por forças impressas sobre ele”⁵⁴. De fato, explicou Dijkterhuis, quando um corpo está livre de influências externas, podemos considerar que o seu centro de gravidade tem um movimento retilíneo e uniforme, mas nada podemos considerar sobre o movimento que o corpo realiza sobre o seu centro de gravidade. Outro ponto que Dijkterhuis ressaltou sobre o mesmo tema é que a formulação da lei da inércia levanta uma importante questão: o que seria um sistema de referência em relação ao qual o movimento de um ponto material livre de influência externa é retilíneo e uniforme? Uma solução consistiria em postular a presença em algum lugar de um corpo sem movimento e imperceptível e fazer referência ao movimento inercial a ele; uma outra, seria substituir a lei da inércia citada acima um sistema de referência em relação ao qual um ponto material livre de influências externas teria um movimento retilíneo e uniforme. O ponto é que, a despeito de suas inconsistências lógicas que serão apontadas ao longo desta tese, Newton acreditou na existência do espaço absoluto e não pareceu ter visto necessidade de efetuar essas mudanças. É verdade que no corolário V dos axiomas, Newton formulou o princípio da relatividade da mecânica clássica que afirma que um infinito número de sistemas inerciais de referências existe, mas isso não nos indica como diferenciar esses infinitos sistemas daquele que está em repouso absoluto. Quanto a isso, Dijkterhuis, afirmou que:

O reconhecimento de que é impossível discriminar entre um movimento absoluto de um translacional relativo não implica que a discriminação entre movimento absoluto e movimento relativo precisa também ser incapaz de ser estabelecido por outros tipos de movimento. De fato, no grande *Scholium* que encerra as Definições é alegado que esta possibilidade existe para as rotações e que o critério necessário é fornecido pelo fenômeno centrífugo.⁵⁵

Dijkterhuis se referiu na citação acima à famosa experiência do balde descrita no *Principia* que “prova” a existência de um movimento absoluto. Esta experiência será discutida em seus detalhes no próximo capítulo. Para finalizar o estudo da obra de Dijkterhuis, que tem a pretensão de deixar clara a postura do autor quanto a fração atribuída à metafísica no desenvolvimento da mecânica, vale ressaltar como ele concluiu a parte de seu livro destinada à

⁵⁴ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte. New York. 1848. p 77. Citado por D.T. Whiteside em *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, Vol 6, Cambridge, 1974, p 83.

⁵⁵ Idem. p 468.

análise da obra de Newton. Dijkterhuis sustentou que um leitor que teve um bom treinamento matemático entende que o que conta na matemática não é somente a eficácia do método desenvolvido, mas também a precisão da motivação de quem o desenvolveu e que o incessante trabalho de fortalecimento dos fundamentos em que “o edifício da matemática se assenta é não menos significativo que o levantamento da superestrutura”. Assim, a atitude crítica em relação ao sistema axiomático de Newton não impede a apreciação de sua importância histórica. O que sempre faltou para a antiga dinâmica, segundo o autor, foi fornecido pelo *Principia*. Desta forma, “uma firme fundação⁵⁶ foi fornecida para o seu desenvolvimento posterior”⁵⁷. Será que os fundamentos matemáticos da Mecânica estavam realmente solidamente assentados? Veremos que nem todos que escreveram sobre a história da mecânica concordaram com Dijkterhuis.

Alexandre Koyrè considerou a matemática não somente como uma descrição da realidade, mas também como uma expressão da sua essência e concordou com Dijkterhuis que a matematização da natureza era a chave para a ciência moderna.⁵⁸ Porém, entre os dois autores há uma diferença quanto ao nascimento da ciência moderna. Vimos que Dijkterhuis considerou a matematização da natureza o verdadeiro marco da nova física como também foi explicitada a importância que ele deu ao *Principia*. Koyré afirmou que não foram proposições como o princípio da inércia ou a segunda lei de Newton que marcaram a transição da ciência medieval para a clássica e sim as novas concepções de ‘movimento’. Esta transição, por sua vez, poderia somente acontecer em um quadro ainda mais amplo da nova concepção de Universo de uma forma geral. No prefácio da obra publicada em 1957 com o título *From the Closed World to the Infinite Universe*, Koyré mencionou que em outro livro - *Études galiléennes*⁵⁹ - ele definiu os modelos estruturais da antiga e da nova concepção do mundo e determinou as mudanças acarretadas pela revolução do século XVII. Essas mudanças, segundo Koyré, se deveram a duas ações fundamentais e estreitamente relacionadas entre si:

⁵⁶ Uma base axiomática

⁵⁷ Idem. p 477

⁵⁸ Cohen, H.F., *The Scientific Revolution. A historiographical Inquiry*, 1994, 79.

⁵⁹ Koyré, A. , *Études galiléennes*, Paris: Hermann, 1939.

(a) a substituição da concepção do mundo como um todo infinito e bem ordenado, no qual a estrutura espacial materializava uma hierarquia de perfeição e valor, por um universo indefinido ou mesmo infinito, não mais unido por subordinação natural, mas unificado apenas por identidade de seus componentes supremos e básicos; e (b) a substituição da concepção aristotélica de espaço, um conjunto diferenciado de lugares intramundanos, pela concepção da geometria euclidiana – uma extensão essencialmente infinita e homogênea -, a partir de então considerada como idêntica ao espaço real do mundo.⁶⁰

Enfim, ‘movimento’ deixou de ser considerado como um processo orientado em nosso Cosmos finito e passou a ser entendido como um estado relativo do corpo em um espaço euclidiano, homogêneo e infinito. Mas, um progresso desimpedido não foi possível, segundo Koyrè, porque os problemas envolvidos na infinitização do universo são por demais profundos e as implicações das soluções demasiados amplas. Embora o autor tenha admitido que, de uma maneira geral, o século XVII sofreu uma revolução e que a ciência moderna é ao mesmo tempo “raiz e fruto”, ele ressaltou que “é impossível separar o aspecto filosófico do puramente científico desse processo”⁶¹, pois um e outro se mostram interdependentes e estreitamente unidos. Assim, a matematização da natureza, a significância das teorias medievais - como a do ímpeto, por exemplo- e/ou o papel do experimento na filosofia de Galileu são fatores menos relevantes que diferenciam a ciência medieval da clássica.

O terceiro ensaio do livro *Études galiléennes* foi dedicado à lei da inércia. Koyré considerou este princípio um evento central para a mudança de visão de mundo que se seguiu com o nascimento da ciência moderna. Isto porque, segundo o autor, para que a lei da inércia seja concebida é necessário que se pense sobre o espaço por duas razões diferentes embora relacionadas entre si: (1) o princípio serviu para Galileu como a principal arma para defender a teoria de Copérnico e (2) ao afirmar a persistência do movimento retilíneo em um espaço vazio, a lei da inércia concebe algo que não seja “real”. Vale observar que Koyré admitiu que Galileu foi o precursor da inércia retilínea, ao contrário do que considerou Dijkterhuis. Este último, como vimos, afirmou que Galileu estava ainda preso na concepção aristotélica de “força”, muito embora tenha sido mascarado em seu trabalho pelo fato de ele ter aplicado argumentos dinâmicos somente aos casos onde forças “aristotélicas” e “newtonianas”, tomadas em um sentido anacrônico, possuíam o mesmo efeito. Para Koyré, a realização do princípio da inércia poderia

⁶⁰ Koyré, A. , *From the Closed World to the Infinite Universe* , Johns Hopkins Press, 1957

⁶¹ Idem. p 13

ser alcançada somente através da conversão do mundo empírico para o mundo matemático. Porém, essa conversão não poderia ser completa, pois, caso o fosse, nenhuma ligação com a realidade permaneceria e, portanto, nada seria explicado.⁶² Para Koyré, quem preparou essa conversão em uma grande extensão sem, contudo, completá-la foi Galileu. Alguns outros discípulos, como Torricelli, afirmaram o princípio totalmente sem ter conseguido alcançar as suas maiores implicações. E, enfim, quem executou a completa conversão, para o filósofo francês, não foi Newton e sim Descartes.⁶³

Há ainda uma outra diferença clara no que pese o papel na matemática para Dijkterhuis e para Koyré. O primeiro, como vimos, considerou que a matemática era um tipo de linguagem que podemos usar para descrever a realidade sem, contudo, penetrar em sua essência⁶⁴, o último admitiu a possibilidade de a matemática expressar a essência da realidade⁶⁵.

Para finalizar, Koyré posicionou-se contra aqueles que defendiam que a ciência dos setecentos e dos oitocentos foi estruturada através de eliminação da metafísica. De fato, para Koyré, a metafísica foi absolutamente indispensável para a ocorrência da Revolução Científica. Porém, até onde foi por nós analisado, há indicações de que, a despeito da atribuição de uma relevância da metafísica no processo de fundamentação da mecânica, Koyré pareceu acreditar numa homogeneidade filosófica pós-Galileu no pensamento daqueles que estruturaram a mecânica. Além dele, analisaremos agora um outro historiador e filósofo americano que atribuiu também uma importância à metafísica: Edwin Arthur Burt. Porém, como veremos a seguir, assim como Koyré, Burt também considerou uma homogeneidade filosófica - pós-Newton - na justificação dos princípios e fundamentos das teorias estabelecidas nos oitocentos.

Para Burt, a matemática era uma linguagem da realidade subjacente ao fenômeno e os fundadores da filosofia da ciência estavam absortos no estudo matemático da natureza. Burt ressaltou que devemos lembrar de que o homem não pode se dedicar a um trabalho intelectual

⁶² Cohen, H.F., *The Scientific Revolution. A historiographical Inquiry*, 1994, p77.

⁶³ Koyré, A., *Metaphysics and Measurement: Essays in Scientific Revolution*. London: Chapman & Hall, 1968. P1-15.

⁶⁴ Dijkterhuis, E., *The Mechanization of the World Picture. Pythagoras to Newton*. Traduzido para o inglês por C. Dikshoorn, Princeton University Press, 1961, 1969, [1986] .p 499-500.

⁶⁵ Koyré, A. , *Do Mundo Fechado ao Universo Infinito*, traduzido para o português por Donaldson M. Garschgen, Título original: *From the Closed World to the Infinite Universe* , Forense Universitária, 3ª edição, 2001, pp 214-219, 259.

profundo tendo em vista “distrações sedutoras” – características não-matemáticas do corpo e da realidade - que deveriam ser simplesmente negadas. Então, segundo Burt, para prosseguirmos com segurança nas realizações revolucionárias é necessário que se atribua uma realidade independente para as entidades em termos das quais tentamos explicar o mundo. Por isso, os fundadores da filosofia da ciência “tendiam a evitar cada vez mais a metafísica, até onde podiam; quando não puderam evitá-la, ela tornou-se um instrumento para a sua ulterior conquista matemática do mundo”⁶⁶. Dijksterhuis não afirmou nada sobre a metafísica, mas certamente – pela citação acima - não discordaria de Burt que apontou que o âmago da nova metafísica da ciência moderna encontrar-se-ia na “atribuição de realidade fundamental e eficácia causal ao mundo da matemática, identificado com o reino dos corpos materiais que se move no espaço e no tempo”⁶⁷.

Burt restringiu a análise da “nova metafísica da ciência moderna” ao *Principia* de Newton esclarecendo como se deu a mudança no pensamento sobre o problema da causalidade. De um lado, temos a posição teleológica da filosofia aristotélica e do outro, a posição mecânica cuja ascensão e importância foi exaltada na obra de Burt. As premissas fundamentais foram que todas as causas e efeitos são redutíveis ao movimento dos corpos no tempo e no espaço e são equivalentes matematicamente em termos das forças enunciadas, ou melhor, a tarefa da ‘explicação’ torna-se a de análise dos movimentos das massas e explicar um determinado fenômeno é descobrir algum outro evento equivalente matematicamente que possibilite a previsão exata do anterior ou a ocorrência do posterior. Assim, Burt concluiu que a visão newtoniana do mundo foi “um corolário metafísico mensuravelmente lógico desta premissa, com respeito à natureza da explicação (...)”⁶⁸.

Ernst Cassirer desenvolveu uma leitura detalhada da revolução científica como um todo, em termos da ideia de que a aplicação profunda da matemática à natureza (a chamada ‘matematização da natureza’) é a realização central e primordial desta revolução. No capítulo II do livro *Das Erkenntnisproblem*⁶⁹, Cassirer tratou do nascimento da ciência exata. Usando o

⁶⁶ Burt, E.A., *The Methaphysical Foundations of Modern Physical Science*, Dover Publication, 1924, p241.

⁶⁷ Idem, p 239.

⁶⁸ Idem. p 243.

⁶⁹ Cassirer, E., *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna, I: el renacer del problema del conocimiento, el descubrimiento, del concepto de la naturaleza, los fundamentos del idealismo*. Traduzido para o espanhol por Wenceslao Roces. Título Original: *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neuen Zeit, I*. Primeira edição alemã em 1906. 1953, [2004]

exemplo de um corpo em queda, o filósofo explicitou que a aceleração de queda pode ser explicada da mesma forma que um ser humano procura se esquivar de uma situação desagradável. Assim, os corpos tendem a acelerar o movimento em direção ao centro da Terra porque se sentem em uma ação onerosa. A ciência, para Cassirer, começa com a solução deste problema, a dizer, a aceleração não passa a ser mais estudada como um estado interior dos corpos e sim como uma relação e uma lei puramente numérica que deve ser entendida e exposta independentemente das “substâncias” em que se manifesta. A trama confusa das sensações, disse Cassirer, não pode ser diretamente objeto de investigação. Assim, o problema que promove a ciência nasce com a “redução das coisas existentes a funções e aos processos matemáticos”.⁷⁰ A nova maneira de apreciar a realidade levou, segundo o filósofo, a uma reforma da lógica. Isso pode ser comprovado, continuou Cassirer, à luz do problema fundamental que aparece no centro de tudo que está relacionado com o nascimento e o desenvolvimento da nova concepção de natureza:

O esforço para estabelecer novos princípios da investigação coincide no tempo e quanto ao conteúdo com o esforço para estabelecer uma moderna concepção astronômica do Universo. Ambos os problemas são condicionados entre si, necessário e interiormente: em Galileu, acima de tudo, podemos observar como a defesa do sistema copernicano torna-se para ele o centro e a alavanca de todos os pontos de vista abstratos que foram chegando no campo da mecânica e da filosofia.⁷¹

Usando Galileu como exemplo, Cassirer concluiu que imagem moderna do mundo não foi alcançada pelos nossos sentidos e sim pela elaboração de recursos racionais e matemáticos do conhecimento. Ou melhor, “a apreensão da realidade é alcançada através de uma série de ligações que só podem ser creditadas ao pensamento, nunca à percepção direta”.⁷²

No *Das Erkenntnisproblem*, percebemos como Cassirer interpretou o nascimento da lei da inércia: para ele, o descobrimento desta lei segue intimamente unido ao que foi o ponto de partida e o pensamento fundamental das investigações de Galileu. Para o filósofo natural italiano,

⁷⁰ Idem. p 291

⁷¹ Idem p 292.

⁷² Idem p293.

o movimento era um conceito matemático “tão plenamente válido e legítimo como o triângulo ou a pirâmide”⁷³. Portanto,

... negar a possibilidade de aplicar as conclusões geométricas às mudanças empíricas é algo tão ridículo como seria afirmar que as leis da aritmética falham quando se trata de contar uma quantidade concreta.⁷⁴

A discussão se a lei da inércia possui uma origem ‘empírica’ ou ‘apriorística’ constitui, para Cassirer, uma disputa ociosa. Na história do problema do conhecimento, destaca-se decisivamente uma nova antítese fundamental depois da criação do sistema de Galileu que foi “totalmente baseado na interdependência da experiência e da razão”. A disputa entre o ‘empirismo’ e o ‘racionalismo’ perde espaço para uma outra ainda mais profunda: o de saber se há de começarmos pelas ‘coisas’ ou pelas ‘relações’ entre elas. Enfim, “frente à concepção *substancial* do universo, surge uma concepção nova, baseada no conceito de *função*”⁷⁵. Ao formular as leis, afirmou Cassirer, podemos abstrair não somente sobre a natureza, mas também sobre a existência das coisas concretas, assim:

... um objeto empírico concreto só é o que é pela situação específica que ocupa no espaço e por sua posição no conjunto do universo; e, havendo compreendido assim que seu lugar real e seu movimento real não podem ser determinados nunca pela percepção direta, mas somente a base de uma série de complicadas conclusões, nos damos conta de que tão pouco é possível chegar a penetrar no verdadeiro ser dos objetos por outro caminho.⁷⁶

Em *The Philosophy of Symbolic Forms*, Cassirer não parece ser tão incisivo quanto ao melhor “caminho” para conhecermos sobre o verdadeiro ser dos objetos. Neste livro, ele defendeu a tese que não só o conhecimento científico é um conhecimento simbólico, mas todo conhecimento e toda relação do homem com o mundo se dá no âmbito das diversas “formas simbólicas”. A ciência, para Cassirer, passou a ser entendida como uma “construção” simbólica em meio a outras. Nessa perspectiva, perde seu caráter universal e necessário e se coloca no mesmo patamar de outros conhecimentos simbólicos. Diante da impossibilidade de dar uma interpretação mecânica às teorias de Maxwell, na segunda metade do século XIX, as teorias científicas não têm mais uma correspondência imediata com a realidade sensível. Desta forma,

⁷³ Idem p 361

⁷⁴ Idem p362

⁷⁵ p 368

⁷⁶ p 375

conceitos como átomo, massa e força, por exemplo, não existem de fato na realidade, mas são construções conceituais que visam interpretar o real. Considerando que a “realidade” é uma construção simbólica e que existem várias formas de construir simbolicamente a realidade, daí se segue, para o filósofo alemão, que existem várias formas de objetividade. Cassirer, assim, interpretou os modelos mecânicos da ‘física clássica’ como analogias heurísticas: a representação da natureza essencial das substâncias foi substituída pela elaboração de relações ‘funcionais’ entre entidades materiais, isso significa que objetividade não pode mais ser identificada com o conceito de substância ou com um ser sensível pré-existente, mas, sim, como uma forma de construir e de interpretar o mundo simbolicamente.⁷⁷

Afastando-se da obra de Cassirer, que buscou explicar a estrutura cognitiva da física clássica em termos do abandono do interesse da natureza essencial dos corpos materiais em favor da expressão matemática de determinadas grandezas, no livro *Identité et Réalité*, publicado pela primeira vez em 1908, de Émile Meyerson, encontramos a ideia de que a representação da realidade física desempenha um papel essencial no quadro explanatório das teorias da física clássica.⁷⁸ Meyerson examinou as conquistas da ciência para determinar a natureza psicológica do pensamento científico. Seu estudo empírico das teorias científicas propõe que dois princípios inerentes à razão regulam a forma dos cientistas conceberem a realidade, ou seja, ele diferencia dois modos de explicação opostos: o “modo de lei” e o “modo de causa”. Cada um desses modos tem raízes filosóficas. De forma resumida, as leis explicativas podem ser entendidas como algo que permanece imutável a despeito de tantas mudanças observáveis, ou seja, os fenômenos estão relacionados de uma certa maneira. Uma adequada lei explicativa, então, é produzida ao mostrar que um fenômeno-alvo é uma consequência de uma regra aceita, ou melhor, uma bem estabelecida lei da natureza. O “modo de lei”, enfim, pressupõe uma regularidade na natureza.

A explicação causal foi interpretada por Meyerson através da discussão do Princípio da Razão Suficiente⁷⁹ de Leibniz. Meyerson observou que “nós vemos que o princípio de Leibniz

⁷⁷ Cassirer, E., *The Philosophy of Symbolic Forms*, Vol 3, *The Phenomenology of Knowledge*. London, 1957. Citado por Skidelsky, E. in *Ernst Cassirer: the last philosopher of culture*, Princeton University Press, 2008. pp 115-122.

⁷⁸ Meyerson, E., *Identity ad Reality*, traduzido para o inglês por K. Loewenberg, London, 1908,[1930].

⁷⁹ De uma forma geral e bastante resumida, o Princípio da Razão Suficiente afirma que nada existe sem razões determinativas para ser como é e não de outro modo.

nos remete à bem conhecida fórmula seguida pelos escolásticos: *causa aequat effectum*".⁸⁰ A ciência, afirmou Meyerson, tenta explicar o fenômeno e esta explicação consiste em identificar o antecedente e o conseqüente de um evento. Assim, "o princípio da causalidade não é outro senão o princípio da identidade aplicado à existência dos objetos no tempo".⁸¹

Meyerson refletiu sobre os esquemas que a razão segue ao constituir as imagens da realidade, e defendeu a tese de que a estrutura conceitual da 'física clássica' não podia ser descrita de forma satisfatória em termos do domínio nos modos 'funcionais' sobre os 'substanciais' de representação, ou seja, ele conjecturou sobre a insuficiência das concepções apriorística e empirista no que concerne à aquisição de novos conhecimentos, em particular da matemática, e ao conhecimento dos 'verdadeiros domínios da reflexão matemática'.⁸²

Alfred North Whitehead em *Science and the Modern World*⁸³ explicou que a irrupção científica do século XVII foi causada por três fatores principais: o aparecimento da matemática, a crença instintiva em uma ordem detalhada da natureza e o desenfreio do racionalismo da Idade Média. Por tal racionalismo, entende-se que "o caminho para a verdade estendia-se predominantemente através da análise metafísica da natureza das coisas"⁸⁴ e a reviravolta histórica se caracterizou pelo abandono definitivo desse método pelo apelo à experimentação e ao método indutivo do raciocínio. A ciência estava se tornando primordialmente quantitativa, os homens eram encorajados a procurar elementos mensuráveis entre os fenômenos para só depois buscarem as relações entre as medidas das quantidades físicas encontradas. No final do século XVII, disse Whitehead, a ciência acabou sendo fundada sobre a "satisfatória base da medição" e o século XVIII na Europa foi caracterizado como sendo a completa "antítese da idade Média"⁸⁵.

A característica apontada por muitos historiadores da ciência sobre o que diferencia a mecânica aristotélica da 'mecânica clássica' é a matematização de alguns conceitos tendo o

⁸⁰ Idem p 29

⁸¹ idem p 43

⁸² Meyerson, E., *Identity ad Reality*, traduzido para o inglês por K. Loewenberg, London, 1930.

⁸³ Whitehead, A.N., *Science and the Modern World*. paperback, Free Press (Simon & Schuster), 1997. Traduzido para o português por: Hermann Herbert Watzlawick com o título *A Ciência e o Mundo Moderno*, Paulus, 2006.

⁸⁴ Idem. P57

⁸⁵ Idem. P 77

Principia como base ou como um fim. Porém, essa opinião não é um consenso na historiografia. Em 1968, Truesdell⁸⁶ chamou a atenção para o desenvolvimento da mecânica racional⁸⁷ e de seus princípios. Truesdell atacou diretamente a ideia de que o *Principia* era suficiente para o desenvolvimento da mecânica racional, pois, Newton deixou muitos problemas sem solução e a dificuldade estava na inadequação da matemática que ele usou. As três leis de Newton, na forma em que elas foram apresentadas, eram insuficientes para resolver problemas mais complicados como o problema de três corpos. Para Truesdell, a causa dessa dificuldade era a incapacidade de escrever equações diferenciais para sistemas mecânicos.⁸⁸

De fato, correspondências em 1730 trocadas por Euler, John Bernoulli e Daniel Bernoulli mostram que eles buscavam “novos princípios” para explicar o movimento de um corpo rígido, pois os princípios enunciados por Newton eram insuficientes.⁸⁹ O problema era a dificuldade em descrever o movimento de um corpo rígido cujo eixo não se restringia a uma linha num só plano. Euler dedicou-se a solucionar este caso, analisando as pequenas vibrações de um corpo flutuando na água, ele entendeu que todo corpo rígido possuía três eixos ortogonais e em torno de qualquer um deles o corpo pode oscilar com movimentos infinitesimais. O artigo “*Descoberta de um Novo Princípio da Mecânica*”⁹⁰ tratou de um problema geral de rotação de um corpo rígido. Nesse artigo, Euler afirmou que as equações de rotação por ele encontradas são “Novos Princípios”, sem dar nenhum crédito a Newton. Houve realmente algum novo princípio ou ele se baseou apenas em leis já existentes?^{91,92} Para Truesdell, Newton apenas começou a formular os

⁸⁶ Truesdell, C., *Essays in the History of Mechanics*. New York, Springer- Verlag, 1968.

⁸⁷ As ideias desenvolvidas por Galileu, Huygens, Descartes e Newton apresentavam aos filósofos naturais e matemáticos até o final do século XVII, pontos que não estavam perfeitamente claros e concatenados. Houve, a partir do século XVIII, um trabalho de organização dessas contribuições que permitiu o desenvolvimento de novas formulações da teoria da mecânica. Essas formulações constituem a chamada mecânica analítica ou mecânica racional.

⁸⁸ Idem p 260

⁸⁹ Truesdell, C., *Essays in the History of Mechanics*. New York, Springer- Verlag, 1968.

⁹⁰ Euler,,L., “*Découverte d’un Nouveau Principe de Mécanique*”, Opera omnia II,5, pp. 81-108, 1750.

⁹¹ De fato, para este caso, Euler deduziu as chamadas “equações de Euler”, usando as equações de movimento de translação. Sendo assim, o ano em que as “Equações Newtonianas” foram publicadas, não foi 1687 e sim 1747, pelas mãos de Euler. Somente sessenta anos depois do *Principia*, uma forma geral para resolver um sistema dinâmico foi encontrada. Ninguém duvidava que a segunda lei de Newton estivesse correta, embora, ela não fosse usada para resolver problemas.

princípios, ou seja, as suas três leis, que foram finalizados mais tarde com Euler. “Quem foi o primeiro a ter a ideia que as equações “newtonianas” bastavam como a base da mecânica?”, pergunta Truesdell e ele responde a seguir: “Certamente nenhum dos criadores da mecânica, exceto, talvez, o próprio Newton”⁹³. Enfim, Truesdell sustentou que a Revolução Científica não estava completa com o *Principia* de Newton. Para ele, a mecânica considerada do ponto de vista matemático apenas acabara de nascer e no *Essays in the History of Mechanics*, Truesdell dedica-se a mostrar como a parte matemática foi desenvolvida, porém, nenhuma discussão filosófica é levantada ao longo da obra.

Thomas L. Hankins, em *Science and the Enlightenment*⁹⁴ publicado em 1985, procurou mostrar que o triunfo da matemática durante o Iluminismo pode ser avaliado através dos testemunhos dos matemáticos que a ajudaram a se estabelecer. Hankins conta que em 1781, Joseph-Louis Lagrange escreveu ao seu mentor Jean d’Alembert que receava que a matemática tivesse atingido o seu limite e usa este fato para interrogar por que razão os matemáticos do século XVIII, que tinham testemunhado ao longo de suas vidas o extraordinário sucesso da sua disciplina, estavam tão inseguros em relação ao futuro dessa ciência. A análise⁹⁵ era vista como um método de resolução de problemas matemáticos, reduzindo-os a equações e Hankins admitiu que Lagrange não errava ao temer o seu esgotamento, pois, “sem a infusão de novas ideias provenientes de outros campos da matemática até então desconhecidos, a “análise”, como eles a entendiam, estava próxima do fim”⁹⁶. O deslocamento da importância dada pela matemática da geometria para a análise foi, em grande parte, segundo Hankins, provocado pela determinação para resolver problemas da mecânica. De fato, o cálculo, por exemplo, havia sido criado para investigar o fenômeno do movimento, e as novas técnicas matemáticas descobertas no século XVIII eram, como mostrou Truesdell, todas elas (senão a maioria) respostas aos desafios

⁹² Penha Maria mostrou em seu artigo intitulado “ $F=ma$?!! O nascimento da lei dinâmica” como Euler aplicou o *Teorema de Galileu* sem invocar as equações de Newton parecendo fazer uma analogia com a gravitação em cada instante tomado isoladamente [Dias, P.M.C., $F=ma$?!! O nascimento da lei dinâmica, *Revista Brasileira de Ensino da Física*, v. 28, n.2, p2005-234, 2006].

⁹³ Idem. p 268

⁹⁴ Hankins, Thomas L., *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1985.

⁹⁵ A análise incluía a álgebra, mas recorria sobretudo ao cálculo diferencial e integral e às suas aplicações à mecânica.

⁹⁶ Idem 20.

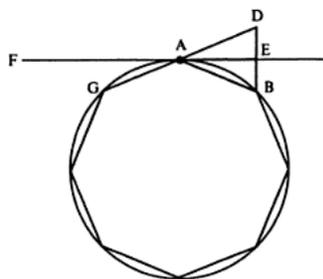
levantados pela mecânica. Não foi sem motivo que Truesdell considerou a “mecânica racional” como uma ciência matemática e ainda, que não diferia em essência de nenhum outro campo da matemática.⁹⁷

Hankins citou um exemplo que esclarece a relação entre a matemática e a mecânica dos setecentos: trata-se do problema do traçado das tangentes a uma curva.⁹⁸ Se a curva for considerada a trajetória de um ponto material, a tangente será a direção do movimento da partícula no ponto tangente. Mas, podemos analisar o problema sobre o ponto de vista estritamente matemático. Leibniz, explica Hankins, no seu cálculo diferencial e integral, subdividiu a curva em numerosos e muito pequenos segmentos de reta, assim, à medida que o número de lados do polígono aumenta, este aproxima-se cada vez mais da curva. Deste modo, segundo o ponto de vista matemático, podemos definir a tangente em qualquer ponto da curva como sendo a extensão do lado do polígono cujo vértice se encontra nesse ponto. Um problema emergiu quando esse método para traçar a tangente foi utilizado para descobrir a lei da força centrípeta e só foi resolvido no momento em que a derivada substituiu o diferencial como conceito fundamental do cálculo⁹⁹. Ou seja, primeiro era preciso se resolver o problema matemático da definição da tangente, para depois abordar adequadamente o problema físico da força centrípeta. Por que Hankins citou esse exemplo? A mecânica de Descartes baseava-se no

⁹⁷ Truesdell, C., *Essays in the History of Mechanics*. New York, Springer-Verlag, 1968. p335

⁹⁸ Hankins, Thomas L., *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1985. p22.

⁹⁹



Uma esfera deslocando-se ao longo da “curva poligonal” seguiria a reta AD se largada. Uma esfera movendo-se ao longo da “curva rigorosa” seguiria a tangente AE . O deslocamento em relação ao círculo será DB ou EB , consoante a curva assumida. Mas DB é sempre duas vezes superior a EB , mesmo quando a “curva poligonal” se aproxima cada vez mais da “curva rigorosa”. D’Alembert tentou resolver esse paradoxo, afirmando que, no caso da “curva poligonal”, a força centrípeta deveria ser considerada como uma série de impulsos discretos, um em cada vértice do polígono, enquanto que no caso da “curva rigorosa”, a força centrípeta deveria ser considerada como um impulso contínuo. O deslocamento DB da tangente para a curva poligonal seria então percorrido em movimento uniforme, e o deslocamento EB , em movimento acelerado. Com essa pressuposto, os deslocamentos DB e EB seriam percorridos no mesmo período de tempo.

impacto, mas os matemáticos dos setecentos que aceitavam a ideia de corpos perfeitamente rígidos não eram necessariamente discípulos de Descartes. D’Alembert e Pierre-Louis Moreau de Maupertuis, por exemplo, aceitavam o conceito de corpos perfeitamente rígidos, já Leibniz e Euler não. D’Alembert tentou resolver o dilema construindo uma mecânica baseada somente em movimentos e “eliminando completamente as forças”, em contrapartida, Euler reconhecia a necessidade do conceito de força e insistia que qualquer alteração no movimento deveria ser contínua, procurando, no entanto, “não se envolver nas complexidades metafísicas deste tema”. A solução de Leibniz para o problema “era não só negar a existência de corpos rígidos, como também negar que a matéria tivesse qualquer significado real”¹⁰⁰. Esse, enfim, é um exemplo de como o entendimento sobre um problema matemático e mecânico pode estar indissolúvelmente ligado à questões metafísicas.

De uma forma geral, em *Science and the Enlightenment*, Hankins mostrou que a história da ciência natural no século XVIII é mais que a soma das histórias nas ciências tomadas individualmente indicando que as conexões entre as disciplinas que começam a nascer estão presentes no próprio conhecimento, ou seja, as mudanças operadas na categorização das ciências durante o Iluminismo refletiam as mudanças na forma de encarar a natureza e o estudo sobre ela. Um dos mais importantes desenvolvimentos do século XVIII, de acordo com Hankins, foi a formação de novas categorias do conhecimento científico que aconteceu durante o Iluminismo. Por exemplo, a “física” no início do Iluminismo incluía fenômenos vivos e inanimados e, nesse sentido, a medicina e a fisiologia faziam parte da física; uma grande parte do que hoje chamamos física era, no século XVIII, designado por “matemáticas mistas” que incluíam a astronomia, a ótica, a estática, a hidráulica entre outras ‘ciências’; a química entrava no domínio da história natural que descrevia as formas da natureza, mas também se confundia com a física através do estudo do calor; as designações ‘zoologia’, ‘botânica’ e ‘geologia’ já eram familiares; enfim, todas essas categorias começavam a integrar o sistema que hoje nos é familiar. Nesse sentido, o Iluminismo é considerado um período de transição, pois, até então não havia uma distinção clara sobre o enfoque dado por qualquer tipo de conhecimento.

Dentre todos os livros analisados, dois nos pareceram ser os mais interessantes no que diz respeito ao tema principal deste trabalho. Esses livros são: *What Was Mechanical About*

¹⁰⁰ Idem. p 25.

Mechanics de J. Christiaan Boudri¹⁰¹ cujo título foi por sua vez inspirado na obra de Dijksterhuis *The Mechanization of the World Picture*, já citada anteriormente, e *Metaphysics and Natural Philosophy*¹⁰² escrito em 1982 por Peter H. Harman.

Na obra de Harman, ele buscou mostrar que as opiniões metafísicas¹⁰³ relativas à natureza da realidade eram fundamentais para o estabelecimento de novas teorias e que a estrutura da filosofia natural do século XIX¹⁰⁴ não poderia ter sido realizada em conformidade com os princípios metafísicos do século XVII. Isso nos leva a perguntar se não só a filosofia natural do século XIX, mas também a do século XVIII poderiam ser elaboradas tomando como base os princípios metafísicos - que sequer foram um consenso - desenvolvidos desde o século XVII. Para citar alguns exemplos dos princípios metafísicos aos quais nos referimos temos o status do conceito de força e inércia, o entendimento da ação à distância e o problema da passividade e atividade da matéria. Boudri, por sua vez, é estritamente focado no século XVIII e vemos que o autor de *What Was Mechanical About Mechanics* concordou com a opinião de Truesdell de que os fundamentos da mecânica clássica não estavam ainda completos no século XVIII, mas acrescenta em relação a este último que os fundamentos não eram somente matemáticos, mas também metafísicos. Boudri aponta que pelo fato da separação entre filosofia e ciência natural ter acontecido no âmbito da discussão sobre o conceito de 'força', a 'força' - que antes dos setecentos era considerada causa de um efeito e depois passa a ser *definida* como um efeito expresso por uma equação - será a responsável pelas conexões apontadas por Hankins entre as disciplinas que começavam a nascer entre as várias ciências. Segundo Boudri,

... as conexões entre as várias disciplinas que Hankins aponta levam a suspeitar que essas conexões estão presentes no próprio conhecimento. Como esse livro irá mostrar, o conceito de força mecânica é uma riqueza para tais conexões, ambos no nível das

¹⁰¹ Boudri, J. Christian. *What Was Mechanical About Mechanics: the Concept of Force Between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange*, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2002

¹⁰² Harman, Peter M. *Metaphysics and Natural Philosophy. The Problem of Substance in Classical Physics*. The Harvester Press. Sussex. New Jersey, 1982.

¹⁰³ *Metafísica* aqui é usada como definida por Harman: um esforço para justificar a base racional conceitual de uma teoria científica invocando axiomas como a lei da causalidade ou critério de simplicidade, analogia ou continuidade. Em suma, um esforço para justificar a inteligibilidade de uma teoria por um esclarecimento do significado do conceito de força e matéria.

¹⁰⁴ James Clerk Maxwell, que estabeleceu uma forma final à teoria moderna do eletromagnetismo, que une a eletricidade, o magnetismo e a óptica, enfatizou a disjunção entre o formalismo matemático e as hipóteses físicas, uma distinção que é básica para sua interpretação do papel das analogias mecânicas e sua explicação para o status conceitual da matéria como entidade matemática no lugar de uma realidade substancial.

próprias disciplinas e no nível específico do conhecimento científico. Isso ocorre precisamente porque a fissura que estava sendo desenvolvida entre filosofia natural e ciência natural foi através do conceito de força.¹⁰⁵

Ou seja, quando Hankins defendeu em *Science and the Enlightenment* que as mudanças operadas na categorização das ciências durante o Iluminismo refletiam as mudanças na forma de encarar a natureza e o estudo sobre ela¹⁰⁶, o autor indicou que alguma questão fundamental perpassava todas as disciplinas que estavam começando a surgir no século das Luzes. Boudri não somente concordou com Hankins como apontou que foi através do conceito de ‘força’ que as várias disciplinas foram conectadas. Analisando como o conceito de ‘força’ se transformou uma função de coordenadas no espaço e no tempo, Boudri mostra como a “metafísica substancial” foi substituída por uma “metafísica estrutural”. Assim, os conceitos mecânicos não precisam ser considerados como algo que se refere às substâncias individuais, mas as estruturas espaço-temporais em que essas substâncias são incorporadas sem que seja necessário discutir o significado das mesmas.

Considerações finais:

Segundo grande parte da historiografia aqui levantada os principais temas metafísicos¹⁰⁷ discutidos na formação da mecânica foram dois: (1) o papel da matemática no estudo da natureza, (2) o status atribuído ao nascimento da lei da inércia. Blay contou-nos uma história da mecânica entre Galileu e Lagrange mostrando que a questão essencial foi a algoritmização da ciência do movimento, pois, as questões que nos remetem a essa ciência podem ser reduzidas, de acordo com Blay, a questões de cálculo, ou melhor, as pesquisas dessa ciência consistem em saber como manipular através de cálculos as grandezas cinemáticas, tais como, a velocidade e a aceleração. Mach, como vimos, a despeito de querer erradicar a metafísica da ciência, discutiu se o Princípio da Inércia pode ou não ser considerado um axioma para a mecânica e considerou que a matemática faz parte de um processo de formalização, mas que aparece somente após a

¹⁰⁵ Boudri, J. Christian. *What Was Mechanical About Mechanics: the Concept of Force Between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange*, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2002, p 14

¹⁰⁶ Idem, p 14.

¹⁰⁷ Aqui tomado não no sentido de tratar da busca para descobrir os princípios e os fundamentos básicos da realidade, mas sim de uma **busca pelos fundamentos e pelos limites da mecânica**, conforme esclarecido na introdução.

descoberta de um fenômeno que se repete na natureza; Duhem, através da metáfora do edifício empregada em seu livro *L'Évolution de la Mécanique*, sustentou que nenhum sistema mecânico desapareceu sem deixar alguma herança e, ainda que tenha afirmado que as “verdades ocultas” devem ser consideradas como uma propriedade inerente à matéria, não mostrou como elas foram discutidas ao longo da construção do “edifício”. Dijksterhuis defendeu que a “mecanização” do mundo só é entendida se considerarmos que os próprios conceitos básicos da mecânica são matemáticos e, apesar de discutir a lei da inércia à luz da impossibilidade da existência do espaço absoluto indica que os fundamentos matemáticos da mecânica estavam devidamente assentados. Koyré admitiu que os problemas envolvidos na infinitização do universo possuem aplicações e questionamentos por demais amplos e sobre a realização do princípio da inércia afirmou que esta só poderia ser alcançada através da conversão do mundo empírico em matemático, curiosamente, Koyré deu os créditos a Descartes e não a Newton para tal conversão; Burt defendeu que o cerne da nova metafísica da ciência moderna está na eficácia da matemática, mas restringiu a análise dessa nova metafísica ao *Principia*. Cassirer, tomando Galileu como exemplo, conclui que a imagem moderna do mundo foi conquistada não pelos nossos sentidos e sim pelo desenvolvimento dos recursos racionais e matemáticos do desenvolvimento. Meyerson questionou e julgou insuficientes as concepções apriorística e empirista na aquisição do conhecimento ao estudar a natureza psicológica do pensamento científico. Whitehead assegurou que a ciência ao longo dos setecentos foi primordialmente quantitativa e foi fundada sobre a base da medição. Truesdell sustentou que a Revolução Científica não estava completa com o *Principia*, porém, não realizou nenhuma discussão filosófica sobre o tema. Hankins, enfim, usou alguns exemplos discutidos pelos matemáticos que ajudaram a fundamentar a mecânica com o intuito de esclarecer como um entendimento sobre um problema mecânico pode estar ligado fortemente às questões metafísicas.

Como afirmado no início deste capítulo, a ‘Física Clássica’ é por vezes considerada como filosoficamente homogênea e sinônimo de ‘Física Newtoniana’ e não nos faltam autores que corroboram essa ideia. É ponto pacífico que, de uma forma geral, a filosofia mecanicista exigia que as mudanças observadas no mundo natural fossem explicadas apenas em termos de movimento e de rearranjos das partículas da matéria, uma vez que os predecessores dos filósofos iluministas conseguiram, em parte, eliminar da filosofia natural o conceito de causas finais e a

maior parte dos conceitos aristotélicos de forma e substância, por exemplo. Porém, ainda que aceitemos que na ciência moderna a metafísica encontra-se em uma atribuição de realidade fundamental e eficácia causal ao mundo da matemática, identificado com o reino dos corpos materiais que se move no espaço e no tempo, como já afirmado na introdução, os filósofos mecanicistas divergiam também sobre as causas do movimento e para cada posição tomada sugeria reflexões filosóficas que ultrapassavam os limites das ‘ciências da natureza’. Harman e Boudri concordariam com essa objeção. No entanto, a despeito de Harman ter mostrado que as opiniões metafísicas relativas à natureza da realidade eram fundamentais para o estabelecimento de novas teorias, ele o fez tomando como base o século XIX e não o XVIII como é a pretensão desta tese. Boudri tem o seu livro voltado para os oitocentos; porém, este autor, que julga que os fundamentos não só matemáticos, mas também metafísicos da mecânica clássica não estavam completos no século XVIII, discute em sua obra três pontos: (1) a controvérsia sobre a verdadeira medida da conservação da força viva, (2) a controvérsia sobre o princípio da mínima ação, (3) a competição que ocorreu na Academia de Berlin sobre o fundamento da ‘força’. O trabalho de Boudri, no entanto, não esclarece a nossa pergunta, a saber: “O que permanece de Metafísica na Mecânica do século XVIII?”, pois carece de uma discussão mais detalhada em alguns pontos que procuraremos discutir aqui.

Acreditando que os conceitos básicos da mecânica não se tornaram somente mais precisos no curso de seu desenvolvimento e que houve algo, além da matematização dos fenômenos físicos, considerados em última instância a essência da “metafísica estrutural” assinalada por Boudri, pretendemos agora esclarecer como se deu a participação construtiva da metafísica que permitiu a emergência da matemática e da idealização de alguns experimentos e princípios.

2 A MECÂNICA, A MATEMÁTICA E A RAZÃO NO SÉCULO XVIII

Como já dito na introdução, ao contrário do período precedente de criação da chamada ciência moderna, o século XVIII parece, segundo alguns historiadores da ciência, não desempenhar um papel fundamental no desenvolvimento da física.¹⁰⁸ Quanto ao desenvolvimento da matemática no século XVIII, que inclui a mecânica racional, Struik afirmou¹⁰⁹: “A produtividade matemática no século XVIII se concentrou no cálculo e sua aplicação na mecânica”. Mas, como os problemas de Mecânica se conformaram com o tratamento dado pela matemática?

De acordo com alguns historiadores e filósofos da ciência, o problema da substância relativo ao *status* existencial da realidade material, fora resolvido pela versão físico-matemática da teoria mecânica da natureza formulada por Newton. No capítulo anterior, listamos vários autores e suas respectivas opiniões sobre o papel da matemática e da metafísica na formulação e estruturação da mecânica racional; a título de recordação, para que continuemos a nossa pesquisa, relembremos a opinião de alguns deles: Eduard Dijkterhuis e René Dugas afirmaram que na formulação da mecânica racional ocorreria uma eliminação gradual da metafísica. Ernst Cassirer afirmou que a representação da natureza essencial das substâncias fora substituída pela elaboração de relações ‘funcionais’ entre entidades materiais¹¹⁰. Émile Meyerson refletiu sobre a insuficiência das concepções apriorística e empirista no que concerne à aquisição de novos conhecimentos, em particular da matemática¹¹¹. Para Erwin Burtt, o âmago da nova metafísica da ciência moderna encontrar-se-ia na “atribuição de realidade fundamental e eficácia causal ao mundo da matemática, identificado com o reino dos corpos materiais que se move no espaço e no tempo”¹¹². Alexandre Koyrè considerou a matemática não somente como uma descrição da realidade, mas também como uma expressão da sua essência¹¹³. Alfred North Whitehead

¹⁰⁸ Mason, Stephen, *A History of Sciences*, Collier Books, 1956, 279-288 e 289-301.

¹⁰⁹ Struik, D.J., *A Concise History of Mathematics*, Dover Books on Mathematics, 1948, 1967,[1987], cap VII

¹¹⁰ E. Cassirer, *The Philosophy of Symbolic Forms*, Vol 3, *The Phenomenology of Knowledge*. London, 1957. Citado por Skidelsky, E. in *Ernst Cassirer: the last philosopher of culture*, Princeton University Press, 2008. pp 115-122.

¹¹¹ Meyerson, E., *Identity ad Reality*, traduzido para o inglês por K. Loewenberg, London, 1930.

¹¹² Burtt,E.A., *The Methaphysical Foundations of Modern Physical Science*, Dover Publication, 1924, 239.

¹¹³ Cohen, H.F., *The Scientific Revolution. A historiografical Inquiry*, The University of Chicago Press, 1994, 79.

explicou que a ciência tinha se tornado primordialmente quantitativa, os homens eram encorajados a procurar elementos mensuráveis entre os fenômenos para só depois formularem as relações entre as medidas das quantidades físicas encontradas.

Defendendo ideias contrárias às acima mencionadas, encontramos: Clifford Ambrose Truesdell - que atacou diretamente a ideia de que o *Principia* fora suficiente para o desenvolvimento da mecânica racional, devido à sua inabilidade de escrever equações diferenciais para sistemas mecânicos; Thomas Hankins que procurou mostrar que o iluminismo é considerado um período de transição, pois até então não havia uma distinção clara sobre o enfoque dado por qualquer tipo de conhecimento; Peter Harman que mostrou que as opiniões metafísicas relativas à natureza da realidade foram fundamentais para o estabelecimento de novas teorias e Johan Christiaan Boudri afirmando que os fundamentos da mecânica não são somente matemáticos, mas também metafísicos.

Este capítulo tem como principal objetivo entender alguns pontos que acreditamos serem cruciais para uma melhor compreensão do tema que será aprofundando nos capítulos seguintes. São eles: (1) o papel da ‘razão’ e da ciência no Iluminismo, (2) como o uso da matemática na física foi fundamentado, (3) de que maneira os fenômenos físicos estavam sendo quantificados e, finalmente, mas ainda sem esgotar o assunto, (4) como estava a matemática nos setecentos.

É ponto pacífico entre alguns autores como Hankins, Robert Darnton¹¹⁴, Ted Honderich¹¹⁵, Boudri e o próprio Cassirer, que o século XVIII está impregnado de fé na unidade e imutabilidade da razão. Podemos começar, então, perguntando-nos: Como essa fé na razão foi sustentada?

2.1 O papel da ‘razão’ e da ciência no Iluminismo

¹¹⁴ Darnton, R., *The Business of Enlightenment*, Library of Congress Cataloging in Publication data, 1979

¹¹⁵ Honderich, Ted (editor), *The Oxford companion to philosophy*, Oxford University press, 1995, [2005], p 446

Cassirer afirmou que não existiu um século que tenha sido tão profundamente penetrado e empolgado pela ideia de progresso intelectual quando o Século das Luzes.¹¹⁶ O autor esclarece em seguida que erraríamos se pensássemos o ‘progresso’ no sentido apenas quantitativo, pois à constante extensão do saber para além de sua periferia corresponde um regresso sempre mais consciente e mais pronunciado “ao centro próprio e característico da expansão”¹¹⁷. Esse ‘centro’, ao qual Cassirer se refere, é a ‘razão’.

Antes, porém, de nos aventurarmos a responder como essa fé na razão foi sustentada, seria interessante saber como um dos principais porta-vozes do Iluminismo forneceu uma ideia da índole e da direção de toda a vida intelectual de sua época descortinando esse movimento - do qual participou ativamente - e determinando sua direção e seu alcance. No “Ensaio sobre os Elementos da Filosofia”¹¹⁸, d’Alembert esboçou inicialmente um quadro do espírito humano em meados do século XVIII. A tomada de Constantinopla em 1453, a Reforma religiosa ocorrida no século XVI, a mudança na imagem do mundo provocada por Descartes são exemplos de mudanças significativas no conjunto das ideias nos três séculos precedentes em que o filósofo viveu.

Por pouco que se observe com olhos atentos o meio do século em que vivemos, os acontecimentos que nos perturbam ou pelo menos nos ocupam, os nossos costumes, nossos trabalhos e até nossas conversas - sem dificuldade, percebe-se que em muitos aspectos houve uma notável mudança em nossas ideias; mudança esta que, pela rapidez, parece nos prometer uma outra, ainda maior. É o momento de fixar o objeto, a natureza e os limites dessa revolução, cujos inconvenientes e vantagens, a posteridade conhecerá melhor do que nós.

Todo século que pense bem ou mal, desde que acredite pensar, e que pense de maneira diferente do século que o precedeu, adorna-se com o título de filósofo; da mesma forma que muitas vezes se honra com o título de sábios os que não tem outro mérito senão o de contradizer os seus contemporâneos. Assim, o nosso século chama-se por excelência o Século da Filosofia; muitos autores deram-lhe este nome, persuadidos de que assim algum brilho sobre si recairia; outros lhe recusam a glória, na impotência de partilhá-la.¹¹⁹

Os filósofos naturais da época de d’Alembert sentiram-se empolgados por um movimento ativo e empenharam-se em compreender a origem e o destino daquele momento. Como

¹¹⁶ Cassirer, E., *A Filosofia do Iluminismo*, Tradução de Álvaro Cabral, Campinas, SP, Editora UNICAMP, 1992, p22

¹¹⁷ idem

¹¹⁸ Alembert, Jean Le Rond d’, 1717-1783. *Ensaio sobre os Elementos da Filosofia/ D’Alembert*, tradução: Beatriz Sidou, Denise Bottman, Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1994

¹¹⁹ idem p4

d’Alembert observou: “Uma vez estabelecidas as fundações de uma revolução, é quase sempre a geração seguinte que conclui essa revolução”¹²⁰.

Alexis-Claude Clairaut atribuía, em 1747, a causa de uma “grande revolução na física” ao *Principia* de Newton (1687)¹²¹ e já na segunda metade do século XVII tornou-se um lugar-comum a ideia de que estava em curso uma revolução científica capaz de afetar todos os aspectos das ciências naturais. O verdadeiro sentido do pensamento ia ao encontro do conhecimento de seus próprios atos, ou seja, o iluminista queria não apenas que seu pensamento alcançasse novas metas, mas, além disso, queria dirigir o seu próprio curso para obtê-las.¹²²

Cassirer afirmou que houve uma renúncia à forma de “dedução”, de derivação e de explicação sistemática comuns ao século XVII que ligava, por esse método, outras proposições à certeza primordial, a fim de se percorrer, por meio dessa conexão mediata, toda a cadeia do cognoscível¹²³. Ou melhor, nos setecentos, pelo método da demonstração e da dedução rigorosa, outras proposições eram imediatamente ligadas à certeza fundamental de um ser supremo e de uma certeza suprema intuitivamente apreendida. Nenhum elo dessa cadeia poderia ser estudado se separado do todo, pois não se explicaria por si mesmo. ‘Explicar’ consistia, então, em ‘deduzir’ rigorosamente e sistematicamente de forma que permitisse somente assim chegar à causa primeira da certeza. Já a era do Iluminismo não outorga esse ideal de pensamento às doutrinas filosóficas do passado; “prefere formá-lo tomando, por exemplo, a física contemporânea, cujo modelo tem sob seus olhos”.¹²⁴ Sobre este “novo método de filosofar”, d’Alembert escreveu:

O estudo da natureza parece em si frio e tranquilo, porque a satisfação que busca é um sentimento uniforme, contínuo e sem abalos; para serem intensos, os prazeres devem estar separados por intervalos e marcados por aberturas que lhes dêem acesso. Todavia, a invenção e o uso de um novo método de filosofar, a espécie de entusiasmo que

¹²⁰ D’Alembert, artigo da *Encyclopedie* “Expérimentale”, citado em Peter Gay, *The Enlightenment: na interpretation*, vol 1, *The Rise of Modern paganism*, p 319 e por Thomas L. Hankins, *Ciência e Iluminismo*, capi 1, *A natureza do Iluminismo* p 1.

¹²¹ Cohen, Bernard I. “The eighteenth-century origins of the concept of scientific revolution”, *Journal of History of Ideas* 37 (1976) p 263.

¹²² Cassirer, E., *A Filosofia do Iluminismo*, Tradução de Álvaro Cabral, Campinas, SP, Editora UNICAMP, 1992. p21

¹²³ Idem Cap 1

¹²⁴ Idem

acompanha as descobertas, uma certa elevação de ideias que em nós produz o espetáculo do universo – todas essas causas excitaram certamente uma viva fermentação nos espíritos. Essa fermentação, agindo em todos os sentidos por sua própria natureza, atingiu com uma certa violência tudo que a ela se ofereceu, como um rio que rompeu os seus diques.¹²⁵

O “modelo” de física que havia “sob os olhos” dos iluministas seguia inicialmente pelas vias newtonianas e quanto à elas vamos nos estender um pouco. Para Newton, assim como foi com Galileu – que chegou a afirmar que Deus usou a geometria para descrever a natureza no *Diálogo sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano* - alguns conceitos matemáticos teriam sua origem na própria natureza. A estreita relação entre a matemática e a filosofia natural merece por ora toda a nossa atenção.

Um importante aspecto da Revolução Científica foi o interesse pelo método. Cientistas praticantes tais como Galileu, Hooke, Huygens, Leibniz e o próprio Newton dedicaram parte de sua atenção para o método que usavam na sua prática. Em cada um dos seus principais livros: *Principia* e a *Óptica*¹²⁶, Newton dedicou uma seção especial à maneira de proceder quando se queria fazer uma descoberta, como demonstrar ou confirmar um princípio e uma teoria, enfim, ao método da ciência. A mais célebres das declarações foi *hypotheses non fingo*, escrita no Escólio Geral que conclui a segunda edição do *Principia* em 1713. Fazendo questão de não confundir suas explicações científicas com especulações hipotéticas, tais como os vórtices de Descartes, Newton deixou claro que nenhuma hipótese tinha lugar adequado na sua filosofia natural. Na questão 31, Newton expõe seus princípios gerais da decomposição e composição, ou de análise e síntese, e o método da indução

Tal como na matemática, também na filosofia natural a investigação das coisas difíceis pelo método de análise deve sempre preceder o método da composição. Essa análise consiste em fazer experimentos e observações e deles extrair conclusões gerais, através da indução, e em não aceitar contra as conclusões nenhuma objeção senão as que forem extraídas de experimentos ou outras verdades seguras. Pois as hipóteses não devem ser levadas em consideração na filosofia experimental. Embora a argumentação advinda de experimentos e observações através da indução não constitua uma demonstração das conclusões gerais, ela é, ainda assim, a melhor forma de argumentação admitida pela natureza das coisas, e pode ser considerada tão mais sólida quanto mais geral for a indução.¹²⁷

¹²⁵ Alembert, Jean Le Rond d', 1717-1783. *Ensaio sobre os Elementos da Filosofia*/ D'Alembert, tradução: Beatriz Sidou, Denise Bottman, Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1994. p5

¹²⁶ Newton, I., *Opticks*, Nova York, 4ª edição, Dover Publications, 1952

¹²⁷ Idem p 404-405, originalmente publicada em latim em 1706.

Duas coisas podem acontecer: a primeira é não ocorrer nenhuma exceção a partir dos fenômenos. Neste caso, segundo Newton, a conclusão pode ser afirmada em termos gerais. No entanto, pode também acontecer em algum momento posterior de ocorrer uma exceção que provenha dos experimentos e, neste segundo caso, deveremos anunciar a conclusão com as exceções constatadas. A análise portanto, nos permite

proceder dos compostos para os ingredientes, e dos movimentos para as forças que os produzem, e, em geral, dos efeitos para suas causas, e das causas particulares para outras mais gerais, até que a argumentação termine no mais geral.¹²⁸

Este é o método de análise para Newton. A síntese consiste em “presumir descobertas as causas, e estabelecidos os princípios, através deles explicar os fenômenos daí provenientes, e demonstrar as explicações”¹²⁹.

O método, porém, não é nada claro e a confusão começa no início de sua explicação quando afirma que “tal como na matemática também na filosofia natural...”. Uma forma que encontramos para compreendê-lo é buscar o que existe entre as causas físicas e a matemática. Há uma distinção entre a afirmação puramente matemática de uma lei e um mecanismo causal para explicar essa lei. Newton, por exemplo, para explicar a lei das áreas¹³⁰ no *Principia*, perguntou quais são as propriedades matemáticas de uma força capaz de produzir esta lei, sem se questionar sobre qualquer que fosse o seu modo de ação. Procedendo dessa maneira, ele mostrou que “para um corpo que se move com uma componente inicial de movimento inercial, uma condição necessária e suficiente para a lei das áreas era que tal força fosse centrípeta”¹³¹. As órbitas elípticas dos planetas são consideradas uma consequência da atuação de uma força central que varia em uma proporção inversa ao quadrado da distância. É claro que entre as condições matemáticas das quais Newton deriva a lei das áreas e a afirmação que isso constitui uma descrição física da realidade da natureza há uma grande diferença visto que, através somente desta argumentação matemática, Newton não mostra que os planetas sofram a ação de uma força ‘física’.

¹²⁸ Idem

¹²⁹ Idem

¹³⁰ Os planetas se movem em elipses, conforme observou Kepler. Tendo o Sol em um dos focos, uma linha traçada a partir do Sol até um planeta cobre áreas iguais em tempos iguais.

¹³¹ Cohen, B. e Westfall, R.S., *Newton*, tradução de Vera Ribeiro, Contraponto:EDUERJ, 2002. P 170

Enfim, o “modelo” de física que havia “sob os olhos” dos iluministas seguia pelas vias newtonianas não era formada pela dedução pura – onde, como explicado anteriormente, nenhum elo da cadeia de proposições poderia ser estudado se separado do todo, pois não se explicaria por si mesmo, mas sim pela análise. Ou seja, é possível demonstrar a existência de uma forma, matematicamente determinada, que penetra e une determinados fatos. Essa forma deve ser encontrada e demonstrada nos fatos e não ser um resultado de uma antecipação conceitual.

O rio turbulento ao qual d’Alembert se referiu “capaz de romper os seus diques” é o novo “novo método de filosofar”, que deixa sua marca em todo o pensamento do século XVIII. A ‘razão’ era a chave do método correto; ela foi deslocada dos métodos da lógica formal para os das ciências naturais. A ligação entre ‘razão’ e ‘natureza’ na Idade Média era feita através da teologia natural onde tínhamos o domínio das verdades que podiam ser conhecidas através da razão¹³². À medida que as conquistas da ciência pós-Galileu apareceram, a Bíblia não fora mais necessária para provar a existência de Deus por ser possível obter o conhecimento sobre Ele através de Sua obra. Nenhum argumento lógico poderia penetrar o livre-arbítrio de Deus que escolheu as leis da natureza livremente. A experimentação começou, assim, a fazer parte da abordagem racional da natureza. A descoberta das leis naturais passou a constituir a descoberta das intenções de Deus. Se a filosofia natural desempenhou um papel importante nessa transformação devemos dar créditos ao “conteúdo objetivo”, porém sem nos esquecermos da nova função que ela atribuiu ao pensamento. A lei a que obedecem todos os seres da natureza não lhes é prescrita mais em segredo, torna-se plenamente cognoscível. Enfim, foi descoberto um poder de conhecer e o século XVIII, em seu conjunto, compreendeu e apreciou o método de Newton que não deu somente à natureza regras fixas e duradouras, mas também à filosofia.

Tomando o assunto somente nessa perspectiva, conseguimos vislumbrar a influência que o conhecimento físico lançou sobre todo o pensamento do Iluminismo. D’Alembert chamava o século XVIII de Século da Filosofia, mas não tinha menos orgulho em designá-lo como o Século da Ciência¹³³.

O filósofo natural, que parecia ser dotado de um método seguro de ampliar o conhecimento humano e melhorar a condição humana, era visto como um homem de virtudes que

¹³² Hankins, T., *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1985.p5

¹³³ Cassirer, E., *A Filosofia do Iluminismo*, Tradução de Álvaro Cabral, Campinas, SP, Editora UNICAMP, 1992. P76

trabalhava mais para a humanidade do que para si próprio, pois, “a ciência passou a ser ela própria inteiramente objetiva e desprovida de conteúdos éticos”. O estudo da filosofia natural era considerado moralmente positivo e a noção de explicação mecânica de todos os processos da natureza finalmente se solidificou em dogma da ciência. Isso porque a filosofia natural, diferente de outras atividades intelectuais, possuía uma curiosa vantagem: “avançava” – pois as “verdades eram mais obviamente cumulativas”¹³⁴. Assim, a criação de uma ciência própria do ser humano que, através da razão, destruísse o preconceito e as superstições e construísse uma sociedade nova baseada em princípios objetivos passava a ser o mais virtuoso de todos os empreendimentos já realizados.¹³⁵

A despeito da “objetividade” que a filosofia natural vai adquirindo através da matemática, houve dois paradoxos, apontados por Hankins, jamais resolvidos pelos iluministas que tentaram criar uma ‘ciência do homem’. O primeiro diz respeito ao fato de que os filósofos iluministas esperavam que as leis da natureza e da razão contivessem imperativos morais, porém, na medida em que as leis da natureza deveriam ser descobertas através da experimentação e da observação, elas eram meramente descritivas, ou seja, revelavam as relações ordenadas dos fenômenos. Mas, o fato, por exemplo, da lei de gravitação universal de Newton prever o movimento dos planetas em nada garante que ela seja em si mesma boa ou má. A aspiração a uma ciência moral objetiva parecia conter uma contradição implícita.

Um segundo paradoxo surgia quando se pensava que as leis da natureza, quando aplicadas ao homem, conferiam uma maior liberdade, em particular, liberdade em relação à autoridade humana arbitrária. Ora, como pode as leis da natureza que regem os fenômenos naturais e que podem prever os acontecimentos futuros, enfim, que determinam completamente os acontecimentos no mundo físico libertar o homem?

Ainda navegando em águas turbulentas, verificamos que no artigo “Causa, na mecânica & na física”, d’Alembert discutiu como as leis podem ser derivadas. Ele definiu “causa mecânica”, ou a “causa física”, tomadas como sinônimo, como a causa da mudança de movimento, ou seja “tudo aquilo que produz uma mudança no estado do corpo, i.e., que o coloca em movimento ou

¹³⁴ Hankins, T., *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1985. cap 1, p8

¹³⁵ Idem. p7

que o faz parar ou aquilo que altera o movimento.”¹³⁶ A dinâmica tomada dessa forma podia assim deixar de lado certos aspectos “metafísicos” associados às questões de causalidade, qualificando a ‘causa física’ como aquela que afeta o movimento e o problema da dinâmica seria encontrar as leis do movimento quando essas mudanças eram dadas.

Há dois tipos de causa para d’Alembert: a impenetrabilidade da matéria é uma das causas primárias dos fenômenos naturais. Esse tipo de causa surge da ação mútua entre as partículas - devido à impenetrabilidade da matéria. Essas são as causas que se manifestam simultaneamente com seus efeitos¹³⁷. Em tais fenômenos a causa não se manifesta por ela mesma e tudo o que podemos conhecer é o efeito. Essa é, para d’Alembert uma causa mecânica que pode ser conhecida e é considerada uma verdade *necessária* porque as leis do impacto são derivadas do princípio da impenetrabilidade. Há, porém, uma classe de efeitos e conseqüentemente uma classe de causas nos quais o impulso não atua ou não se manifesta¹³⁸; esse é o caso, por exemplo, das ações à distância. Não é certo se as causas podem ser reduzidas às ações do impulso. Este segundo tipo de causa passa a ser considerado como uma ‘possibilidade’. As causas mecânicas são desconhecidas e, portanto, são consideradas como verdades ‘contingentes’ porque elas só podem ser descobertas experimentalmente.

Leibniz fez uso de um princípio que teve um papel central no seu argumento a favor da conservação da força viva que conectava as causas metafísicas aos fenômenos mecânicos, a saber: “os efeitos são proporcionais às causas”¹³⁹. D’Alembert, na última parte do artigo “Causa, na mecânica & na física”, manifestou-se contra esse argumento leibniziano fazendo uma antítese

¹³⁶ “Cause, en Mécanique & en Physique, se dit de tout ce qui produit du changement dans l’état d’un corps, c’est - à - dire, qui le met en mouvement ou qui l’arrête, ou qui altere son mouvement.” (*Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, etc.*, eds. Denis Diderot and Jean le Rond D’Alembert. University of Chicago: ARTFL Encyclopédie Project (Spring 2011 Edition), Robert Morrissey (ed), <http://encyclopedie.uchicago.edu/>, (1775), 789)

¹³⁷ Alembert, Jean le Rond D’ [1743]. *Traité de dynamique*, David, Paris, 1743, 1758. x

¹³⁸ “C’est pourquoi, si on ne veut pas décider absolument que ces phénomènes ayent une autre cause que l’impulsion, il faut au moins se garder de croire & de soutenir qu’ils ayent l’impulsion pour cause; il est donc nécessaire de reconnoître une classe d’effets, & par conséquent de causes dans lesquelles l’impulsion ou n’agit point, ou ne se manifeste pas.” (d’Alembert em “Cause, en Mécanique & en Physique” extraído da *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, etc.*, eds. Denis Diderot and Jean le Rond D’Alembert. University of Chicago: ARTFL Encyclopédie Project (Spring 2011 Edition), Robert Morrissey (ed), <http://encyclopedie.uchicago.edu/>, (1775), 790)

¹³⁹ Leibniz, “Specimen dynamicum” (1695), in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 165

entre causas conhecidas e desconhecidas e começa a mostrar “como o rio rompeu os seus diques”. Ele estabeleceu de forma clara a diferença entre o objetivo principal da ciência antes do século XVII – que era o conhecimento das causas dos fenômenos – e da época em que viveu, deixando, assim, claro a marca do racionalismo iluminista. Primeiramente, ele argumentou que o princípio de Leibniz é supérfluo para efeitos cujas causas são desconhecidas porque “se não se conhece o efeito não se conhece nada; e se conhecemos o efeito não precisamos do princípio; pois, uma vez que dois efeitos diferentes são dados basta comparar imediatamente sem se preocupar se eles são proporcionais às suas causas.”¹⁴⁰ D’Alembert acreditou que as leis de movimento e de colisões podiam ser encontradas independentes do princípio¹⁴¹. Em suma, a busca agora é o conhecimento dos ‘efeitos’ e d’Alembert, como a maioria dos filósofos do seu tempo, trabalhou seguindo essa nova meta.

Ora, como afirmou Cassirer,

o newtonianismo não pressupõe, como objeto e condição inviolável da investigação, senão a ordem e a legalidade perfeita da realidade empírica. Entretanto, essa legalidade significa que os fatos, como tais, não são um material simples, uma incoerente massa de detalhes, mas que se pode demonstrar, nos fatos e pelos fatos, a existência de uma forma que os penetra e os une. Essa forma apresenta-se como matematicamente determinada, estruturada e articulada segundo o número e a medida. Mas é justamente essa articulação que não pode ser objeto de uma antecipação conceitual; ela deve ser encontrada e demonstrada nos fatos. O encaminhamento do pensamento não vai, por conseguinte, dos conceitos e dos axiomas para os fenômenos, mas o inverso.¹⁴²

Ou seja, o método de Newton poderia ser visualizado como colocando a matemática num nível intermediário entre o fenômeno natural e sua fundamentação mecânica, onde teríamos de um lado a mecânica racional como nós a conhecemos pelo *Principia* e do outro, uma filosofia

¹⁴⁰ . “Car si on ne connoît pas l’effet, on ne connoît rien du tout; & si on connoît l’effet, on n’a plus besoin du principe; puisque deux effets différens étant donnés, on n’a qu’à les comparer immédiatement sans s’embarrasser s’ils sont proportionnés ou non à leurs causes.” (ibidem, 790)

¹⁴¹ “S’il s’agit des *causes* de la premiere espece, c’est - à - dire des *causes* qui viennent de l’impulsion, ces *causes* ne peuvent jamais être autre chose qu’un corps qui est en mouvement, & qui en pousse un autre. Or, non - seulement on a les lois de l’impulsion & de la percussion indépendamment de ce principe: mais il seroit même possible, si on s’en servoit, de tomber dans l’erreur. Je l’ai fait voir, *article 119 de mon traité de dynamique*, & je vais le répéter ici en peu de mots.” (ibidem, 790)

¹⁴² Cassirer, E., *A Filosofia do Iluminismo*, Tradução de Álvaro Cabral, Campinas, SP, Editora UNICAMP, 1992. p 26.

natural especulativa como verificamos no “Queries”.^{143,144} Cohen, usando o exemplo de como Newton chegou a lei das áreas de Kepler, esclareceu esse ponto:

A argumentação matemática de Newton não mostra, é claro, que no movimento orbital dos planetas ou dos satélites planetários esses corpos sofram a ação de uma força física; Newton mostra apenas que no arcabouço conceitual das forças a lei da inércia, as forças que agem sobre os planetas e satélites devem ser dirigidas para um centro e devem também variar em proporção inversa ao quadrado da distância. Mas na hierarquia da explicação causal, o resultado newtoniano acaba nos orientando para a busca das possíveis propriedades físicas e do modo de ação dessa força, dirigida para o centro, que varia com o inverso do quadrado da distância. No modo de análise newtoniano, o importante é que não há necessidade de especificar, nessa primeira etapa da análise, de que tipo de força se trata nem de que modo ela age. Contudo, o objetivo último de Newton era, através de uma modalidade diferente de análise, avançar das propriedades matemáticas para as propriedades físicas das causas (ou forças); por isso ele estava primordialmente interessado na “*verae causae*” – nas causas, como dizia, que são “verdadeiras e suficientes para explicar os fenômenos”.¹⁴⁵

O que d’Alembert fez foi tirar a matemática do nível intermediário. Em toda situação em que os fenômenos cujas causas são desconhecidas são tratados, ele promoveu a matemática para o nível de fundamentação.

2.2 Como o uso da matemática na física foi fundamentado?

A filosofia natural do século XVIII esteve de certa forma, como vimos na seção anterior, vinculada ao paradigma metodológico da física newtoniana e sua aplicação foi generalizada. A grande ferramenta intelectual do conhecimento físico-matemático – a análise – foi considerada como um instrumento indispensável de todo o pensamento em geral. Diferentemente, por exemplo, de Descartes, Spinoza, Malebranche e Leibniz, autores de grandes sistemas metafísicos, que consideraram a razão como a região das ‘verdades eternas’, o século XVIII, de uma forma geral, confere à razão um sentido aparentemente mais modesto. A razão passa a ser considerada como um poder primitivo que nos leva a descobrir, a estabelecer e consolidar a verdade. E essa operação de assegurar-se da verdade constitui a condição necessária de toda a

¹⁴³ Cf. Cohen, I.B., *The Newtonian Revolution. With Illustrations of the Transformation of Scientific Ideas*, Cambridge University Press. 1980. p 21-38

¹⁴⁴ Newton publicou *Optics* pela primeira vez em 1704, com dezesseis questões ao final. Usou a palavra “questão” para distinguir essas especulações sobre a natureza das coisas e o conteúdo do livro, que ele considerava como um conjunto de demonstrações firmes, baseadas em experimentos.

¹⁴⁵ Cohen, B. e Westfall, R.S., *Newton*, tradução de Vera Ribeiro, Contraponto:EDUERJ, 2002. P 170

certeza verificável. Equivocam-se, porém, aqueles que acreditaram na falsa modéstia conferida à razão. Caberá a ela a responsabilidade da estrutura de todo edifício que compreende uma nova totalidade que ela mesma criará, ao levar as partes que constituem o todo, segundo regras que ela mesma promulgou. Enfim, nessas águas turbulentas - que correspondem ao novo método de filosofar - a ‘razão’ assume o leme e passa a nos guiar para metas bem definidas.

Qual seria o melhor caminho para ser percorrido pelo homem movido pelo objetivo de criar de uma ciência própria do ser humano e construir uma sociedade nova baseada em princípios objetivos? O percurso mais óbvio para o avanço da filosofia natural seria concluir o programa de investigação de Newton, utilizando seus métodos. Por isso muitos se referem à ciência do Iluminismo como ‘newtoniana’. Mas, parafraseando Whitehead, “se nem só de pão vive o homem, muito menos de desinfetantes”¹⁴⁶. O empreendimento teve suas limitações já que o trabalho de Newton poderia ser visto por mais de um ângulo permitindo uma variedade de interpretações. “Assim, o marquês de L’Hôpital (1661-1704) transformou Newton num racionalista supremo, cujas leis do movimento constituíam deduções *a priori* do pensamento puro, enquanto os físicos holandeses o viam como um escrupuloso empirista.”¹⁴⁷ Ou seja, o termo ‘newtoniano’ torna-se demasiado geral e impreciso para constituir uma ideia correta da ideologia do Iluminismo para o historiador e filósofo da ciência.

Ainda na época do Iluminismo, a filosofia natural era parte integrante da filosofia e continuava a debater-se com questões filosóficas como as referentes à existência da alma, à atividade e passividade da matéria, ao livre-arbítrio e à existência de Deus. Mesmo na mecânica racional, por exemplo, Pierre Louis Moreau de Maupertuis argumentava que o seu “princípio da menor ação” provava a existência de Deus.¹⁴⁸ Mais uma vez, d’Alembert exprimiu com clareza, nos seus *elementos de filosofia*, essa ligação entre a filosofia natural – ciências da natureza – e a própria filosofia – ciência do espírito:

Assim, desde os princípios da ciência profanas até os fundamentos da revelação, da Metafísica às questões de gosto, da Música à Moral, das discussões escolásticas dos teólogos aos objetos do comércio, dos direitos dos príncipes aos dos homens, da lei

¹⁴⁶ Whitehead, A.N., *A ciência e o Mundo Moderno*; título original: *Science and the Modern World*; tradução: Hermann Herbert Watzlawick; São Paulo:Paulus, 2006. – (Coleção philosophica), p 80

¹⁴⁷ Hankins, T., *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1985. cap 1, p9

¹⁴⁸ Terrall, Mary. *The Man who flattened the earth: Maupertuis and the Science in the enlightenment*, The University of Chicago Press, 2002. No cap 9: Teleology, Cosmology and Least Action, pp 270-309.

natural às leis arbitrárias das Nações, enfim, desde as questões que mais nos tocam as que pouco nos interessam, tudo foi discutido, analisado ou pelo menos agitado. O furto ou resultado dessa efervescência generalizada dos espíritos tem sido uma nova luz sobre alguns objetos, uma nova obscuridade sobre muitos, assim como os efeitos do fluxo e do refluxo do oceano levam ao rio certas matérias e dele afastam outras.¹⁴⁹

Enquanto a filosofia mecanicista fosse considerada como uma forma de compreensão da natureza, a filosofia natural deveria esclarecer muitos pontos controversos. Uma vez aceito o conceito de ‘força’, seria ela proporcional à velocidade (como defendiam os cartesianos), à mudança de velocidade (como defendiam os newtonianos) ou ao quadrado da velocidade (como defendiam os leibnizianos) ? Para que esse conceito seja útil numa ciência quantitativa é necessário saber muito a seu respeito e os filósofos mecanicistas divergiam sobre as causas do movimento. O que faria um corpo se mover? Uma força externa? Uma força interna? Força nenhuma? Todas essas posições tinham seus adeptos e todas sugeriam reflexões filosóficas que ultrapassavam os limites atualmente considerados das ‘ciências da natureza’.

Porém, se por um lado as questões de essência eram abandonadas, por outro, os corpos físicos apresentavam propriedades distintas da extensão, como a impenetrabilidade, por exemplo, e ainda, como colocado anteriormente, os princípios físicos fundamentais deveriam ser racionalmente justificados pela natureza dos corpos, tal como os três princípios gerais do movimento. “Descobrir os princípios próprios de uma dada ciência era a condição de sua teorização, cumprida pela matematização”¹⁵⁰, ou seja, o teórico só teria atingido seu objetivo afirmando a autonomia de sua ciência, matematizada unicamente com base na consideração de seu objeto definido em termos de conceitos que, por sua vez, deveriam ser destituídos de tudo o que pudessem ter de vago ou metafísico. D’Alembert, no *Essai sur les Éléments de philosophie ou sur les Principes des connaissances humaines*, também não deixou dúvida sobre a importância fundamental da aplicação da geometria e dos cálculos para o estabelecimento de teorias ‘científicas’:

Qualquer teoria poderia fazer-nos encontrar a lei que os corpos pesados seguem em sua queda vertical, mas essa lei, uma vez conhecida pela experiência, tudo o que pertence ao movimento dos corpos pesados, em linha reta ou curva, ou inclinada, ou vertical, não é mais uma questão de teoria, se a experiência se une (...) Ocorre o mesmo para muitas outras partes da física em que um único experimento ou mesmo uma única observação é a base para as teorias completas. Estas partes são principalmente

¹⁴⁹ Alembert, Jean Le Rond d’, 1717-1783. *Ensaio sobre os Elementos da Filosofia*/ D’Alembert, tradução: Beatriz Sidou, Denise Bottman, Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1994. p5

¹⁵⁰ ibidem 160

aquelas que foram chamados físico-matemáticas, e consistem na aplicação da geometria e cálculos para os fenômenos da natureza.¹⁵¹

Quanto à curiosa restrição epistemológica de somente algumas ‘ciências’ - tais como: a álgebra, a geometria, a mecânica, a astronomia, a ótica, a hidrostática e a hidráulica - poderem ser expressas sob o rigor da matemática, pretendo esclarecer ao longo da tese. Por ora, persiste a questão: como o uso da matemática na física foi fundamentado?

George Gusdorf considerou d’Alembert como sendo o promotor de uma física preponderantemente matemática¹⁵². O filósofo era defensor de uma matemática radical, disse-nos Gusdorf. Poderíamos falar de ciências que são determinadas pelo ‘selo da evidência’ para d’Alembert “somente na medida em que o saber é suscetível de ser expresso por cálculos”¹⁵³. De fato, no *Tratado da Dinâmica* verificamos que a impressão de Gusdorf procede.

A certeza das matemáticas é uma vantagem que estas ciências devem principalmente à simplicidade de seu objeto. Deve-se mesmo admitir que, como todas as partes das matemáticas não são um objeto igualmente simples, também, a certeza propriamente dita, aquela que é baseada em princípios necessariamente verdadeiros e evidentes por eles mesmos, não pertence nem igualmente nem da mesma forma a todas estas partes. Muitos dentre elas que estão apoiados sobre os Princípios Físicos, isto é, sobre verdades da experiência ou sobre simples hipóteses tem, por assim dizer, uma certeza da experiência ou mesmo da suposição pura. Há, a rigor, somente aquelas que lidam com o cálculo das grandezas e das propriedades gerais da extensão, ou seja, a álgebra, a geometria e a mecânica que podemos considerar como marcadas com o selo da evidência.¹⁵⁴

¹⁵¹ Aucune théorie, estime-t-il, n’aurait pu nous faire trouver la loi que les corps pesants suivent dans leur chute verticale, mais cette loi une fois connue par l’expérience, tout ce qui appartient au mouvement des corps pesants, il soit rectiligne, soit curviligne, soit incliné, soit vertical, n’est plus que du ressort de la théorie; si l’expérience s’y joint, ce ne doit être que dans la même vue et de la même manière que pour les lois primitives de l’impulsion (...) Il en est de même d’un grand nombre d’autres parties de la physique, dans lesquelles une seule expérience, ou même une seule observation, sert de base à des théories complètes. Ces parties sont principalement celles qu’on a appelées physico-mathématiques, et qui consistent dans l’application de la géométrie et des calculs aux phénomènes de la nature. [Em D’Alembert, *Essai sur les Éléments de philosophie ou sur les Principes des connaissances humaines*, 1759, XX: physique générale, Œuvres, ed. Bastien, 1805, t.II, pp 464-465, Apud Gusdorf]

¹⁵² Gusdorf, G., *Dieu, La Nature, L’homme au Siècles des Lumières*, Payot, Paris, Boulevard Saint-Germain, 1972. p249.

¹⁵³ Idem p 249

¹⁵⁴ La certitude des mathématiques est un avantage que ces sciences doivent principalement à la simplicité de leur objet. Il faut avouer même, que comme toutes les parties des mathématiques n’ont pas un objet également simple, aussi la certitude proprement dite, celle qui est fondée sur des principes nécessairement vrais et évidens par eux-mêmes, n’appartient ni également, ni de la même manière à toutes ces parties. Plusieurs d’entre elles, appuyées sur des principes Physiques, c’est-à-dire, sur des vérités d’expériences, ou sur de simples hypothèses, n’ont, pour ainsi dire, qu’une certitude d’expérience, ou même de pure supposition. Il n’y a, à parler exactement, que celles qui traitent du calcul des grandeurs, et des propriétés générales de l’étendue, c’est-à-dire l’Algebre, la géométrie et la mécanique, qu’on puisse regarder comme marquées au sceau de l’évidence. Em: Alembert, Jean le Rond D’. *Traité de dynamique*, David, Paris, [1743], 1758. [pi,pjj]

Michel Paty considerou que o percurso científico de d’Alembert foi caracterizado por dois aspectos distintos¹⁵⁵. O primeiro, que se acompanha com frequência de uma unificação teórica em torno de princípios fundamentais - de caráter físico -, é a busca da racionalização dos fenômenos físicos e suas leis; esse aspecto será discutido mais adiante. O segundo aspecto apontado por Paty é o que por ora nos interessa, pois mostra, para d’Alembert, que a matemática possuía um *status* particular. D’Alembert, além de fazer uma crítica e clarificação das noções empregadas e dos conceitos que subentendem as grandezas quantificáveis que intervêm na física, buscou também esclarecer as noções matemáticas e os procedimentos aos quais elas são submetidas.

Tratava-se de dar à matemática e às ciências vizinhas um lugar de primeiro plano no saber humano, coisa que, além da apresentação de seu conteúdo próprio, exigia mostrar sua ligação com as outras ciências, assim como com a “metafísica”, no sentido positivo do termo, segundo d’Alembert, isto é: esclarecer seu status do ponto de vista do conhecimento (a “metafísica”, nesse sentido, nada mais é do que epistemologia).¹⁵⁶

Como ficará mais claro ao longo da tese, onde discutiremos o papel específico da ‘metafísica’, não podemos concordar com essa redução feita por Paty.

Para Newton, o mundo real, o verdadeiro mundo físico, era matemático, bem como os conceitos empregados para descrevê-lo como o tempo e o espaço absolutos. A legitimidade da utilização da matemática na física era garantida pela possibilidade de relacionar a descrição das propriedades do mundo físico a uma realidade absoluta e matemática¹⁵⁷. Porém, a justificação do emprego da matemática na física foi modificada após o tratamento analítico das ciências físico-matemáticas desenvolvido após Newton e sendo aplicado, dentre outros, por d’Alembert. O uso da matemática passou a ser fundamentado “no fato de que os objetos dessas ciências serem descritos por grandezas quantificáveis, e não em definições de essência”¹⁵⁸.

¹⁵⁵ Cf. [Cap 9 - La raison des principes et la critique des concepts] Paty, M., *D’Alembert, ou, A Razão físico-matemática no século do Iluminismo*, Título original: *D’Alembert ou la raison physico-mathématique au siècle des Lumières*. (Figures du Savoir), Paris: Les Belles Lettres, 1998. Traduzido para o português por Flávia Nascimento, São Paulo, Estação Liberdade. [2005]

¹⁵⁶ Paty, M., *D’Alembert, ou, A Razão físico-matemática no século do Iluminismo*, Título original: *D’Alembert ou la raison physico-mathématique au siècle des Lumières*. (Figures du Savoir), Paris: Les Belles Lettres, 1998. Traduzido para o português por Flávia Nascimento, São Paulo, Estação Liberdade. [2005] p 143

¹⁵⁷ Cf. [prefácio] NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934.

¹⁵⁸ *ibidem* 148

A física no início do século XVIII, porém, não era uma ciência matematizada tal como a concebemos nos dias de hoje. Embora a mecânica tenha se tornado uma ciência físico-matemática, a aplicação do uso da matemática era remota em fenômenos naturais. As investigações experimentais eram totalmente qualitativas e havia barreiras sociais a serem superadas desde que matemáticos e experimentadores constituíam comunidades separadas que pouco contribuíam uma com a outra¹⁵⁹. Para citar o que consideramos um bom exemplo, Jean Antoine Nollet, um físico experimental, que publicou seis volumes entre 1743 e 1748 intitulados *Leçons de physique expérimentale*, se opôs ao uso da matemática na física.¹⁶⁰ Nollet observou que a imprecisão era inseparável da física experimental e chegou a considerar perigoso para o físico “degustar” a geometria.¹⁶¹ Transformar as experiências qualitativas em ciências matematizadas não foi algo, como veremos adiante, que aconteceu sem percalços.

2.3. O caminho sinuoso de uma física quantificada

O comércio de instrumentos científicos desempenhou um importante papel no sentido de estimular o crescimento da física experimental de uma forma geral e também de facilitar as experiências quantitativas. A demanda da astronomia e da navegação proporcionou o incentivo ao estudo de novas técnicas para a construção de bússolas e telescópios que estavam, por sua vez, ligadas ao estudo do magnetismo e da óptica. O desenvolvimento de termômetros mais confiáveis, para citar um outro exemplo, esteve diretamente ligado à concepção das teorias sobre o calor. Porém, de uma forma geral, não estava claro como deveria ser estabelecida a relação entre a matemática e determinadas grandezas experimentais (como carga, calor, temperatura, pressão...). Por outro lado, a melhora da precisão nas medidas possibilitada por novos instrumentos não estava diretamente ligada ao interesse dos físicos em manuseá-los. Lembremos de que a ideia de erro experimental e de gráficos feitos através de dados assim como a

¹⁵⁹ Para estudos mais profundos de como se deu o surgimento da matemática no século VIII ver: Niccolò Guicciardini, *The Development Calculus in Britain, 1700-1800*, Cambridge University Press, 1989.

¹⁶⁰ Apud Brunet, P. *Les physiciens hollandais et la méthode expérimentale en France au XVIIIe siècle*, Paris, Blanchard, 1926 e Porter, R., *The Cambridge History of Science – Eighteenth-Century Science*, vol 4, Cambridge University Press, cap 15 (Mechanics and Experimental Physics), 2003

¹⁶¹ Home, R.W., *The Cambridge History of Science*, vol 4 *Eighteenth Century Science* editado por Roy Porter, , Cambridge University Press 2003, cap 15 (Mechanics and Experimental Physics)

aplicação de procedimentos estatísticos tiveram sua origem no século XIX e não no XVIII. Os “físicos experimentais” dos setecentos quando apresentavam dados ou conclusões eram feitos na base de um número extremamente pequeno de evidências ou amostras¹⁶². Charles-Augustin de Coulomb, para citar um caso, em 1785, com base somente em três conjuntos de dados experimentais obtidos por ele mesmo, enunciou a lei onde ele descrevia a força de interação entre duas cargas elétricas carregadas sendo que alguns dados nem sequer se encaixavam na lei que ele estava propondo. Este fato não é de tudo motivo de surpresa dado a dificuldade naquela época de saber o quanto um corpo estava carregado. Apesar desse obstáculo e dos dados apresentados por Coulomb, historiadores da ciência ainda debatem se Coulomb realmente descobriu essa lei a partir de seus dados obtidos ou se tirou conclusões precipitadas porque desejava que sua descoberta se equiparasse à de Newton¹⁶³.

Há outros exemplos para ilustrar a sinuosidade do caminho rumo a uma física quantificada. Citaremos mais dois apenas que serão suficientes para prosseguirmos: Como colocar em linguagem matemática a teoria dos vórtices do magnetismo que era aceita durante a primeira metade do século XVIII se a hidrodinâmica ainda não havia sido estabelecida? Como Euler poderia desenvolver a teoria ondulatória da luz e expressá-la matematicamente se a teoria dos fluidos não estava devidamente concebida? Enfim, esses e mais outros tantos exemplos que aqui não foram mencionados¹⁶⁴ mostram um conjunto de problemas de entrosamento matemático, experimental e conceitual que permearam a trilha que leva a uma física expressa sob a forma matemática. Mostraremos adiante como alguns filósofos naturais promoveram e/ou permitiram a aplicação do uso da matemática para estudar os fenômenos naturais.

¹⁶² Heilbron, J.L., *The History of Physics and Astronomy*, Oxford University Press, 2005, pp107-113.

¹⁶³ Knight, R.D., *Física- Uma Abordagem Estratégica*, 2ª edição, título original: *Physics for Scientists and Engineers*, Bookman Companhia Editora Ltda., 2009, vol 3, cap 26

¹⁶⁴ Para estudos mais elaborados sobre a ciência quantitativa aplicada no século XVIII, ver H. Gray Funkhouser, “Historical Development of the Graphical Representation of Statistical Data”, *Osiris*, 3 (1937), 269-404 e Porter, R., *The Cambridge History of Science – Eighteenth-Century Science*, vol 4, Cambridge University Press, cap 15 (Mechanics and Experimental Physics), 2003

2.4 A Matemática nos setecentos

Nesta secção procuraremos dissertar sobre a atividade matemática no século XVIII que foi caracterizada pela forte ênfase dada na análise¹⁶⁵ e na mecânica conforme afirmou Craig Fraser¹⁶⁶. Pensamos que esclarecer o desenvolvimento da matemática nesta época é importante para o entendimento do avanço das ciências naturais que ainda hoje testemunhamos. O que permitiu o progresso na filosofia natural nos setecentos? Em que medida podemos considerar que o desenvolvimento de uma linguagem como a matemática foi responsável por esse crescimento? Que fração pode ser dada à busca pela Verdade para o progresso da física neste período?

O grande avanço na matemática ocorreu, segundo Fraser, no desenvolvimento do cálculo que esteve relacionado em parte com o programa da mecânica fundada durante a Revolução Científica. Houve outros desenvolvimentos notáveis dentro da matemática, como por exemplo, a geometria, a probabilidade e a estatística, mas nenhum deles alcançou a profundidade atingida pela análise e pela mecânica. Já ressaltamos anteriormente a difusão do método usado pela matemática em uma gama de atividades e assuntos de ordem prática como, por exemplo, na navegação e na astronomia assim como em estudos da óptica e da eletricidade. Como vimos, nessas áreas havia uma crescente ênfase dada à quantificação.

Euler e Lagrange tiveram grande representação na matemática analítica nesse período. Juntos, eles lideraram as pesquisas desde aproximadamente a metade do século XVIII até o início do século seguinte. Seus artigos e mais especificamente suas extensivas contribuições para a análise definiram o avanço da atividade matemática. Para que se entenda como se deu este empreendimento intelectual é necessário compreender a concepção da análise algébrica que guiou esse feito.

A curva geométrica foi um objeto de interesse físico e matemático nos séculos XVII e XVIII e desempenhou um papel importante na fundamentação conceitual do cálculo. No cálculo variacional, por exemplo, um campo da matemática desbravado por Jakob e Johann Bernoulli, as

¹⁶⁵ Análise é o ramo da matemática que lida com os conceitos introduzidos pelo cálculo diferencial, integral, medidas, limites, séries infinitas e funções analíticas. Surgiu da necessidade de prover formulações rigorosas às ideias intuitivas do cálculo, sendo hoje uma disciplina muito mais ampla.

¹⁶⁶ Porter, R., *The Cambridge History of Science – Eighteenth-Century Science*, vol 4, Cambridge University Press, cap 13: Mathematics, escrito por Craig Fraser, 2003

curvas constituíram um fundamental objeto de estudo.¹⁶⁷ O objetivo de cada problema era a seleção da curva entre inúmeras outras que resultava de uma quantidade máxima ou mínima de uma integral. Paralelamente, na dinâmica, a atenção era voltada em determinar a relação entre trajetória de uma partícula movendo-se no espaço e as forças que atuam sobre ela. Ao representar a forma com que duas variáveis se relacionavam por meio de um gráfico de uma curva, os vários métodos matemáticos que foram desenvolvidos para a análise geométrica poderiam ser usados na resolução de diversos problemas mecânicos: Galileu no *Discorsi* de 1637 relaciona a velocidade com o tempo de queda de um corpo¹⁶⁸; Christiaan Huygens em seu *Horologium Oscillatorium* de 1673 utilizou gráficos para fazer uma representação estática do movimento substituindo a coordenada da velocidade pelo espaço percorrido por um corpo durante a queda¹⁶⁹; Leibniz, em 1684 derivou a lei da refração partindo do princípio que a luz percorre a trajetória sempre no menor tempo possível partindo de um novo método para o estudo das curvas que consiste também em uma representação gráfica seguida de uma nova aplicação do algoritmo diferencial¹⁷⁰.

Em 1744, Euler publicou *Methodus Inveniendi Lineas Curvas*: o seu tratado sobre o cálculo variacional¹⁷¹. Neste trabalho, que veremos com mais detalhe no capítulo 5, Euler, através de um detalhado estudo das propriedades das curvas geométricas, derivou as equações básicas e princípios do cálculo variacional. No começo do tratado, Euler mostrou que uma interpretação analítica da teoria era possível. Ao invés de buscar a curva que representa uma dada quantidade extrema, ele buscou uma equação que representasse uma quantidade máxima ou mínima. Ou seja,

¹⁶⁷ Blay, M., *La Science du Mouvement de Galilée à Lagrange*, Cap 7 (Introduction et diffusion de calcul différentiel et intégral), Belin, 2002.

¹⁶⁸ Galileu, G., *Dialogues Concerning Two New Sciences*, traduzido para o inglês por Henry Crew e Alfonso de Salvio com introdução de Antonio Favaro, Dover Publications, New York, 1914, [1954], p215

¹⁶⁹ Blay, M., *La Science du Mouvement de Galilée à Lagrange*, Cap 3 (Huygens: L'organisation déductive des sciences du mouvement des graves et du mouvement circulaire), Belin, 2002. p 90

¹⁷⁰ Leibniz, G.W., *Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque tangentibus, quae nec tractus, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*, Acta Eruditorum, 1684. Traduzido para o francês por Marc Parmentier em *Naissance du calcul différentiel*, Paris, Vrin, 1989, citado por Michel Blay em *La Science du Mouvement de Galilée à Lagrange*, pp 187-195

¹⁷¹ Para um aprofundamento no estudo sobre o cálculo variacional, ver

- Golstine, Herman H., *A History of the Calculus of Variations from the 17th through the 19th Century*, New York, Springer: Velag, 1980, cap 3.
- Fraser, C., “The Origins of Euler’s Variational Calculus”, *Archive for History of Exact Sciences*. 47, 1994.

independentemente de construções geométricas ou considerações dimensionais poderíamos conceber relações abstratas entre grandezas variáveis.

A relação entre as variáveis de uma função foi considerada por Euler como algo anterior à teoria. Na formulação de Euler não havia nenhuma consideração de valores individuais. Isso certamente permitiu o desenvolvimento de sua análise por considerar que o elemento essencial em uma demonstração era a sua generalidade garantida por uma identidade algébrica. A equação analítica implica a existência de uma relação que permanece verdadeira ainda que as variáveis mudem continuamente de valor. Cabe ressaltar que para Euler, as regras de os procedimentos do cálculo eram assumidos tendo uma validade generalizada, ou seja, a equação encontrada era válida fosse o valor numérico negativo, positivo ou mesmo imaginário¹⁷².

No *Méchanique analytique* de 1788, Lagrange afirmou que a mecânica deve ser vista como parte da análise matemática, podendo não fazer uso de figuras ou qualquer consideração geométrica. Como em Euler, as demonstrações de Lagrange se baseavam em deduções algébricas. A generalidade era associada a análise, pois as noções de função e de variáveis empregadas eram enunciadas para números irracionais e imaginários, ou seja, para números de uma forma geral. É fato que em alguns casos, a generalidade das técnicas ia de encontro às limitações relativas aos valores numéricos. Porém, se considerarmos que a validade algébrica já fornecia, ainda que de forma implícita, uma generalidade, podemos dizer que a preocupação de considerar o domínio de aplicação da técnica na apresentação de um teorema de análise era relevada ao segundo plano.

O cálculo algébrico de Euler e Lagrange eram fundamentados no estudo formal de equações, algoritmos e operações com variáveis. O valor que essas variáveis recebiam ou a interpretação geométrica para elas não era uma preocupação fundamental, como já afirmado. Tal desprendimento pode ser caracterizado por uma postura instrumentalista ou operacional dos matemáticos e podemos compará-la com o enfoque geométrico dado pela nossa intuição espacial através de figuras e diagramas. Tratar o tema de uma forma diferente pode estar ligado a entendê-lo de uma maneira distinta.

A filosofia mecanicista exigia que as mudanças observadas no mundo natural fossem explicadas apenas em termos de movimento e de rearranjos das partículas da matéria. Os

¹⁷² Fraser, Craig, *The Cambridge History of Science*, vol 4 *Eighteenth Century Science* editado por Roy Porter, 2003, cap 13: Mathematics, p 301

conceitos, que se referem aos conteúdos trabalhados matematicamente, sofrem uma modificação e uma distinção tal como ocorreu, por exemplo, com forças externas, pressão, gravidade, quantidade de movimento e força viva. Em que medida a matematização dos fenômenos contribuiu com uma mudança qualitativa desses conceitos? Ou ainda, como os problemas de Mecânica se conformaram com o tratamento dado pela análise?

Enfim, os temas abordados neste capítulo foram escolhidos no intuito lançar luz sobre o problema que será tratado doravante. O porquê de cada tópico deste capítulo (o papel da ‘razão’ e da ciência no Iluminismo, como o uso da matemática na física foi fundamentado, de que maneira os fenômenos físicos estavam sendo quantificados e como estava a matemática nos setecentos) se dará ao longo da tese.

3 O MOVIMENTO NÃO-RETILÍNEO DO CONCEITO DA INÉRCIA NA CHEGADA DOS SETECENTOS

No século XVII, o uso do conceito de ‘força’ na Mecânica ficou restrito ao estudo da estática (estática de Simon Stevin, de Galileu e de Descartes) e das leis de choque (John Wallis, Christopher Wren, Christiaan Huyghens e Edme Mariotte). Outros problemas como a queda dos corpos e o lançamento de projéteis eram tratados por grandezas puramente cinemáticas.¹⁷³ Após o *Principia*, no entanto, a mecânica foi ligada ao conceito de força por definição. D’Alembert, por exemplo, definiu Mecânica na Enciclopédia como “parte da matemática que considera o movimento e as forças motrizes, sua natureza, suas leis e seus efeitos nas máquinas”¹⁷⁴. Deslocar o conceito de ‘força’ para o centro da mecânica foi possível depois do estabelecimento da diferença entre conceitos como ‘inércia’ e ‘causa da aceleração’, ‘força de contato’ e ‘ação à distância’, entre outros. Essa distinção, como veremos, juntamente com outras tais como ‘momento’ e ‘energia cinética’ não ocorreram sem percalços. Para exemplificar parte dessa discussão temos a controvérsia sobre as forças vivas - termo usado por Leibniz para expressar a força de um corpo em movimento e diferenciar da força morta que é concebida como a pressão de um corpo em repouso¹⁷⁵-, continuou por esse século com Samuel Clark e Dortous de Mairan defendendo os cartesianos contra Johan Bernoulli e Christian Wolff defendendo as ideias de Leibniz. No início desse século, J. Gravesande sugeriu que a disputa é mais verbal do que essencial. D’Alembert em seu *Traité de dynamique*, em 1743, afirmou que a controvérsia não passou de uma “discussão metafísica bastante fútil”¹⁷⁶. Lagrange em sua *Mécanique analytique*, em 1788, sugeriu que a diferença entre força morta e força viva foi uma distinção não-metafísica entre tensões estáticas e forças que dão origem ao movimento¹⁷⁷.

¹⁷³ Dugas, René. *Histoire de la Mécanique*, Éditions du Griffon, Neuchatel, 1950.

¹⁷⁴ “...partie des mathématiques mixtes, qui considere le mouvement & les forces motrices, leur nature, leurs loix & leurs effets dans les machines.” No verbete ‘MECHANIQUE’ p10: 222

¹⁷⁵ Woolhouse, R. S.; *Gottfried Wilhelm Leibniz*, Routledge, 1994. p 268.

¹⁷⁶ D’Alembert. *Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p. xxii. A citação segue o texto da segunda edição.

¹⁷⁷ Lagrange, J.L. *Mécanique analytique*, Paris, 1811 p. 238-246 Visualização completa pela Internet.

Para que se consiga responder à pergunta central desta tese “O que há de metafísica na Mecânica do Século XVIII?”, faz-se necessário entender como foram esclarecidas e refinadas algumas das distinções acima mencionadas . A nossa estratégia para abordar esse tema tão complexo e mostrar que a ideia de que a Revolução Científica foi finalizada com a publicação do *Principia* e que coube ao século XVIII trabalhar os detalhes matemáticos do programa de Newton expressando-o, sobretudo, na forma analítica¹⁷⁸ não se sustenta é analisar, inicialmente, um dos princípios fundamentais da mecânica que exige uma formulação sobre o conceito de força: **O Princípio da Inércia**. Os filósofos acreditavam que a Lei da Inércia – considerada na passagem dos séculos em tela – revelava uma propriedade essencial e necessária dos corpos? As fórmulas, leis e equações estabelecidas depois que a Lei da Inércia foi formulada foram extraídas da essência da matéria ou foram deduzidas de certas propriedades fundamentais que Deus conferiu aos corpos e/ou ao espaço, sem que elas, entretanto, lhes pertençam, ou seja, que os efeitos que observamos são devido a causas que jamais teremos acesso? Veremos o quanto é difícil defender que a ‘física clássica’ do século XVIII possa ser considerada determinada por uma estrutura conceitual unificada. Mostrar-se-á que a mecânica racional elaborada nos setecentos compreende uma diversidade de filosofias naturais distintas que contem entidades físicas em diferentes relações cuja justificativa fundamenta-se em argumentos metafísicos.

Nesse capítulo, buscaremos mostrar as principais discussões filosóficas em torno desse conceito-chave. Faremos, para tanto, uma reconstrução dos argumentos elaborados e publicados por alguns autores escolhidos dando ênfase àqueles que foram mais comentados pelos filósofos naturais no Século das Luzes: Leibniz e Newton.

¹⁷⁸ Cohen, B.I., *The Newtonian Revolution* (with illustrations of the transformation on scientific ideas), Cambridge University Press, 1980.

Dugas, René. *Histoire de la Mécanique*, Éditions du Griffon, Neuchatel, 1950.

Westfall, Richard S., *The Construction of Modern Science (Mechanisms and Mechanics)*, Cambridge University press, Cambridge, 1977.

Dijksterhuis, E.J., *The Mechanization of the World Picture-Pythagoras to Newton*. Princeton, University Press, 1986.

Truesdell, C., *Essays in the History of Mechanics*. New York, Springer- Verlag, 1968.

3.1- Nos bastidores:

3.1.1 Johannes Kepler

Johannes Kepler, foi o introdutor da palavra ‘inércia’ na física do movimento, mas não só por isso reservamos um (breve) espaço para ele. O uso desse conceito, assim como de suas aplicações, implica, como veremos, a possibilidade de descartar a ideia do “lugar natural” presente na filosofia natural aristotélica¹⁷⁹. A despeito da inconsistência presente nas obras de Kepler apontadas por Cohen¹⁸⁰, ele foi importante por elaborar um novo esquema conceitual radicalmente diferente dos escolásticos.

Para Kepler, *inércia* (que em latim significa preguiça ou indiferença) implicava que a matéria não podia por si só começar a se mover ou, se em movimento, permanecer em movimento.¹⁸¹ No início do século XVII, Kepler introduziu uma noção da inércia no contexto de uma nova mecânica que surgia aplicada a uma Terra em movimento. Ele afirmou que:

a característica própria do material que forma as maiores partes da Terra é a inércia. Movimento é repugnante a ela e tanto mais quanto uma grande quantidade de material é confinada em um volume menor.¹⁸²

Ou seja, a inércia de Kepler - a expressão da resistência dos corpos pesados para o movimento - é algo muito diferente da inércia da física clássica. Para o autor de *Astronomia Nova*, corpos em movimento tendem ao repouso e ele chama de *inércia* esta propriedade. Apoiando-se, certamente, na suposição que o repouso é um estado natural que não precisa ser explicado, ele definiu inércia somente em termos de uma resistência ao movimento, quer dizer, do que se opõe à força impressa.

¹⁷⁹ De uma forma geral, segundo a filosofia natural de Aristóteles, o movimento é definido como a realização daquilo que existe potencialmente e é o que um corpo faz para chegar à sua atualização. Cada objeto tem um “lugar natural” no universo e se move sempre para seu próprio lugar se não for impedido de assim o fazer. Há, assim, uma diferença ontológica entre movimento e repouso na filosofia aristotélica.

¹⁸⁰ Cohen, H. F. , *The Scientific Revolution: A Historiographical Inquiry*, The University of Chicago Press, 1994. p 82

¹⁸¹ Barbour, J. B., *Absolute or Relative Motion?: A Study from a Machian Point of View*, vol1, The Discovery of dynamics, Cambridge University Press, 1989. p 328

¹⁸² Kepler. *Opera omnia*, v. VI, p. 174 [apud Dugas, René. *Histoire de la Mécanique*, Éditions du Griffon, Neuchatel, 1950. p 113.].

A resistência interna ao movimento desempenha na filosofia de Kepler um papel análogo ao resistência externa do meio na filosofia natural de Aristóteles.¹⁸³ René Dugas , sobre isso, comentou:

Sustentou-se muitas vezes que Kepler teria formulado o próprio princípio da inércia: o que não é exato, pois que a inércia no sentido de Kepler liga-se à mecânica de Aristóteles e à doutrina de Buridan, revista pela Escola Alemã do século XV.¹⁸⁴

Assim, precisamente por causa da inércia, todo movimento implica um motor e a eterna persistência a qualquer movimento é inconcebível para Kepler. De onde viria, então, o novo esquema conceitual que se diferencia dos escolásticos?

A atenção de Kepler estava menos voltada ao movimento dos corpos na superfície da Terra do que para os movimentos (elípticos) dos planetas em torno do Sol que já eram atribuídos por ele à própria presença do Sol que exerceria uma força de atração nos planetas. O reconhecimento de que a velocidade dos planetas seria maior em regiões mais próximas do Sol do que em pontos mais distantes certamente o fez suspeitar de que algo mecânico poderia ser atribuído à ‘força’ que provém do Sol, ou melhor, que havia um ‘causa motora’ para esse fenômeno de natureza essencialmente física. Se os corpos celestiais não possuíssem “inércia”, ou seja, a tendência de buscar o repouso, segundo Kepler, não precisaríamos supôr uma força para que os planetas se movimentem. E, “desde que os períodos das revoluções planetários acontecem em tempos precisos, alguns maiores outros menores, é claro que a matéria precisa ter inércia que é responsável por essa diferença.”¹⁸⁵

Quando Kepler afirma como já citado acima que o movimento é tão repugnante para um corpo quanto maior for a quantidade de matéria confinada em um determinado volume, “ele conferiu ao conceito de matéria o status científico como massa inercial”.¹⁸⁶ Segundo Max Jammer, certamente por isso Leibniz deu a Kepler o crédito do avanço da ideia de inércia ao mesmo tempo que apontou Descartes como utilizador desse conceito. Kepler, porém, como já

¹⁸³ Koyrè, Alexandre, *Galileu Studies*, Humanities Press, 1978. p 215

¹⁸⁴ Dugas, René. *Histoire de la Mécanique*, Éditions du Griffon, Neuchatel, 1950. p 113.

¹⁸⁵ Apud Jammer, M. *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*, , Dover Publications, Mineola, New York, 1961, 1989, [1997]. P 55

¹⁸⁵ Idem p 89.

¹⁸⁶ Jammer, M. *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*, , Dover Publications, Mineola, New York, 1961, 1989, [1997]. P 57

explicitado, concebeu a inércia somente a tendência do corpo de permanecer em repouso e consequentemente resistir ao movimento e veremos que isso não é similar ao conceito de inércia proposto por Descartes.

A força com que o Sol atrai os planetas seria, para Kepler, um fato fisicamente demonstrado. Porém, desde que essa ‘força’ de atração para ele tivesse somente uma existência imaterial, ela poderia ser detectada somente pelos seus efeitos que, por sua vez, seriam mostrados através da relação matemática entre a velocidade e as distâncias do planeta em relação ao Sol. Poderíamos afirmar que Kepler pensou em forças centrais tais como Newton? Jammer responderia negativamente a essa pergunta. Para o autor de *Concepts of Force*, Kepler pensava nessas forças de atração assim como as forças magnéticas de Gilbert.¹⁸⁷ Assim, Kepler imaginou que forças magnéticas emanavam do Sol tais como um grande braço que empurraria os planetas para que eles descrevessem as suas órbitas.¹⁸⁸

Qual seria a fórmula matemática para essa “força” de atração entre os planetas e o Sol? Kepler conjecturou que a intensidade dessa força seria inversamente proporcional à distância entre os astros, pois, assim como os peripatéticos, ele assumiu que a força seria tanto maior quanto maior fosse a velocidade de órbita do planeta. Independente dos erros cometidos por Kepler, ele foi, segundo Jammer, quem transformou o conceito de força em um conceito essencialmente relacional. Assim, “o conceito de força se torna um elemento básico do aparato conceitual do século XVII”¹⁸⁹.

Outros homens, tais como Oresme e Buridan, já haviam discutido sobre a tendência dos corpos em se opôr ao movimento ou sobre a inclinação que eles teriam ao repouso em suas observações a respeito dos movimentos celestiais. No entanto, para eles as forças que existiam e que seriam responsáveis pelo movimento dos astros eram “inteligências espirituais” que não estariam sujeitas às leis físicas.¹⁹⁰ O fato de Kepler ter associado *inércia* com matéria fez,

¹⁸⁷ Jammer, M., *Concepts of Force: a study in the foundation of dynamics*, Dover Publications, Mineola, New York, 1957, [1999], cap 5.

¹⁸⁸ Idem p 89.

¹⁸⁹ Idem. p 91

¹⁹⁰ Jammer, M. *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*, Dover Publications, Mineola, New York, 1961, 1989, [1997]. P 58

segundo Jammer, que a noção metafísica de ‘inatividade’ fosse tratada como um “conceito científico”¹⁹¹. Como vimos no capítulo 1, para muitos autores o fato de discutir um fenômeno em termos de “conceitos científicos” implica em não mais ser necessário discutir a metafísica subjacente. Será, de fato, assim?

3.1.2 Galileu Galilei

Galileu discutiu os movimentos dos corpos na superfície da Terra em movimento e dos planetas ao redor do Sol. Sua contribuição para os estudos cinemáticos, ou seja, para a análise do movimento em termos de velocidade, distância, tempo e aceleração foi bastante considerável. Ao analisar a queda dos corpos observou que os espaços percorridos por um corpo em queda livre, em tempos iguais, por um móvel inicialmente em repouso estão entre si na mesma proporção que os números ímpares consecutivos¹⁹². Galileu também provou que os projéteis não descrevem uma trajetória curva qualquer; a curva é, de fato, uma parábola. No contexto da discussão sobre o movimento, o filósofo italiano propôs o princípio de persistência do estado de um corpo. Vejamos como isso foi feito.

Na Primeira Jornada de seu livro *Diálogo Entre os Dois principais Sistemas do Mundo: O Ptolomaico e o Copernicano*, Galileu afirmou a unidade entre eventos sublunares e supralunares, contrariando a ideia aristotélica que divide o universo e que elabora, para cada parte, uma explicação para os fenômenos observados. Galileu admitiu que “o mundo é um corpo dotado de todas as dimensões e, por isso mesmo, perfeitíssimo” e que

(...) estabelecido, portanto, este princípio, pode-se imediatamente concluir que, se os corpos integrais do mundo devem ser por sua natureza móveis, é impossível que seus movimentos sejam retilíneos, ou diferentemente dos circulares.¹⁹³

Isso, de modo algum, se aplica somente aos corpos celestiais, como era defendido por Aristóteles. Os argumentos de Galileu são muito próximos à concepção tradicional do movimento

¹⁹¹ Idem

¹⁹² Esta regra diz, por exemplo, que durante as cinco primeiras unidades de tempo (1, 2, 3, 4 e 5) as distâncias percorridas são proporcionais ao quadrado dos tempos (1, 4, 9, 16 e 25). As diferenças entre essas distâncias são as distâncias percorridas em intervalos de tempos iguais e consecutivos e elas estão na mesma proporção que os números ímpares consecutivos (1, 3, 5, 7 e 9).

¹⁹³ GALILEI, G., *Diálogo Entre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano*, traduzido para o português por Pablo Rubén Mariconda, Discurso Editorial/ Imprensa Oficial, São Paulo, p.99, 2004.

circular, como eram os de Copérnico, porque estão baseados na ideia de que o movimento circular é simples e natural, não requerendo justificações.¹⁹⁴ E, assim:

(...) os movimentos locais são de três gêneros, ou seja, circular, reto, e misto do reto e do circular; aos dois primeiros chama simples, porque de todas as linhas, somente a circular e a reta são simples. E a partir daqui, restringindo-se um tanto, define novamente que dos movimentos simples um é o círculo, ou seja, aquele que se faz em torno do meio, e o outro, é o reto para cima e para baixo, ou seja, para cima aquele que parte do meio, para baixo aquele que vai para o meio.¹⁹⁵

O movimento reto é, por natureza, infinito, pois a linha reta é infinita e indeterminada; é, pois, impossível, de acordo com as ideias propostas por Galileu, que um móvel tenha por natureza o princípio de mover-se pela linha reta, ou seja, para onde é impossível chegar, inexistindo um término pré-determinado. Isto indica que Galileu, assim como Copérnico, entendia o Universo como Platão e Aristóteles e os pensadores medievais: como uma esfera finita, porém não mais com a Terra ocupando o centro e sim o Sol. Ora, como o movimento perpétuo em linha reta e um mundo finito são ideias incompatíveis, havendo qualquer suspeita de um movimento que persevere num mesmo estado, este movimento, para Galileu, só podia ser circular.

É oportuno ressaltar que Galileu entendia o movimento circular como um movimento não acelerado, pois

este sendo um movimento que faz com que o móvel sempre parta do término e sempre chegue ao término, pode, em primeiro lugar, somente ele ser uniforme: a aceleração do movimento acontece no móvel quando ele se dirige para o término ao qual tem inclinação, e o retardamento acontece pela aversão que ele tem de sair e afastar-se do mesmo término; e porque no movimento circular o móvel sempre parte de términos naturais, e sempre se move para o mesmo (...).¹⁹⁶

Há várias passagens na Segunda Jornada do Diálogo que sustentam existir em Galileu um “princípio da inércia circular”. Este livro é escrito em forma de um diálogo entre três personagens: Salviati (que representa Galileu), Simplicio (que representa o pensamento comum)

¹⁹⁴ De fato, em *De revolutionibus* (As Revoluções dos Orbes Terrestres), Copérnico defende o primado do movimento circular, dizendo que “Por isso é que o movimento de um corpo simples é simples (isto se verifica particularmente no movimento circular), dado que o corpo simples permanece no seu lugar natural e na sua unidade. Quando está neste lugar, não pode ter nenhum outro movimento, exceto o circular, pois que o corpo simples permanece totalmente em si mesmo como um corpo em repouso.” [COPÉRNICO, N., *As Revoluções dos orbes Celestes*, Fundação Calouste Gulbenkian, p 42, Livro 1, cap 8, 1984.]

¹⁹⁵ GALILEI, G., op cit, p 94.

¹⁹⁶ GALILEI, G., op cit, p 112.

e Sagredo (um leigo inteligente que, é claro, será sempre convencido por Salviati). O objetivo de Galileu ao introduzir a ideia de uma “inércia circular” é justificar a possibilidade do movimento da Terra. De fato, todos argumentos contra a rotação da Terra eram devido carência do entendimento da inércia. Como, numa Terra em rotação um corpo cairia como se a Terra estivesse em repouso?

Fundamental para a resposta de Galileu às objeções contra a possibilidade do movimento de rotação da Terra foi o entendimento do princípio da relatividade do movimento já enunciado por Copérnico no *De Revolutionibus*. De forma geral, o princípio nos diz que

Toda mudança de posição que se vê ou é devida ao movimento da coisa observada, ou do observador, ou obviamente de um ou de outro. Na verdade, entre objetos que se movem igualmente na mesma direção, não se nota qualquer movimento, isto é, entre a coisa observada e o observador.¹⁹⁷

Baseando-se nisso, Galileu afirmou:

Seja, portanto, o princípio da nossa contemplação o considerar que qualquer movimento que seja atribuído à Terra, é necessário que para nós, como habitantes daquela e conseqüentemente partícipes do mesmo, ele fique totalmente imperceptível (...)¹⁹⁸

Galileu, ao apoiar todo o seu discurso no princípio da relatividade usado por Copérnico, afastou-se, definitivamente, da concepção aristotélica do movimento que estabelecia uma diferença ontológica entre repouso e movimento. Para Aristóteles, mover-se estava intimamente ligado à constituição interna do corpo e dela dependia. De fato, se consideramos que, para um corpo existir em ato, deve encontrar-se em repouso no seu lugar natural, deslocar-se é o que um ser faz para chegar a sua atualização, enquanto esta ainda não foi alcançada. Ou seja, transladar, em qualquer ocasião, implicava uma verdadeira mudança que de modo algum seria relativa. Modificar a posição e permanecer em repouso passam a ser entendidos, então, como conceitos complementares, ou seja, um só pode ser definido por referência ao outro e acima de tudo, são estados dos corpos que nada tem a ver com sua natureza intrínseca. Donde se conclui que “tanto faz que se mova somente a Terra como todo o restante do mundo, pois que a operação de tal movimento não está em outra coisa que na relação existente entre os corpos celestes e Terra, relação esta que é a única a mudar”¹⁹⁹.

¹⁹⁷ COPÉRNICO,N., op cit, livro 1, cap.5, p29.

¹⁹⁸ GALILEI,G.,op cit, p 194.

¹⁹⁹ Op cit, p 197.

Entretanto, por estabelecer o movimento da Terra, Galileu teve que responder a uma crítica medieval. No texto, citado a seguir, Galileu apresentou essa crítica: o navio do texto, em um mar fictício, sem nenhum movimento, representaria a Terra; se uma pedra fosse deixada cair do mastro, ela nunca atingiria o pé do mastro se o navio se movesse sempre numa mesma direção, pois, no tempo de queda o navio teria movido o mastro que se distanciaria da pedra:

Salviati – (...) parece-me que a experiência do navio esteja tão bem ajustada ao nosso propósito, que se deva razoavelmente acreditar que o que se vê acontecer nela, deva acontecer no globo terrestre?

Simplicio – Até aqui pareceu-me que sim; e embora tenhais acrescentado algumas diferenças, não me parecem serem suficientes neste momento fazer-me mudar de opinião .

Salviati – Ao contrário, desejo que persevereis nela, e sustenteis firmemente que o efeito da Terra seja correspondente àquele navio, desde que, quando isso se descobrisse prejudicial à vossa necessidade, não pretendeis mudar de ideia. Vós dizeis: porque quando um navio está parado, a pedra cai ao pé do mastro e, quando ele está em movimento, a pedra cai afastada do pé, portanto, pela conversa, da queda da pedra ao pé infere-se que o navio está parado, e da queda afastada deduz-se que o navio se move; e porque o que acontece com o navio deve igualmente acontecer com a Terra, por isso da queda da pedra ao pé da torre, infere-se necessariamente a imobilidade do globo terrestre. Não é este o vosso argumento?

Simplicio – É exatamente esse, resumido de modo a torná-lo mais fácil de ser compreendido.

Salviati – Agora disse-me, se a pedra deixada cair de cima do mastro, quando o navio navega com grande velocidade, caísse precisamente no mesmo lugar do navio no qual cai quando o navio está parado, qual é o serviço que prestariam essas quedas quanto a assegurar-vos se o navio está parado ou está navegando?

Simplicio - Absolutamente nenhum: do mesmo modo que, por exemplo, da batida de pulso não se pode saber se alguém dorme ou está acordado, porque o pulso bate do mesmo modo para os que dormem como para os que estão despertos.

Salviati – Muito bem ! Fizeste alguma vez a experiência do navio?²⁰⁰

Simplicio responde que não. Mas, Salviati vai além nessa discussão: o movimento do navio, comum ao mastro, é também, comum a tudo que faz ou fez parte do navio. A pedra, assim, acompanharia o mastro e cairia a seu pé. Esse movimento contudo não é notado mostrando que a experiência interna a um sistema mecânico de corpos é incapaz de decidir se este sistema está em repouso ou em movimento. Com efeito, empregando um conceito tão preciso como o de sistema inercial, que afirma a impossibilidade de diferenciar o repouso e o movimento retilíneo uniforme, e um conceito mais amplo de sistema mecânico, no qual são indistinguíveis o repouso e o movimento, podemos considerar que Galileu afirmou que assim como o navio é o sistema mecânico de todas as coisas que fazem parte do navio e que participam de seu estado (repouso e

²⁰⁰ Op cit, pp. 224-225.

movimento uniforme), assim também a Terra é o sistema mecânico de todas as coisas que estão nela e participam de seu estado, de modo que os observadores que pertençam a esses sistemas não podem distinguir, com base em experiências realizadas no interior dos sistemas, entre o repouso e o movimento uniforme do sistema. Assim, na voz de Sagredo, Galileu usou o argumento incontestável que mostra a possibilidade da Terra em movimento:

Quando, portanto, um pintor, ao partir do porto, tivesse começado a desenhar sobre um papel com aquela pena e continuando o desenho até Alexandria, e tivesse podido obter do movimento da pena uma história inteira com muitas figuras perfeitamente contornadas e pontilhadas para milhares de lados, com países, construções, animais e outras coisas, ainda que todo o verdadeiro, real e essencial movimento traçado pela ponta daquela pena não tivesse sido outra coisa que uma linha comprida, mas simplíssima; e quanto à própria operação do pintor, teria desenhado o mesmo com exatidão quando o navio tivesse ficado parado. Que depois do movimento compridíssimo da pena não fique outro vestígio que aqueles traços marcados sobre o papel, a causa é que o grande movimento de Veneza a Alexandria foi comum ao papel e à pena e a tudo aquilo que estava no navio; mas os mínimos movimentos, para frente e para trás, à direita e à esquerda, comunicado pelos dedos do pintor à pena e não ao papel, por serem próprios daquela, puderam deixar um vestígio de si mesmos sobre o papel, que ficava imóvel a tais movimentos. Analogamente é verdadeiro que se movendo a Terra, o movimento da pedra, ao cair, terá sido realmente um traço comprido com muitas centenas e até mesmo com muitos milhares de braças, e se tivesse podido traçar numa área estável ou outra superfície o traço do seu curso, teria deixado uma linha transversal compridíssima; mas aquela | parte de todo esse movimento, que é comum à pedra, à torre, e a nós, fica para nós insensível e como se não fosse, e somente é observável aquela parte da qual nem a torre nem nós somos partícipes, que é afinal aquele movimento com o qual a pedra caindo, mede a torre.²⁰¹

Posteriormente, iniciou-se uma nova discussão que completa o enunciado da lei da inércia de Galileu, antecipando, parcialmente, a primeira lei do movimento de Newton. Trata-se de uma discussão, entre os três personagens, sobre o comportamento de uma esfera primeiramente solta num plano inclinado, depois lançada para cima sobre ele e finalmente abandonada num plano horizontal. Quando Salviati questiona Simplício sobre o que ele acha que aconteceria com a esfera nesses três casos, Simplício responde que, para o primeiro caso, a esfera desceria naturalmente, aumentando a sua velocidade e, no segundo, é preciso imprimir um movimento inicial o qual vai continuamente enfraquecendo, até que finalmente se anula. Para uma declividade maior será verificada uma maior velocidade e para uma aclividade maior observa-se que a esfera, se lançada com a mesma “força”, percorrerá uma distância menor. No caso de uma superfície horizontal, ou seja, sem nenhum tipo de inclinação, Galileu esclarece o seu princípio inercial:

²⁰¹ Op cit, p 253.

Simplício - (...) Como não existe declividade, não pode existir uma inclinação natural ao movimento e, não existindo aclividade, não pode existir resistência a ser movido, de modo que seria indiferente à propensão e à resistência ao movimento: parece-me portanto que ele deveria ficar naturalmente em repouso (...)

Salviati – Assim acredito, quando alguém o colocasse parado; mas se lhe fosse dado um ímpeto em direção a alguma parte, o que aconteceria?

Simplício - Continuará a mover-se na direção daquela parte.

Salviati - Mas com que espécie de movimento? Por um movimento continuamente acelerado, como nos planos em declive, ou por um movimento sucessivamente retardado, como nos aclives ?

Simplício - Eu não consigo perceber causa de aceleração nem de retardamento (...)

Salviati- (...) quanto acreditais, portanto, que duraria o movimento do móvel?

Simplício - Tanto quanto durasse o comprimento daquela superfície que não é nem subida, nem descida.²⁰²

De acordo com a lei propriamente galileana de inércia, se uma partícula ficasse livre de influências externas²⁰³ perseveraria em movimento circular sobre a superfície lisa da Terra, pois somente nesta superfície todos os pontos estariam igualmente afastados do centro não possuindo assim, em nenhuma parte nem aclive nem declive. Somente para pequenas distâncias o movimento poderia ser considerado retilíneo .

3.1.3. René Descartes

A física cartesiana tem grande importância para a filosofia da ciência, pois, desde que o sistema aristotélico surgiu, um novo sistema para a interpretação da natureza, como um todo, era apresentado.²⁰⁴ Além disso, houve uma nova formulação da lei da inércia, um tratamento original do movimento circular e a definição de quantidade de movimento. No livro de Descartes, *Principles de la Philosophie*²⁰⁵, publicado em 1644, encontramos sua explicação dos processos

²⁰² Op cit, p 228.

²⁰³ A gravidade não é considerada uma força para Galileu.

²⁰⁴ O mecanicismo de Descartes está exposto principalmente em seus *Princípios da filosofia*. Esta obra, em quatro partes, foi publicada em latim em 1644 encontrada em: Adam, C.; Tannery, P. (orgs.) *Oeuvres de Descartes*. Paris: Léopold Cerf, 1897-1913, (VIII, p. 1-329) e em francês em 1647 (AT, IX-2, p. 1-325). A tradução foi realizada por um amigo de Descartes, o padre Claude Picot. Descartes a aprovou, embora haja diferenças importantes em relação ao texto latino. Ao citá-la, sigo a tradução portuguesa de João Gama publicada em 1997 por Edições 70 de Lisboa, e que contém toda a obra, feita a partir da edição francesa. Encontra-se também, o livro completo *Principles de la Philosophie*, editado em 1641 na Internet.

²⁰⁵ Descartes, R., “Principles de la Philosophie”, in *Ouvre de Descartes*, C. Adam e P. Tannery (editores), J. Vrin, Paris, 1971.

naturais sem nenhuma entidade que fosse ela mesma suscetível de redução à natureza intrínseca da matéria, além de uma ideia de matéria como sendo exclusivamente a pura extensão geométrica. Na parte III, encontramos a fundamentação da lei da inércia em sua análise do movimento circular, um trabalho seminal para Isaac Newton, autor do *Principia* que assim foi chamado, segundo Niccolò Guicciardini, para sugerir uma modernização da feita realizada por Descartes²⁰⁶.

Descartes teve obras importantes na área da filosofia natural onde sua influência foi bastante considerável: o *Essais* e o *Principia Philosophiae* constituíram o ponto de partida de muitos trabalhos nessas áreas no século XVII.²⁰⁷ A adesão ao mecanicismo foi um outro aspecto da abordagem de Descartes que vale comentar. Na física, o mecanicismo nem sempre significou a mesma coisa para todos os autores. Em meados do século XVII, o mecanicismo implicava a redução da dinâmica à cinemática e, à medida que as outras áreas da física passaram a ser estudadas no século XVIII – como o magnetismo e a eletricidade - ele passou também a ser interpretado como uma redução de todos os fenômenos físicos à mecânica. Euler, por exemplo, tentou reestruturar a física newtoniana em termos de uma filosofia natural cartesiana.²⁰⁸ À medida que a natureza fundamental das forças não-mecânicas tornava-se patente, elas foram se tornando cada vez mais questionáveis. Mas, qual o lugar destinado às forças ou aos princípios de atividade, responsáveis pelas diversas modificações mecânicas da matéria na estrutura do universo físico cartesiano onde não parece restar lugar algum para inserirmos quaisquer elementos dinâmicos?²⁰⁹

²⁰⁶ Guicciardini, N., *Isaac Newton on Mathematical certainty and method*, MIT Press, 2009, p235

²⁰⁷ Para ver alguns desses trabalhos:

- Clarke, Desmond, *Occult Powers and Hypotheses*, Oxford, 1989
- Aiton, Eric, *The Vortex Theory of Planetary Motions*, Londres, 1972
- Lennon, T.M., Nicholas e J.M., Davis, J.W. (orgs), *Problems of Cartesianism*, Kingston, 1982 pp95-112

²⁰⁸ Gaukroger, S., “The Metaphysics of Impenetrability: Euler’s Conception of Force”, *British Journal for the History of Science*, 15 (1982), p 132-154

²⁰⁹ Na verdade, esse ideal de uma teoria física que se esquivasse da força e se arranjasse exclusivamente com matéria em movimento nunca foi defendido por Descartes. Como nos alerta Gaukroger, se fizermos uma leitura criteriosa de seus primeiros textos sobre a hidrostática veremos que ele desenvolveu uma noção estática de força como algo semelhante à tendência instantânea ao movimento. Nós, porém, vamos analisar aqui as obras citadas nessa seção e que foram as mais comentadas pelos filósofos dos oitocentos. Para maiores detalhes sobre essa “tendência instantânea do movimento” ver Gaukroger, S., *Descartes: An Intellectual Biography*, Clarendon Press, Oxford, 1995.

Embora Descartes tenha se referido à forças de atração exercida pela Terra em objetos em queda livre e explicado o movimento acelerado pela ação acumulativa de ‘força’, ele eventualmente concebeu ‘força’ como uma aparência fictícia.²¹⁰ Como afirmou Jammer, a dicotomia ‘cartesiana da existência em pura matéria ou puro espírito era incompatível com a suposição da força na matéria ou exercida pela matéria.’²¹¹ E deve ter sido por esse motivo que Descartes discutiu a queda livre sem fazer qualquer referência à forças atrativas. Na sua tentativa de eliminar o conceito de força de seu sistema, ele acabou empregando o conceito medieval do *impetus*, embora tenha utilizado mais tarde a teoria dos vórtices que para ele possuía um caráter puramente cinemático. Todo fenômeno físico, para o filósofo, poderia ser dedutível de duas suposições fundamentais cinemáticas: a lei da conservação da quantidade de movimento e a sua teoria dos vórtices²¹².

O discurso de Descartes sobre forças pode ser compreendido sem referência a um princípio dinâmico-metafísico, transcendente à imediata materialidade das coisas? O mecanicismo cartesiano pode ser sustentado apenas com aquelas qualidades suscetíveis ao tratamento geométrico, grandeza, figura e movimento?

Uma vez que, quando algo se move, sempre se move numa dada direção, o movimento parece ser dotado de velocidade e direção, que seriam componentes inseparáveis da mesma coisa. Descartes não concordaria com essa afirmação. Ele diferenciou o ‘poder’ pelo qual uma coisa se

²¹⁰ *Oeuvres de Descartes*. Ed Charles and Paul Tannery (Cerf, Paris), vol 10 (1908), Descartes- Beeckmann (1618-1619), pp 60, 225.

²¹¹ Jammer, M., *Concepts of Force: a study in the foundation of dynamics*, Dover Publications, Mineola, New York, 1957, [1999], p 103

²¹² Uma breve explicação sobre a cosmologia de Descartes: Uma vez que o Universo é um espaço pleno, é necessário, para que alguma parte dele se mova, que as outras se movam também. Para Descartes, a forma mais simples de um deslocamento é o círculo, embora não tenhamos razão para presumir que o Universo gire em torno de um único centro; antes, poderemos imaginar diferentes centros de movimento. A matéria que gira mais perto do centro é a menor ou menos agitada, e a mais distante é a maior ou mais agitada. A razão disso é que esta última descreve os círculos mais amplos. O movimento constante e as colisões fizeram com que a diferença dos tamanhos da matéria se reduzisse. Alguns pedaços de matéria não se deixaram partir, são aqueles que Descartes se refere como o terceiro elemento e que são os planetas e os cometas. O primeiro elemento é formado em quantidade maior para preencher os espaços entre o segundo e o terceiro elementos. O excesso de materiais do primeiro elemento se move em direção ao centro, porque o segundo elemento tem uma tendência centrífuga maior. Essa concentração do primeiro elemento no centro de cada sistema são os sóis. O Universo, então, consistiria, segundo Descartes, num número indefinido de vórtices contíguos, cada qual com um Sol no centro e os planetas girando em torno desse Sol, carregados pelo segundo elemento. Imaginando o Universo composto desses elementos, Descartes explica a diferença entre o movimento dos planetas e dos cometas, a queda dos corpos e os fenômenos das marés. [Para maiores detalhes, ver Gaukroger, S., *Descartes: An Intellectual Biography*, Clarendon Press, Oxford, 1995. Cap 7]

move e o ‘poder’ que determina que o seu movimento se dê numa direção e não em outra. Ou seja, ele considerou separadamente a *quantidade de movimento* (o produto da quantidade de massa pela quantidade de velocidade) e a *determinação de movimento* (que diz respeito sobre a direção e o sentido do movimento). De fato, para ele é necessário

prestarmos atenção à diferença entre o movimento de uma coisa e a sua determinação para um lado em vez de ser para o outro, e essa diferença é a causa desta determinação poder mudar sem haver quaisquer alterações no seu movimento.²¹³

Isso ocorre porque o movimento não é contrário a outro movimento, mas apenas ao repouso.

Segundo Descartes:

Só há oposição entre dois modos: entre movimento e o repouso, entre a velocidade e a lentidão do movimento, desde que esta lentidão participe da natureza do repouso; e entre a determinação de um corpo em se mover para qualquer lado e a resistência dos outros corpos que encontra no seu percurso.²¹⁴

Fica claro com essa passagem que quantidade de movimento cartesiana é uma grandeza escalar, isto é, uma grandeza que pode ser concebida tendo apenas sua magnitude sendo desnecessária informar a direção e o sentido, como é o caso das grandezas vetoriais.

No contexto da explicação sobre a reflexão da luz no *Dioptrique*²¹⁵, essa diferença se esclarece. Ao imaginar uma bolinha de tênis sendo lançada em direção ao chão por uma raquete e após colidir com este ter a direção de seu movimento desviada – como um raio de luz incide de forma oblíqua em um espelho –, Descartes afirmou que ainda que se modifique a determinação inicial de sua trajetória, nenhuma mudança precisa ocorrer na ‘força’ de seu movimento, “pois essas são duas coisas diferentes”.²¹⁶ Se a ‘força’ e a ‘direção’ do movimento fossem a mesma coisa, a bolinha teria que parar antes de mudar de direção, e, se parasse, seria necessária uma nova causa para ela se mover. Mas essa nova causa não existe, logo, a força não é afetada na colisão ainda que a sua direção se modifique. De uma forma anacrônica podemos dizer que ‘força’ ou ‘movimento’ são tomados por Descartes como o produto das dimensões do corpo (massa) pela velocidade escalar. Já ‘determinação’, como nos alertou Peter McLaughlin, talvez seja o conceito mais difícil de entender na física cartesiana. McLaughlin afirmou que a

²¹³ Descartes, Princípios (1647), parte II, § 41. In: Adam, C.; Tannery, P. (orgs.) *Ouvres de Descartes*. Paris: Léopold Cerf, 1897-1913. Doravante abreviada por AT, IX-2, p87 [Gama, J. (org.) *Princípios da Filosofia*, p 79].

²¹⁴ Idem, parte II, § 44, p 8-89 [p80].

²¹⁵ AT, xi, p 8-9, apud Gaukroger, 1995.cap 7.

²¹⁶ AT, vi, p94

‘determinação’ cartesiana é uma quantidade genuína e em uma passagem de difícil compreensão explicou que:

ela não é apenas a direção do movimento. Mas ela não é em si mesma um movimento, nem é uma parte de um movimento; e uma parte de uma determinação não é também uma parte do movimento, nem mesmo a determinação de uma parte de um movimento.²¹⁷

Ou seja, a determinação é uma quantidade orientada com o mesmo valor absoluto que o movimento, sua direção pode variar independente do movimento relacionado com ela, mas sua quantidade não pode variar pois sempre será dada pela quantidade de movimento. Os detalhes de como isso ocorre são esclarecidos e explicitados depois que as leis do movimento são apresentadas. O que nos interessa, por ora, é a base conceitual da diferença apontada por Descartes entre o ‘poder’ pelo qual uma coisa se move e a sua ‘determinação’ que é algo que depende da ‘força’ ou ‘rapidez do corpo’ e que direciona essa velocidade.²¹⁸ A trajetória efetiva do corpo em movimento é determinada pela maneira que é menos dificultada pelos corpos exteriores ao corpo. Isso nos possibilita pensar em como seria a trajetória de um corpo que se movimentasse em um meio que não oferecesse nenhuma dificuldade a esse movimento, por exemplo, no vácuo. Mas isso não implicaria em afirmar que a direção do movimento não seria mais uma função dos corpos circunvizinhos? E mais: a ideia de que o corpo irá percorrer o caminho mais fácil não implica em algo que se assemelhe ao “princípio da mínima ação” de Maupertuis, a dizer, como um princípio metafísico exprimindo uma tendência da natureza de escolher caminhos mais simples?

Na Segunda Parte dos *Princípios* onde são estabelecidos os “princípios das coisas materiais”, ele considerou o movimento como responsável por “todas as propriedades que percebemos distintamente”²¹⁹ na matéria do Universo e num sentido comum ele o define como sendo a “ação pela qual um corpo passa de um lugar para o outro”²²⁰. Descartes insistiu que se

²¹⁷ McLaughlin, P. “O Conceito de Força de Descartes e sua Determinação” in: Saul Fuks (org.), Descartes – 400 anos: Um Legado Científico e Filosófico, Relume Dumará, Rio, 1997.

²¹⁸ Descartes, R. *Principles de la Philosophie*, 1641, Segunda parte, XL, p98-99. Ver também em Gabbey, A., “Force and Inertia in the Seventeenth Century: Descartes and Newton”, em Gaukroger, S., (org.), *Descartes: Philosophy, Mathematics and Physics*, Brighton, 1980.p 230-320.

²¹⁹ Idem, Segunda Parte, 23

²²⁰ Idem, Segunda Parte, 24

tivermos que atribuir ao movimento uma natureza que o determine esta será “o transporte de uma parte da matéria ou de um corpo pela vizinhança daqueles que o tocam imediatamente e que nós consideramos como estando em repouso”²²¹.

Usando o exemplo de um barco que é transportado pelas águas de um rio, mas que sofre a ação contrária e de resistência ao movimento pela força do vento, poderíamos chegar a uma situação em que o barco pareceria parado para uma pessoa parada às margens desse rio. Isso se daria quando a ‘força’ do vento fosse igual à da correnteza do rio. Percebemos que toda a superfície que circunda o barco se movimenta de forma constante e dessa forma não podemos deixar de admitir, segundo Descartes, que uma coisa muda e ao mesmo tempo não muda de lugar.²²² Mas, como não existe uma quantidade indeterminada de corpos que poderiam tocar o barco ou qualquer outro corpo ao mesmo tempo, continua o filósofo, poderemos admitir um eixo imóvel de referência externo ao corpo que estamos analisando. Vale observar que para Descartes, espaço, lugar e corpo se diferenciam apenas porque atribuímos ao corpo – que é “tudo aquilo que é transportado conjuntamente”²²³ - uma extensão particular; em outras palavras, não há uma diferença real entre eles. Descartes esclarece que por ‘transporte’ ele não quer dizer a ‘força’ ou a ‘ação’ que transporta, ou seja, que “o movimento está sempre no móvel e não naquilo que move”.²²⁴ Em suma, não é fácil concluir se Descartes está tentando suprimir o relativismo e afastar-se do sentido que o movimento possuía na tradição aristotélica ou redefinir em outras bases conceituais o que vem a ser o ‘movimento’ apenas analisando essas passagens.

Se levarmos em consideração que a *quantidade de movimento* no universo se conserva para o filósofo - embora esse movimento possa ser redistribuído entre os corpos - e que ele não estava interessado nas causas do movimento, conseguimos tornar as ideias sobre movimento menos problemáticas, pois não se trata de saber qual é a causa do movimento de determinado corpo que pode ser indicada pela simples especificação de que esse corpo se move de uma maneira específica porque um outro transferiu para ele certa quantidade de movimento. Trata-se de saber qual é a origem do movimento e no que tange essa questão, a origem do movimento,

²²¹ idem, 25

²²² Idem, 13

²²³ idem, 11, 12 e 13

²²⁴ Idem, 25

para Descartes, está em Deus. No começo, Ele criou a matéria e a colocou em movimento. O que a faz permanecer em movimento? Nada. Movimento é um estado do corpo e como qualquer outro, ele irá continuar ao menos que algo externo atue para modificá-lo. Numa colisão, por exemplo, o movimento pode ser transferido de um corpo para outro, mas ele, em si, permanece indestrutível.²²⁵ Sendo assim, os agentes causais do movimento e do repouso, isto é, as forças responsáveis pela existência e duração deles assim como o princípio dinâmico responsável pelos diversos estados em que a matéria extensa se encontra têm como único fundamento a potência criadora de Deus e a imutabilidade de sua vontade. Foi esse o princípio que permitiu Descartes explicar a persistência do movimento e as mudanças do movimento causadas pelas colisões entre os corpos. Como observa Martial Guéronlt, as diversas noções de força não poderiam ser concebidas apenas através das noções de extensão e movimento. Elas requerem, além disso, conceitos certamente metafísicos que para Descartes vem da vontade divina imutável e de Sua criação contínua.²²⁶

As leis da natureza que regulam a maneira como os corpos ganham ou perdem suas quantidades de movimento, como já dissemos, tem como fundamento, para o filósofo, a imutabilidade da vontade de Deus. No instante inicial da criação, Deus conferiu movimentos diferentes às partes e, a partir daí, esses movimentos passaram a ser regulados por leis comuns da natureza. No *Princípios de Filosofia*, Descartes estabelece os princípios básicos de sua física, entre os quais:

Como Deus não está sujeito a mudanças, agindo sempre da mesma maneira, podemos chegar ao conhecimento de certas regras a que chamo as leis da natureza, e que são as causas segundas, particulares, dos diversos movimentos que observamos em todos os corpos, e daí a importância dessas leis. A primeira é que cada coisa particular, enquanto simples e indivisa, se conserva o mais possível e nunca muda a não ser por causas externas. Por conseguinte, se uma parte da matéria é quadrada, ela permanecerá assim se nada vier a alterar a sua figura; e se estiver em repouso, nunca se moverá por si mesma. Mas, uma vez posta em andamento, também não podemos pensar que ela possa deixar de se mover com a mesma força enquanto não encontrar nada que atrase ou detenha o seu movimento. De modo que, se um corpo começou a mover-se, devemos concluir que continuará sempre em movimento, e que nunca parará por si próprio.²²⁷

²²⁵ Idem, 28

²²⁶ GUÉROULT, M. "Metaphysique et physique de la force chez Descartes et chez Malebranche." *Revue de Metaphysique et de Morale*, 59, 1, 1954, p. 1-37.

²²⁷ Descartes, R., *Princípios de Filosofia* (Rideel, São Paulo, 2007), p. 78.

E ainda:

A segunda lei que observo na natureza é que cada parte da matéria, considerada em si mesma, nunca tende a continuar o seu movimento em linha curva, mas sim em linha reta, embora muitas dessas partes sejam muitas vezes obrigadas a desviar-se porque encontram outras no caminho, (...) Embora seja verdade que o movimento não acontece num instante, todavia é evidente que todo o corpo que se move está determinado a mover-se em linha reta e não circularmente.²²⁸

Descartes, como visto acima, rejeitou parcialmente a visão kepleriana de inércia e efetuou a transição para a concepção moderna de inércia como persistência do estado quer de repouso ou de movimento²²⁹. Neste ponto, ao admitir que tudo se faz nos corpos por figura e movimento, sem a intervenção de alguma qualidade na matéria, o princípio da inércia está definitivamente elaborado e enunciado, pois, “cada coisa permanece no seu estado, se nada o alterar; assim, aquilo que uma vez foi posto em movimento continuará sempre a mover-se”²³⁰.

Para Descartes, repouso é contrário ao movimento e, segundo sua filosofia, nada se torna no seu oposto ou se destrói a si mesmo. Por isso, a tendência de uma coisa permanecer no mesmo estado é, para ele, a primeira lei da natureza. Se algumas vezes já acreditamos que um movimento termina por si próprio é pelo fato de que ignoramos as verdadeiras razões que leva o corpo a chegar ao repouso ou desacelerar.

Se juntarmos, então, a primeira com a segunda lei, encontraremos o que se chama nos dias de hoje de “lei da inércia”. Como Descartes justifica a prioridade da linha reta? Ele se apoiou em argumentos metafísicos²³¹: no ato da criação do universo, Deus colocou nele matérias com movimento e repouso. Sendo Deus perfeito, não há motivo para alterar Sua própria criação. Mas Deus pode fazer movimentos circulares “eternos” e por que não os fez nos corpos terrestres como fez nos corpos celestes? Porque Deus age de modo a conservar o mundo do modo exato como ele se encontrava no instante da criação e o movimento circular não pode ser realizado no instante da criação pelo fato de somente a reta possuir simetrias que espelham a perfeição de Deus, ou seja, por translações uniformes sobre ela não podemos distinguir seus pontos. Já o círculo precisa de três pontos para ser determinado e não pode, assim, ser dado de uma só vez como a reta, que é

²²⁸ *Ibid.*, p. 78 e 79.

²²⁹ Cottingham, J. *Dicionário Descartes*, verbete inércia, p. 88-89.

²³⁰ *Ibid.*, p. 77.

²³¹ BLACKWELL, R.J., “Descartes’s Laws of Motion”, *ISIS*, 57, 1960, pp.220-233.

possível ser determinada pela tangente em qualquer um de seus pontos. Por isso, todo corpo que se move está determinado a mover-se em linha reta e não em linha curva.²³²

Na filosofia cartesiana da natureza - não exposta aqui em sua totalidade - nada se compreende na natureza se a considerarmos somente como uma soma de fenômenos. Precisamos, segundo Descartes, remontar os fenômenos à princípios que só se encontram nas leis universais do movimento. A evidência dos princípios de sua filosofia e de seus axiomas matemáticos conduziria com toda segurança, segundo o filósofo, ao domínio e à compreensão da natureza. Lamentavelmente para os adeptos de sua filosofia, a física cartesiana não resistiu ao teste da experiência.

3.2. No palco:

3.2.1 Gottfried Wilhelm Leibniz

3.2.1.1.A inércia

Vimos, ao final da secção anterior, que a inércia cartesiana é uma mera tendência que os corpos têm de permanecer em um dado estado indiferente ao repouso e ao movimento até que alguma coisa o mude. Mas há uma diferença desta inércia para a leibniziana, pois, uma coisa é *manter-se indiferentemente em um estado* até que algo o mude e outra coisa é *ter uma “força” para manter seu estado*, e assim resistir à mudança. Segundo Leibniz, quando por alguma razão um corpo se encontra no estado de repouso, não poderá entrar em movimento por si mesmo, nem suportará, *sem resistência*, que outro o ponha em movimento. Assim, pode-se dizer que os corpos são, por sua natureza, inertes. Há uma repugnância à mudança externa nos corpos materiais: um corpo jamais pode ocupar o lugar de outro a menos que este ceda e, caso isso aconteça, ou seja, um corpo ceder o espaço para o outro, isso ocorrerá à custa de um retardamento do corpo em movimento que empurrou aquele que estava parado, por exemplo.²³³

²³² DIAS, P.M.C., “O Desafio do Círculo: Descartes e o “Demônio da Desilusão” in: Saul Fuks (org.), Descartes – 400 anos: Um Legado Científico e Filosófico, Relume Dumará, Rio, 1997.

²³³ Leibniz. Teodicéia (1710), § 346. in: hardt, C. I. (org.) *Die philosophischen schriften*. Berlim: Weidmann, 1875-90, abreviada doravante por GP. VI, p. 320 [Brunschwig, J. (org.) *Essais de théodicée*, p. 320].

Portanto, diferentemente do que pensou Descartes, Leibniz entendeu que a inércia dos corpos não pode ser deduzida da extensão, porque “a extensão ou o que é geométrico nos corpos, se tomadas por elas mesmas não contem nada que gere a ação e movimento” e, então,

nós precisamos admitir que a matéria resiste a ser movida por uma certa inércia natural (como Kepler perfeitamente a chamou), assim a matéria não é indiferente ao movimento e ao repouso (como é comum pensar), mas requer para esse movimento uma força ativa proporcional ao seu tamanho. É, portanto, a força passiva de resistência (que envolve impenetrabilidade e algo mais) que de acordo com a noção de matéria primária ou massa (que é a mesma em todos os corpos e proporcional aos seus tamanhos) que ela consiste.²³⁴

Sobre as características dessas forças veremos adiante. Antes de nos aprofundarmos sobre as forças acima mencionadas, faremos mais algumas observações sobre a opinião do filósofo no que diz respeito à matéria. Leibniz mostrou que as leis do movimento seriam muito diferentes das que se obtêm se admitirmos no corpo e na matéria somente a extensão e a impenetrabilidade. Ou seja, numa colisão, por exemplo, onde os corpos permanecem juntos após o choque, percebemos uma mudança de velocidade dos corpos. Ora, se a essência dos corpos fosse somente a extensão não perceberíamos essa mudança, pois o corpo seria indiferente ao movimento e ao repouso. Leibniz demonstrou que a inércia não é fruto somente da extensão considerando justamente as leis do movimento, pois, essas leis para serem coerentes necessitam de mais uma propriedade nos corpos distinta da extensão, a saber: resistência ou inércia que pode ser explicada da seguinte forma:

como a matéria tem uma inércia natural que é oposta ao movimento, então, no próprio corpo, e assim em cada substância, há uma constância natural que é oposta a mudança. (...) Assim como é certo que matéria não pode por ela mesma começar o movimento, então, como bem conhecidos os experimentos sobre a comunicação dos corpos moventes, é igualmente certo que um corpo considerado por ele mesmo retém qualquer impetus transmitido para ele, e isso se mantém constante na sua mobilidade, isto é, ele tem uma tendência a perseverar em qualquer sequência de mudanças que já começou.²³⁵

Para Leibniz, como todo esforço tende numa linha reta, segue que todo movimento “ou é retilíneo ou composto de movimentos retilíneos”. E

qualquer coisa que se move ao longo de uma curva sempre se esforça para sair ao longo da reta tangente, mas também - o que seria de esperar, pelo menos - segue-se a verdadeira noção de solidez.²³⁶

²³⁴ Leibniz, *Nature Itself* (1695). In: *Leibnizens mathematische Schriften*, ed C.I. Gerhardt, 7 vols, Berlim 1849-60, VI, p237, doravante abreviada por GM [Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p216-217].

²³⁵ Idem

²³⁶ Leibniz, “Specimen dynamicum”, in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998. p 173

Então, além de sua importância no tocante as leis do movimento, a inércia, para Leibniz, foi fundamental também para explicar a solidez dos corpos. Pois, se supusermos que algumas dessas coisas que chamamos sólidas giram em torno do seu centro

as partes tentariam escapar pela tangente, melhor ainda, realmente começariam a escapar, mas, posto que esta fuga recíproca das mesmas perturba o movimento do que a circunda, são rechaçadas dali e novamente são constringidas mutuamente entre si, como se existisse uma força magnética no centro que as atrairia, ou como se nas próprias partes houvesse uma força centrípeta.²³⁷

Para Leibniz “nada é mais contrário para a natureza supor que a solidez seja derivada do repouso mesmo *porque não há um verdadeiro repouso nos corpos*”²³⁸. Com o intuito de esclarecer a passagem acima, ele supôs dois corpos A e B, um em repouso em relação ao outro (“embora rigorosamente falando isso nunca aconteça porque *nenhum corpo se mantém a mesma distância um do outro mesmo no menor lapso de tempo*”²³⁹). Se considerarmos um terceiro corpo que movimenta B, não seguirá, disse o filósofo, que da resistência de B em entrar em movimento uma outra resistência: a de ser separado de A. Ou seja, se B entrar em movimento não concluiremos disso que A seguirá B. Então, a solidez dos corpos não pode ser explicada somente pela força do *plenum* circundante²⁴⁰, em outras palavras, a pressão externa não seria suficiente e devemos entender que, de fato, os corpos A e B estão separados um do outro. Somente pela combinação de dois movimentos (a tendência das partes do corpo de se afastarem – devido à inércia – combinado com o conato centrípeta do *plenum* circundante) que surge a solidez, a força efetiva de atração.

Leibniz usou essa passagem para atacar não somente aqueles que acreditam no espaço vazio e não fazem nenhuma objeção à atração, mas principalmente aqueles que defendem o movimento absoluto e usa a rotação e a força centrífuga - que surge dessa rotação - para ‘provar’ o espaço absoluto. Adiante, ficará claro, com quem Leibniz estava dialogando.

²³⁷ Leibniz, “Specimen dynamicum”, in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998. p 173

²³⁸ idem p174

²³⁹ idem

²⁴⁰ Leibniz não admitia o vácuo.

3.2.1.2. “Ser ou não ser: eis a questão.”²⁴¹

Podemos, então, concluir que a inércia, para Leibniz, é uma força? Precisamos de mais algumas considerações para chegar a alguma conclusão nesse sentido (se é que isso será possível).

Quando lemos em Leibniz termos como “atuar”, “resistir” ou “sofrer” devemos ser cautelosos. No “*Novo Sistema*”, Leibniz enfatizou que a natureza unitária da substância significa que não pode haver uma transferência real entre as substâncias: “a ação de uma substância numa outra não é a emissão ou a transferência de uma entidade”²⁴² a transferência real contradiria a indivisibilidade da substância.²⁴³ A força da substância pode somente trabalhar na própria substância. Isto diretamente contradiz as experiências cotidianas que mostram influências mútuas contínuas entre as coisas que nos cercam. As leis da mecânica também sugerem mudanças vindas de fora. O problema que Leibniz estava enfrentando era explicar como fenômenos de interação entre os corpos poderiam ser salvos. E ele encontrou uma explicação para a aparência da interação. Tais ‘fenômenos’ são possíveis se nós assumirmos que as forças que uma substância exerce nela mesma são exatamente iguais às forças que todas as outras substâncias parecem exercer sobre a primeira. Substâncias criadas nunca diretamente interagem uma com a outra, mas elas são governadas por uma pré-estabelecida harmonia que dá a impressão de uma relação causal. Esta é a teoria da harmonia entre a ação espontânea e o mundo externo²⁴⁴.

Não obstante, essa é uma solução que resolve o problema metafísico internalizando o mundo externo. O que nós pensamos acontecer fora de nós, está na realidade acontecendo com

²⁴¹No original em inglês: *To be or not to be, that's the question*) vem da peça *A Tragédia de Hamlet, príncipe da Dinamarca*, de William Shakespeare. Encontra-se no Ato III, Cena I.

²⁴² Leibniz, “New System of the nature of substances and their communication, and of the union which exists between the soul and the body”, 1695, in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 149.

²⁴³ Podemos destacar três níveis de análise para a composição da substância leibniziana: lógico, metafísico e físico. No primeiro a substância é definida em termos de sua noção completa e predicação a partir da representação por um sujeito proposicional; na Segunda, a noção completa cede espaço para a substância como uma verdadeira unidade, a partir da então denominada mônada; na terceira a substância é caracterizada segundo sua força e analisada a partir do estudo da matéria em movimento.

²⁴⁴ Roberts, John. Leibniz on Force and Absolute motion, *Philosophy os Science*, Jul 2003;70,3; Research Library, p 562.

cada substância, de seu próprio ponto de vista²⁴⁵ e pode, assim, também ser explicado pelas forças passivas e ativas que constituem as substâncias. Desde que movimento forneça uma explicação para todas as outras mudanças materiais, Leibniz se concentrou primeiro nas leis do movimento e nas forças, isto é, na mecânica e escreveu que:

Essas considerações, tanto metafísicas quanto pareçam, são maravilhosamente úteis na física por fundamentar as leis do movimento, como minha dinâmica será capaz de mostrar. Nós podemos dizer que quando os corpos colidem, cada um é afetado somente pela sua própria elasticidade causado pelo movimento que já está nele. E no movimento absoluto, nada pode determinar isso matematicamente, desde que tudo termina em relações: o resultado sendo que há sempre uma perfeita equivalência de teorias, como na astronomia; então, qualquer número de corpos que nós pegarmos, nós podemos arbitrariamente atribuir que ele esteja ou em repouso ou com algum grau de velocidade conforme nós queiramos, sem ser possível que isso seja refutado pelo fenômeno do movimento, se em linha reta, em círculo ou com um movimento composto. Isto é razoável em conformidade com a noção de atividade que nós estabelecemos aqui, ao atribuir movimentos genuínos aos corpos de acordo com o que explica o fenômeno da maneira mais inteligível.²⁴⁶

Enfim, é a força que, num certo sentido, dará conta da extensão e de seus modos, bem como da essência e das propriedades empíricas dos corpos.

As forças de Leibniz podem ser divididas pelos campos de ação, assim, podemos considerar que há dois tipos de força: uma que atua sobre a matéria primeira, ou seja, em cada mônada criada. Essas são as forças metafísicas. E temos as forças físicas que agem sobre a matéria segunda, ou seja, no agregado de mônadas. Na sua metafísica, Leibniz fez a distinção entre forças primitivas e derivativas:

Força primitiva corresponde a alma ou a forma substancial e por isso mesmo se relaciona somente à causas gerais, que não são suficientes para explicar os fenômenos. (...) As forças derivativas do ser que atua mostra por ela mesma as várias formas da matéria secundária.²⁴⁷

Parece claro, então, que as forças primitivas estão relacionadas à substancialidade e as forças derivativas à accidentalidade. Mas, ainda temos que tanto a força primitiva quanto a derivativa se subdividem em forças ativas e passivas. A congregação das forças primitivas, ativa

²⁴⁵ *ibidem*, 483

²⁴⁶ Leibniz, “New System of the nature of substances and their communication, and of the union which exists between the soul and the body”, 1695, in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 152.

²⁴⁷ Leibniz, “Specimen dynamicum” (1695), in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 156

(ligada a alma, ao espírito, a mônada, a essência) e passiva (associada a impenetrabilidade), seria a principal responsável pela unidade do corpo substancial. Já as forças derivativas são

as forças que os corpos atuam e são atuados pelos outros, eu considero aqui não outra coisa que esteja associada ao movimento (isto é, movimento local) e que, por sua vez, tendem a produzir outros movimentos locais.²⁴⁸

As forças derivativas, então, são aquelas às quais as leis da física podem se referir. Em suma, as “forças ativas” dizem respeito à essência, se “primitivas”, e ao movimento, se “derivativas”. Além disso, as “forças passivas” estão ligadas à impenetrabilidade, se “primitivas”, e a repulsa ao movimento se “derivativas”. Assim,

Força Ativa (que segundo alguns, poderia chamar se Virtude) é de dois tipos. Há a força primitiva, que é inerente a toda a substância corpórea *per se* desde a que creio contrário a natureza das coisas que um corpo esteja inteiramente em repouso; e há a força derivativa, que é como por limitação da força primitiva resultante dos choques dos corpos entre si e opera de várias maneiras. E a primitiva [ativa] sem dúvida - que não é nada além da primeira entelêquia – corresponde a alma ou forma substancial, (...).²⁴⁹

Se a força ativa possui dois tipos, não é diferente com a força passiva:

Similarmente, também possui dois tipos a força passiva, a primitiva quanto a derivativa. A força primitiva de agir ou de resistir se constitui naquilo que, se propriamente entendido, os escolásticos chamaram de matéria primeira. Isto é o que explica por que um corpo não é penetrado por outro corpo, apresenta-se como um obstáculo e, ao mesmo tempo, está dotado de uma certa preguiça, por assim dizer, isto é, de uma repulsa ao movimento, e não suporta por ele ser impulsionado pela força do agente, a não ser se esta for violada em algo. A força derivativa de resistir se mostra de forma variada na matéria segunda.²⁵⁰

Leibniz esclareceu o que ele quis dizer por força derivativa ativa e passiva. No caso da força derivativa ativa, temos também dois tipos: a viva, associada ao movimento e a morta, por exemplo, a força centrífuga e o peso.

As forças vivas e forças mortas são forças derivativas e refletem o estado da substância. Elas consistem uma propensão ao movimento ou ao próprio movimento e, então, são causas diretas de seus próprios desenvolvimentos. A única diferença é que uma força (a viva) é associada ao movimento atual, e a outra (a morta) com o movimento infinitesimal. Elas têm a mesma qualidade, mas são infinitamente diferentes em quantidades:

²⁴⁸ Idem p 157

²⁴⁹ Leibniz, “Specimen dynamicum” (1695), in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 156

²⁵⁰ Idem

Mas é na [força de] percussão, que nasce de um peso que cai já durante algum tempo, ou de um arco que se recupera durante um tempo, ou de uma causa similar, a força é viva, e nascida dos infinitos impulsos contínuos da força morta.²⁵¹

Após tudo isso considerado, “como matéria tem uma *inércia* natural que é oposta ao *movimento*, então no próprio corpo, e assim, em toda substância, há uma *constância* que é oposta a *mudança*”, concluímos que se movimento ou mudança envolve uma força ativa, a inércia – resistência efetiva ao movimento – resulta um tipo de “força passiva de resistência (que envolve impenetrabilidade e algo mais)”²⁵². Parece, aqui, que Leibniz procurou diferenciar força passiva do comportamento que ela causa no corpo. Se assim considerarmos, a inércia é uma qualidade dinâmica, ou melhor, uma consequência da força passiva sem, contudo, poder ser confundida com a própria.

Porém, Max Jammer viu o problema por um outro ângulo. Para Leibniz, com já visto, um corpo em movimento é diferente de um corpo em repouso. O movimento não é considerado meramente como sucessivas ocupações de diferentes lugares no espaço, há diferentes estados de movimento para cada momento tomado em separado²⁵³. Esse estado contínuo de mudança de lugar envolve um esforço. Como “o princípio da inércia exclui a influência externa para a continuação de um movimento com velocidade constante, esse esforço precisa ser resultado de alguma força ou atividade inerente”²⁵⁴. Para Jammer, Inércia como um princípio da continuação do movimento é então a prova da existência de uma atividade inerente no corpo movente. Além disso, “inércia como um princípio de resistência que pode ser superado por forças externas, precisa ter a mesma categoria que elas, isto é, precisa ser uma força”²⁵⁵.

²⁵¹ Idem p 157

²⁵² Leibniz, *Nature Itself* (1695). In: *Leibnizens mathematische Schriften*, ed C.I. Gerhardt, 7 vols, Berlim 1849-60, VI, p237, doravante abreviada por GM [Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford Universtity Press, 1998, p216

²⁵³ Espaço, para Leibniz, era um sistema de relações desprovido de existência metafísica. [cf. Jammer, M., *Conceitos de Espaço: A história das teorias do espaço na física*, tradução Vera Ribeiro, Cotraponto, Editora PUC Rio, 2010. p 155]

²⁵⁴ Jammer, M., *Concepts of force: a study in the foundations of dynamics*, Dover Publivation, Inc, Mineola, New York, 1999. p 161

²⁵⁵ Jammer, M., *Concepts of force: a study in the foundations of dynamics*, Dover Publivation, Inc, Mineola, New York, 1999. p 161

O ponto pacífico de forma geral é que, para Leibniz, certos aspectos empiricamente importantes dos corpos como movimento, tais como impenetrabilidade e inércia, não podem ser deduzidos da extensão.

3.2.1.3.O Fundamento da Física

Não é difícil identificar dois momentos no desenvolvimento do pensamento de Leibniz no que diz respeito à física. Inicialmente percebemos uma preocupação em reformular as leis cartesianas e colocá-las de acordo com a sua filosofia, ou seja, com os seus princípios.²⁵⁶ Em um segundo momento, vemos um rompimento com a filosofia cartesiana e a criação de uma dinâmica que se fundamenta, em parte, na metafísica aristotélica como mostrou Daniel Garber no artigo: *Leibniz and the Foundation of Physics: The Middle Years*.²⁵⁷

Segundo a concepção aristotélica contida no livro *A da Metafísica*²⁵⁸ o conhecimento se dá nas causas por meio das quais se pode conhecer. Aprender a causa primeira é apreender a explicação da essência das coisas. Ainda que possamos saber algo sem conhecer a causa primeira, o que não podemos admitir, segundo Aristóteles, é que ignorando sua causa primeira possuímos uma compreensão real do que estamos estudando. As causas, para o filósofo grego, são as próprias condições necessárias e suficientes para a ocorrência do efeito. O corpo considerado em sua forma estática pode ser compreendido somente analisando a matéria e a sua forma, mas se considerado de modo dinâmico, são necessárias outras causas para que o expliquemos: a causa motora ou eficiente e a causa final²⁵⁹. A causa eficiente é o instrumento para a mudança, porém, para que ela opere, algo mais é requerido além da mera causa instrumental. Todo ser, muda ou move-se porque precisa realizar plenamente a sua essência. Muda, porque aspira à perfeição. Podemos dizer, assim, que a matéria mutável ou um corpo em

²⁵⁶ Tais como o Princípio do Melhor, o Princípio da Razão Suficiente e o Princípio de Contradição.

²⁵⁷ GARBER, D. Leibniz and the Foundation of Physics: The Middle Years. In: OKRUHLIK, K.; BROWN, J. R. (Ed.). *The Natural Philosophy of Leibniz*. Dordrecht: Reidel, 1985. p. 27-130.

²⁵⁸ Aristóteles, *The Metaphysics*, traduzido para o inglês por W. D. Ross, Roger Bishop Jones, 2012

²⁵⁹ A natureza foi então interpretada admitindo quatro tipos diferentes de causa: a material, a formal, a eficiente e a final. A matéria é a causa material dos seres ou aquilo de que a coisa é feita, é a possibilidade de adquirir certa estrutura (a matéria de uma cadeira é a madeira, por exemplo). A forma é a causa formal dos seres (a cadeira é a forma da madeira).

movimento é uma imperfeição em busca da perfeição. Desta forma, para a causa eficiente operar precisa de uma causa final e a finalidade da mudança é fazer com que o corpo adquira sua forma perfeita e imutável.

Sabemos que Leibniz fez referência ao *Princípio da Razão Suficiente* em diversos textos²⁶⁰. Por esse único princípio, a saber, que é preciso haver uma razão suficiente pela qual as coisas são antes assim que de outro modo, “demonstra-se a divindade e o resto da metafísica ou da teologia natural, e mesmo de certa maneira *os princípios físicos independentes da matemática*, isto é, *os princípios dinâmicos, ou da força*”.²⁶¹ Mas o conteúdo relativo diretamente às quatro causas aparece reunidos no *Monadologia*. Nesta obra, percebemos um mundo composto não somente de almas, mas um mundo cujos principais habitantes são as substâncias corpóreas, entendidas no modelo aristotélico como unidades da forma e da matéria, como ficará esclarecido adiante.

A doutrina das mônadas, tal como é apresentado no *Monadologia* é o ponto principal do livro e quanto a ela iremos fazer uma breve análise focando somente nos pontos que nos interessam para a tese. Logo no primeiro parágrafo, Leibniz afirmou que a ‘mônada’ é uma substância simples que entra nos compostos. Por ‘simples’ entenda-se ‘sem partes’, sem tamanho e sem qualquer possibilidade de divisibilidade. Por isso, elas só podem existir por criação e deixar de existir por aniquilação, em outros termos, só pode começar ou acabar instantaneamente, por ação divina e não por uma ação mecânica. Leibniz também afirmou que elas estão espalhadas por todo mundo material, pois são monádicos os elementos que compõem os compostos; além disso, as mônadas precisam de um corpo para executar sua função ativa no mundo. Visto que não há nada que uma entidade não espacial possa fazer a outra, as mônadas não podem causar mudanças entre si. Para ser considerado como algo, no entanto, é necessário que se tenha qualidades. Se nenhuma associação de coisas que são exatamente iguais pode produzir alguma diferença, segundo Leibniz, as diferenças que constituem a variedade de coisas que vemos devem estar na própria substância. Por fim, cada mônada muda constantemente e pelo fato da mudança não poder ser causado por nada externo a ela, é necessário que qualquer modificação se dê devido

²⁶⁰ Cf. Leibniz, “Discourse on Metaphysics”, 12, (1686), in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, vol1.§1 [grifo meu]

²⁶¹ Leibniz, G. W., *Correspondências com Clarke* (1715-6). Trad. C.L. Mattos. São Paulo: Abril cultural, 1979, vol1. Grifo meu.

a um princípio interno. Ao negar qualquer interação entre as mônadas, considerando-as auto-suficientes (exceto por sua dependência de Deus) como entender a passagem do metafísico para o físico? Como as mônadas são os constituintes dos corpos se não possuem nenhuma forma espacial?

A princípio, poderíamos acreditar que Leibniz, no que se refere a natureza imaterial da substância, concordaria com Descartes que elaborou uma fundamentação particular para a física por meio da independência da substância extensa (corpo) em relação à substância pensante (a alma), permitindo com isso, dentre outras coisas, que a física pudesse empregar o método matemático. No entanto, como fica claro no artigo de Garber, Leibniz rejeitou a concepção cartesiana de substância material quando afirmou que o corpo precisa conter, em adição a algo conectado com extensão, “algo relacionado à almas que é comumente chamado de formas substanciais”.²⁶² As consequências da definição cartesiana de que “extensão em comprimento, largura e profundidade constitui a natureza da substância corpórea, e o pensamento constitui a natureza da substância pensante”²⁶³ são inaceitáveis para Leibniz, pois, para ele, é impossível haver substâncias cujas características essenciais sejam distintas entre si, tais como a substância pensante e extensa.

De uma forma resumida, podemos destacar quatro critérios para o entendimento de substância tal como defendida por Leibniz: (1) epistemológico, requisitos de inseparabilidade; (2) metafísico, a unidade do ser; (3) lógico, a inclusão do predicado no ser e finalmente, (4) físico, a unidade ativa na mudança. Na esfera física, a substância é caracterizada segundo sua força e analisada a partir do estudo da matéria em movimento e é sobre ela que agora vamos discutir.

A força lebniziana, já tratada anteriormente, é melhor entendida, segundo Garber, como uma reação a certos aspectos da concepção física cartesiana, uma concepção que era dominante no século XVII e que permaneceu influente no século seguinte. Lembremos que o programa de Descartes na física conhecido como mecanicismo foi uma tentativa de explicar todas as características do mundo material em termos de forma, tamanho e movimento sendo que este último difere de sua causa. Movimento, para Descartes, estritamente falando, é a translação de

²⁶² Leibniz, “Discourse on Metaphysics”, 12, (1686), in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 62, citado por GARBER, D. Leibniz and the Foundation of Physics: The Middle Years. In: OKRUHLIK, K.; BROWN, J. R. (Ed.). *The Natural Philosophy of Leibniz*. Dordrecht: Reidel, 1985. p. 27-130.

²⁶³ Descartes, R., *Princípio da Filosofia*. Rio de Janeiro, Ed. UFRJ, 2002, primeira parte, III.

um corpo de uma região para outra e somente com essa noção não é possível derivar as leis do movimento; para tanto, é necessário examinar a causa: Deus. Para Descartes, as leis do movimento são as que são devido aos atributos de Deus. Em outras palavras, pelo fato de Deus ser imutável e constante em suas operações que Ele mantém, por exemplo, a mesma quantidade de movimento no mundo e que um corpo em movimento retilíneo irá persistir nesse movimento. Foi justamente esse o ponto de principal discordância entre Leibniz e Descartes no que diz respeito ao estudo do movimento. Para Leibniz, a despeito de Deus ser a causa irrevogável do movimento tal como é a causa de tudo no mundo, o movimento precisa ser derivado de algo pertencente ao próprio corpo.²⁶⁴ Embora Leibniz tivesse tentado explicar as leis da natureza que são conhecidas através da experiência,

eu observei que a consideração a mera massa extensa é insuficiente, e que é necessário também fazer uso da noção de força, que é perfeitamente inteligível, embora pertença ao esfera da metafísica.²⁶⁵

Leibniz, a partir da crítica à substância extensa cartesiana, considerou a ‘força’ como algo que consegue explicar a natureza do mundo físico e nesse ponto, como observou Garber, ele se aproximou da noção aristotélica de substância, pois o conceito leibniziano de força envolve uma tendência para a ação.²⁶⁶ Lembremo-nos da concepção aristotélica de substância: as substâncias que constituem o nosso mundo são constituídas de forma e matéria. Se consideradas em sua forma estática podem ser compreendidas somente analisando a matéria e a sua forma, mas se consideradas de modo dinâmico, são necessárias outras causas para que as expliquemos: a causa motora ou eficiente e a causa final. Como vimos na sessão anterior, para Leibniz, a substância corpórea que é real nos corpos consiste de forma e matéria, ou seja, de forças primitivas e forças derivativas. As forças derivativas dão origem à extensão, ao movimento e à resistência do movimento de acordo com as leis que Deus imprimiu na forma que, por sua vez, representa a força primitiva ativa. Então, o comportamento dos corpos pode ser explicado ou como os

²⁶⁴ Leibniz, “Specimen dynamicum” (1695), in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 154

²⁶⁵ Leibniz, “New System of the nature of substances and their communication, and of the union which exists between the soul and the body” , 1695, in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 145

²⁶⁶ GARBER, D. Leibniz and the Foundation of Physics: The Middle Years. In: OKRUHLIK, K.; BROWN, J. R. (Ed.). *The Natural Philosophy of Leibniz*. Dordrecht: Reidel, 1985. p. 27-130.

escolásticos faziam (em termos de formas) ou como os contemporâneos de Leibniz estavam fazendo (em termos de leis de movimento). E, como claramente foi mostrado por Garber, Leibniz afirmou que esses dois modos de explicação sempre irão coincidir. Leibniz, em uma carta para Thomas Burnett escrita em 1697 e citada por Garber escreveu:

Eu acredito que tudo acontece mecanicamente, como Demócrito e Descartes queriam...e que apesar disso tudo acontece também vitalmente e de acordo com as causas finais, tudo sendo pleno de vida e percepções, contrariamente à opinião de Demócrito.²⁶⁷

Ou seja, Leibniz comprometeu-se, sem ter abdicado das conquistas do mecanicismo, com aspectos típicos da tradição aristotélica - como as noções de forma substancial, matéria primeira, matéria segunda, potencialidade, atualidade e causalidade final - quando concebeu as mônadas constituídas de enteléquia e de matéria primeira e todo o seu sistema de forças. Enfim, há nos corpos uma atividade ou força que faz parte do ordenamento natural e deve estar presente nas explicações sobre o funcionamento do mundo. É essa ‘força’ a responsável pela passagem do domínio estrito das substâncias ao domínio dos corpos materiais, da metafísica para a física. Essa atitude certamente possibilitou novas vertentes de investigações teleológicas como o princípio da mínima ação na mecânica analítica que veremos no capítulo 5 e 6 desta tese.

3.2.2. “A inércia é o meu ato principal”²⁶⁸. Isaac Newton.

Isaac Newton supriu as definições de alguns conceitos fundamentais necessários à submissão completa do movimento à lei matemática. Por isso, foi essencial para uma concepção de natureza essencialmente como domínio de massas, movendo-se de acordo com leis matemáticas no espaço e no tempo, sob influência de forças definidas e confiáveis. O fato de ele ter conseguido reduzir fenômenos do universo da matéria a uma simples lei matemática foi um trabalho intelectual sem precedentes na história. Mas, como filósofo teria ele sido tão preciso e consistente ?

Como Newton descreveu, com detalhes, essas entidades, especialmente espaço e tempo; e como chegou ele a reunir as características irreduzíveis dos corpos sob o termo ‘massa’? Com que embasamento metafísico Newton formulou a lei da inércia, onde afirma que todo corpo permanece em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme a menos que uma força atue sobre

²⁶⁷ Apud Garber p 95.

²⁶⁸ Barros, M., *Livro Sobre Nada*, Editora Record, 2000

ele? Ora, a inércia, tal como foi enunciada nem se quer é motivo de observação no dia a dia. Que grau de confiabilidade pode-se ter, pois, nesse conceito, que, juntamente com outros como força, por exemplo, fundamentam a mecânica?

3.2.2.1 A Matemática no Principia

No prefácio do Principia, Newton observou que “toda dificuldade da filosofia parece consistir no seguinte: investigar as forças da natureza, a partir dos fenômenos de movimentos e, dessas forças, demonstrar outros fenômenos”²⁶⁹. E assim,

pelas proposições demonstradas matematicamente no primeiro livro, nós inferimos dos fenômenos celestes as forças da gravidade com que os corpos tendem a dirigir-se ao Sol e aos vários planetas. Em seguida, nós deduzimos dessas forças, por outras proposições também matemáticas, os movimentos dos planetas, dos cometas, da Lua e do mar.²⁷⁰

Diferentemente de Kepler, Galileu e, especialmente, Descartes, para Newton não havia, como afirma Edwin Burtt, absolutamente, certezas *a priori*. O mundo seria repetidamente matemático e seus segredos poderiam ser completamente desvendados pelos métodos matemáticos até então aperfeiçoados²⁷¹. No Prefácio do *Principia*, ele afirma:

Quisera poder deduzir o resto dos fenômenos da natureza da mesma forma de raciocínio a partir dos princípios mecânicos...mas espero que os princípios aqui expostos permitam alguma luz àquele ou a algum outro método da filosofia mais verdadeiro.²⁷²

É possível para Newton deduzir respostas dos princípios matemáticos fundamentais aceitos como estrutura da natureza, porém, pelas deduções de tais princípios podemos ter uma possibilidade de alternativas²⁷³. É nessa hora que os experimentos precisam ser empregados para chegar-se a uma decisão; porém, não vamos, aqui, nos estender no aspecto empírico do *Principia* e sim voltarmos para o papel desempenhado pela matemática.

²⁶⁹ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934, xvii

²⁷⁰ idem, Prefácio, p xviii

²⁷¹ Burtt, E.A., *The Methaphysical Foundations of Modern Physical Science*, 1924, p 171

²⁷² Ibid., prefácio, p xviii [citado por Edwin Burtt em *The Methaphysical Foundations of Modern Physical Science*, 1924, p 1071]

²⁷³ Cf. Burtt

Para Newton, a matemática, particularmente a geometria, não é um sistema puramente hipotético de proposições logicamente dedutíveis de axiomas e definições; ao contrário, a geometria é um ramo especial da mecânica. Newton acreditou que pelo fato de ser impossível uma geometria abstrata, há uma relação entre a mecânica e a geometria.

A geometria não nos ensina a traçar essas linhas [retas e círculos], mas exige que elas sejam traçadas, pois exige que aquele que aprende seja primeiramente ensinado a descrevê-las com exatidão, antes de poder ingressar na geometria, e mostra como é possível solucionar problemas por meio dessas operações. Descrever retas e círculos constitui um problema, mas não um problema geométrico. Exige-se da mecânica a solução desses problemas. Pela geometria demonstra-se o seu uso, uma vez eles assim resolvidos.²⁷⁴

Podemos inferir dessas passagens que, para Newton, a matemática devia moldar-se à experiência; sempre que se permitiam longas deduções de princípios, ele insistia no caráter abstrato dos resultados até que se provassem fisicamente verificáveis²⁷⁵. Vejamos, agora, um exemplo claro de como o argumento matemático foi fundamental para estabelecer o conceito de força no *Principia*: a análise do movimento de um corpo que sofre a ação de uma força central. Ficará claro, com esse exemplo, o sentido de algumas colocações de Newton onde afirmou no *Principia* não estar preocupado com “espécies de forças e suas qualidades físicas”, mas com “quantidades e proporções matemáticas”²⁷⁶. O conceito de força foi, assim, definido pelo formalismo matemático do *Principia* e não implicou uma causa ou razão física para o movimento dos corpos²⁷⁷.

No primeiro teorema do *Principia*, Newton demonstrou que a órbita de um corpo sob ação de uma força central poderia ser representada por um número infinito de segmentos de reta. Ele quebrou a ação de uma força contínua em um número discreto de impulsos de força, cada um com igual magnitude, e a curva descrita pelo corpo sob ação de uma força central é traçada através de um número considerável de segmentos de reta, cada um sendo percorrido em igual intervalo de tempo, conforme indica a figura.

²⁷⁴ Ibidem, p xvii

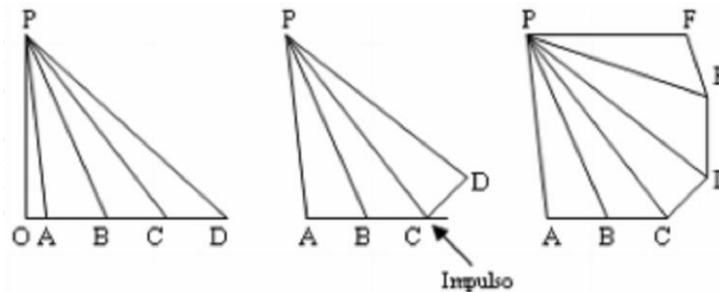
²⁷⁵ Cf. Burt, E.A., *The Methaphysical Foundations of Modern Physical Science*, 1924, cap VII

²⁷⁶ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934. Scholium, Seção XI, p 192

²⁷⁷ Cf. Newton, pp 546- 547

Pela sua ‘inércia’ o corpo tende a se mover em linha reta ao longo do prolongamento de cada segmento de reta. Mas, dada a suposição que a ação de uma força contínua pode ser representada por uma sequência de impulso, a força desviaria o corpo ao longo da sucessão de segmentos de reta²⁷⁸. Assim, a força é medida pelo efeito de desviar um corpo de sua trajetória retilínea²⁷⁹.

Figura 1 - A órbita de um corpo sob ação de uma força central.



Legenda: No primeiro desenho da figura o corpo se move com velocidade constante. Assim, as distâncias AB , BC e CD são iguais para o mesmo intervalo de tempo e desta forma, os triângulos PAB , PBC e PCD têm a mesma área. Se o corpo receber um “soco” em C , na direção de P , de forma que dure um tempo muito pequeno, o corpo continuará se movendo em linha reta, porém, numa outra direção e chegará em D no mesmo intervalo de tempo considerado no desenho anterior. Se o corpo continuar a receber impulsos instantâneos, sua trajetória será poligonal e, no limite, em que o intervalo de tempo entre os “impulsos” sucessivos for muito pequeno, a força se torna contínua, sempre direcionada para o ponto P e o polígono se torna uma curva.

²⁷⁸ Cf Newton p 42. [Citado em: Cohen, I.B., e Smith, G.E. *The Cambridge Companion to Newton*, University Press, Cambridge, 2002, pp 70-72. / Harman, P.M. *Methaphysics and Natural Philosophy – The Problem of Substance in Classical Physics*, The Harvester Press. Sussex, New Jersey, 1982/ I. Buchwald, Jed Z. e II. Cohen, I. Bernard, *Isaac Newton’s Natural Philosophy*, Massachusetts Institute of Technology, 2001 pp 225-247/ Fleuriot, Jacques, *A combination of geometry theorem proving and nonstandard analysis with Application to Newton’s Principia*, Springer- Verlag London Limited, 2001 / Dias, P.M.C. $F=ma$!!! O nascimento da lei dinâmica, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.28, n2, p. 205-234 (2006)]

²⁷⁹ Isso pode ser afirmado de acordo com a segunda lei de Newton que afirma que a mudança de movimento é proporcional à força impressa.

Percebemos, então, com esse exemplo, como o conceito de força contínua sendo representado pela sucessão de impulsos discretos foi fundamental para a teoria matemática do movimento no *Principia*. Nesse ponto fica claro, como já mencionado acima, o objetivo de Newton ao escrever o *Principia*: estabelecer medidas quantitativas ao invés de explicações conceituais da natureza da ‘força’. O pronunciamento clássico sobre a rejeição da hipótese ocorre no fim do *Principia*:

Qualquer coisa não deduzida dos fenômenos deve ser chamada de hipótese; e hipóteses, sejam metafísicas ou físicas, referentes a qualidades ocultas ou mecânicas, não tem lugar na filosofia experimental. Nesta filosofia, proposições particulares são inferidas dos fenômenos, e tornadas gerais, em seguida, por indução. Assim foi que impenetrabilidade, a mobilidade, e a força impulsiva dos corpos, e as leis do movimento e de gravitação foram descobertas.²⁸⁰

Mas, enquanto claramente separava o plano físico do matemático em seus argumentos, Newton providenciou uma interpretação física do seu conceito de força da gravidade, que é também centrípeta, atrativa e contínua. Baseado nessa interpretação, P. M. Harman afirmou que Newton se baseou na teoria de movimento e colisão de corpos cartesianos²⁸¹. Ou seja, “quando Newton baseia o conceito de força centrípeta na ideia de forças impulsivas, o argumento físico em que ele baseia a sua teoria matemática do movimento de um corpo sob a ação de uma força central não passa de uma generalização da física de contato e de choques que formou o cerne do estudo da mecânica no século XVII”²⁸². O tema sobre a construção do conceito de força no *Principia* foi, no entanto, muito controverso.

Isaac Bernard Cohen propôs que Newton aprendeu a tratar órbitas curvas com Hooke. O método de Robert Hooke está ilustrado na figura 1.^{283,284} O essencial do método é perceber que sem o “soco”, o movimento prossegue pela reta tangente à curva naquele ponto e que a função do “soco” é desviar o corpo de seu movimento inercial. Podemos interpretar também que Newton

²⁸⁰ Ibid. p 547

²⁸¹ Harman, P.M. *Metaphysics and Natural Philosophy – The Problem of Substance in Classical Physics*, The Harvester Press. Sussex, New Jersey, 1982, p 11

²⁸² Idem

²⁸³ I. Bernard Cohen, *The Newtonian Revolution (with illustrations of the transformation of scientific ideas)*, Cambridge University Press, 1980.

²⁸⁴ Para maiores detalhes sobre essa controvérsia ver: Dias, P.M.C., **F = ma?!!** O nascimento da lei dinâmica, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.28, n2, p 205-234, (2006)

construiu o conceito de força “pela função (“gravitacional”) que ela exerce; *força* não é definida por sua expressão analítica(...)”e, como defende Dias, “se existe uma ontologia de *força*, essa é a mesma de um “peso””²⁸⁵. Ou seja, ‘força ‘para Newton poderia ser interpretado, nesse viés, como algo que mantém em equilíbrio os braços de uma balança e que age na massa, no instante em que o equilíbrio cessa, tal como a força morta leibniziana.

Ernst Cassirer chamou a atenção de que se uma teoria física não puder ir além dos limites de uma descrição pura dos fenômenos da natureza, visto nessa perspectiva, não mais teríamos a necessidade de considerarmos a gravidade como uma propriedade essencial da matéria porque o físico se descompromete agindo dessa forma, em definitivo, a explicar o mecanismo do universo e passará a se empenhar em mostrar as *relações* determinadas que unem seus diversos elementos.²⁸⁶ Com essas teses claras, há vários autores que afirmam, baseando-se nelas, que os físicos, após o *Principia*, deixam de se interessar pela filosofia, pois, foi traçado nesta obra um programa claro e preciso para o conjunto de investigações teóricas da física do século XVIII²⁸⁷. Essa será a nossa investigação para os próximos capítulos. Antes de iniciá-la, porém, mostraremos o porquê de muitos autores considerarem que a concepção realista da matemática tenha sido de suma importância para a ideia newtoniana de espaço absoluto e conseqüentemente para a validade das leis fundamentais do movimento e, principalmente, a lei da inércia.²⁸⁸

²⁸⁵ Dias, P.M.C., $F = ma$?! O nascimento da lei dinâmica, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.28, n2, p 205-234, (2006)

²⁸⁶ Cassirer, E., *A filosofia do Iluminismo*, Editora da Unicamp, tradução de Álvaro Cabral, 1992, p 84

²⁸⁷ Dugas, René. *Histoire de la Mécanique*, Éditions du Griffon, Neuchatel, 1950./ Struik, D.J., *A Concise History of Mathematics*, Dover Publication, 1948. / Mason, Stephen, *A History of Sciences*, Collier Books: New York, 1956/ DIJKSTERHUIS, E.J., *The Mechanization of the World Picture-Pythagoras to Newton*. Princeton, University Press, 1986.

²⁸⁸ Somente para citar alguns exemplos, encontramos essa opinião em:

- Jammer, M., *Conceitos de Espaço, A história das teorias do espaço na física*, Tradução da terceira edição, ampliada Vera Ribeiro, Revisão César Benjamin -1 ed.- Rio de Janeiro:-Contraponto: E. PUC- Rio, 2010.
- Hankins, Thomas L., *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1985
- Whitehead, A.N., *A Ciência e o Mundo Moderno*, Paulus, traduzido por: Hermann Herbert Watzlawick, 2006.
- Burt, E.A., *The Methaphysical Foundations of Modern Physical Science*, 1924

3.2.2.2 O Espaço e o Tempo.

Newton em sua obra *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*²⁸⁹, iniciou a definição de tempo, espaço, lugar e movimento, estabelecendo o contexto onde os movimentos se realizam e as leis que regem estes movimentos tem validade. Para remover “certos preconceitos”²⁹⁰, Newton distinguiu entre aquilo que é absoluto do que é relativo, aquilo que é verdadeiro do que é aparente, matemático e comum. E assim:

O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, por si, e pela sua própria natureza, flui uniformemente, sem observar qualquer coisa externa, e é chamado, também, de duração: o tempo relativo, aparente e comum, é uma medida perceptível e externa (seja precisa e variável) de duração por meio do movimento, que é comumente utilizada em vez do tempo verdadeiro, como uma hora, um dia, um mês, um ano.

Espaço absoluto sem relação com qualquer coisa externa, permanece sempre similar e imóvel. Espaço Relativo é alguma dimensão ou medida móvel do espaço absoluto, a qual nossos sentidos determinam por sua posição com relação aos corpos e é comumente tomado por espaço imóvel; (...)

O lugar é uma parte do espaço que o corpo toma, e é, de acordo com o espaço, ou absoluto, ou relativo...

O movimento absoluto é a translação de um corpo de um lugar absoluto para outro; e o movimento relativo, a translação de um lugar relativo para outro. (...)

O tempo absoluto, em astronomia, distingue-se do tempo relativo pela equação ou correção do tempo vulgar, pois os dias naturais são verdadeiramente desiguais, embora sejam comumente considerados iguais, e usados como medida do tempo. (...) Todos os movimentos podem ser acelerados e retardados, mas o progresso real, ou uniforme, do tempo absoluto, não é passível de mudança.²⁹¹

Como Newton acreditou que “nas investigações filosóficas, devemos nos abstrair de nossos sentidos”²⁹², o grau último de exatidão só poderia ser alcançado em referência e esse espaço absoluto, do qual o espaço relativo era apenas uma medida. Assim, apesar do Espaço Absoluto e o Tempo Absoluto não serem acessíveis, pois, “suas partes eram imperceptíveis e

²⁸⁹ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934

²⁹⁰ Idem p 6

²⁹¹ idem p7

²⁹² idem p 8

indistinguíveis para os nossos sentidos”²⁹³, o espaço e o tempo relativos (que nada mais são que os sistemas de coordenadas) o são e tem a mesma natureza que aqueles e foi através deles que Newton descreveu os movimentos e suas causas. Segundo o *Principia*, portanto, as forças impressas nos corpos produzem acelerações verdadeiras (ou absolutas) que tem o mesmo valor tanto no referencial do espaço absoluto quanto num referencial do espaço aparente e em movimento retilíneo e uniforme em relação ao Espaço Absoluto.

A famosa primeira lei do movimento - expressa por Descartes - afirma que todo corpo tende a permanecer em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme, a menos que seja compelido a modificar esse estado por forças imprimidas sobre ele²⁹⁴. Seria possível conceber a inércia sem recorrer ao conceito de espaço absoluto? Ora, a validade dessa lei depende de um sistema de referência diferente do de qualquer espaço relativo arbitrário, visto que a acessibilidade à percepção sensorial produzia uma noção que só tinha validade provisória e à qual faltava generalidade. De outra forma, como poderíamos afirmar a existência de um corpo em repouso, ao qual os movimentos dos outros corpos pudessem se referir? Todos os espaços relativos não poderiam ser sistemas de coordenadas em movimento? Se sim, em relação a que exatamente? O “realismo matemático levou Newton a dotar esse conceito – que ainda era meramente uma estrutura matemática – de existência ontológica independente”²⁹⁵. O movimento retilíneo e uniforme exigia um sistema de referência diferente de qualquer espaço relativo arbitrário. Uma primeira pergunta surge, naturalmente, nesse ponto: como, então, sabemos que há o espaço absoluto?

Em uma embarcação a vela, o lugar relativo de um corpo é a parte do navio em que o corpo está, ou a parte da concavidade que o corpo ocupa e que, portanto, se move junto com a embarcação; e o repouso relativo é a manutenção do corpo na mesma parte do navio e sua cavidade. Mas o repouso real, absoluto, é a manutenção do corpo na mesma parte do espaço imóvel em que se movem o navio em si, sua cavidade e tudo o que ela contém.²⁹⁶

²⁹³ Jammer, M., *Conceitos de Espaço: A história das teorias do espaço na física*, tradução Vera Ribeiro, Cotraponto, Editora PUC Rio, 2010, p 135.

²⁹⁴ *ibidem* p13

²⁹⁵ Jammer, M., *Conceitos de Espaço: A história das teorias do espaço na física*, tradução Vera Ribeiro, Cotraponto, Editora PUC Rio, 2010, p 138.

²⁹⁶ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934. p 7

E agora, vem a segunda pergunta: Se o espaço absoluto “permanece sempre similar”, ou seja, suas partes são indistintas umas das outras, como Newton pode afirmar que um determinado corpo está em repouso ou em movimento absoluto?

O próprio Newton confirmou que “é, realmente, uma questão de grande dificuldade descobrir, e distinguir adequadamente, os movimentos reais de certos corpos dos movimentos aparentes, porque as partes do espaço imóvel nas quais os movimentos ocorrem não chegam, de forma alguma, à observação dos nossos sentidos”. Mas, “ainda assim, o caso não é, de todo desesperador, pois dispomos de alguns argumentos para nos guiar (...)”. Newton apresentou duas maneiras pelas quais podem ser demonstrado e medido o movimento absoluto: “Em parte pelos movimentos aparentes, que são as diferenças dos movimentos reais, em parte pelas forças, que são as causas e efeitos dos movimentos gerais”.²⁹⁷ Por exemplo:

Se dois globos, mantidos um do outro a uma distância por uma corda que os conecta, fossem girados em torno do seu centro de gravidade comum, poderíamos descobrir, pela tensão na corda, a tendência dos globos a afastarem-se do seu eixo de movimento e, a partir daí poderíamos computar a quantidade de seus movimentos circulares...E assim, poderíamos encontrar tanto a quantidade como a determinação deste movimento circular, mesmo num imenso vácuo, onde não haveria qualquer coisa externa ou perceptível com que os globos pudessem ser comparados. Mas, ora, se fossem colocados naquele espaço alguns corpos remotos que se mantivessem sempre numa dada posição, uns em relação aos outros, como as estrelas fixas no nosso âmbito, não poderíamos, realmente, determinar, a partir da translação relativa dos globos entre aqueles corpos, se o movimento pertenceria aos globos ou aos corpos. Mas, se observássemos a corda, e achássemos que a sua tensão era aquela mesma que os movimentos dos globos requeriam, poderíamos concluir estarem os globos em movimento, e os corpos em repouso; então, por último, a partir da translação dos globos entre os corpos, encontraríamos a determinação de seus movimentos.²⁹⁸

Há uma outra experiência de pensamento anterior a essa acima descrita e por ser ainda mais famosa seremos mais minuciosos. Newton, inicialmente, imaginou um balde com água em seu interior, ambos em repouso em relação à Terra. Verificamos que a superfície da água apresenta um formato plano. Em seguida, numa segunda situação, ele considerou a água e o balde girando juntos com uma velocidade angular constante, novamente em relação à Terra. Verificamos agora que a superfície da água apresenta um formato côncavo.²⁹⁹ Por que a

²⁹⁷ idem p 12

²⁹⁸ idem p 12

²⁹⁹ idem p 10

superfície da água é plana em uma situação e côncava em outra? O que causa essa mudança de formato? Quem interage com a água quando o balde está girando?

Pode-se pensar em três possíveis causas responsáveis pela concavidade da água: sua rotação em relação ao balde, em relação à Terra ou em relação às estrelas fixas. Que a rotação em relação ao balde não é responsável pela mudança no formato da superfície da água pode ser compreendido imediatamente observando que não há movimento relativo entre a água e o balde nas duas situações citadas anteriormente. Assim, qualquer que seja a força exercida pelo balde sobre a água na primeira situação, ela será a mesma na segunda situação, já que a água estará em repouso em relação ao balde nos dois casos. A rotação da água em relação à Terra também não pode ser responsabilizada pelo resultado da experiência, já que a força exercida pela Terra sobre os corpos que se encontram em sua superfície é atrativa para baixo em direção ao seu centro e não centrífuga em direção às paredes do recipiente em rotação, como se verifica com a água do balde. Ou seja, estando a água em repouso ou em rotação, a Terra só a puxa para baixo. Com relação às estrelas fixas, sabe-se que, ao relatar a experiência do balde no *Principia*, Newton disse:

De início, quando o movimento relativo da água no recipiente era máximo, não havia nenhum esforço para afastar-se do eixo; a água não mostrava nenhuma tendência à circunferência, nem nenhuma subida na direção dos lados do recipiente, mas mantinha uma superfície plana, e, portanto, seu movimento circular verdadeiro ainda não havia começado. Mas, posteriormente, quando o movimento relativo da água havia diminuído, a subida em direção aos lados do recipiente mostrou o esforço dessa para se afastar do eixo; e esse esforço mostrou o movimento circular real da água aumentando continuamente, até ter adquirido sua maior quantidade, quando a água ficou em repouso relativo no recipiente. E, portanto, esse esforço não depende de qualquer translação da água com relação aos corpos do ambiente, nem pode o movimento circular verdadeiro ser definido por tal translação.³⁰⁰

Além disso, na Proposição XIV, Teorema XIV do livro III do *Principia*, Newton afirmou:

E como estas estrelas não estão sujeitas a nenhuma paralaxe perceptível devido ao movimento anual da Terra, elas não podem ter nenhuma força, devido a sua imensa distância, para produzir qualquer efeito perceptível em nosso sistema. Sem mencionar que as estrelas fixas, dispersas em todo lugar no céu de forma desordenada, destroem suas ações mútuas devido a suas atrações contrárias, pela Prop. LXX, Livro I.³⁰¹

³⁰⁰ pág. 10

³⁰¹ idem p 422. Se para cada ponto de uma superfície esférica tenderem forças centrípetas iguais, que diminuem com o quadrado das distâncias a partir desses pontos, afirmo que um corpúsculo localizado dentro daquela superfície não será atraído de maneira alguma por aquelas forças. [Seção XII - As forças atrativas de corpos esféricos, Proposição LXX. Teorema XXX]

Newton sabia que utilizando a sua Lei da Gravitação Universal para calcular a força que uma casca esférica³⁰² exerce sobre um corpo que se encontra em seu interior, o resultado era igual a zero, independentemente de o corpo estar em rotação ou não em seu interior, já que a Lei da Gravitação Universal não depende da velocidade ou da aceleração entre os corpos interagentes. Deste modo, a rotação em relação às estrelas fixas também não pode ser apontada como a causa do surgimento de qualquer força centrífuga exercida sobre a água do balde em rotação. Isto mostra que, na Mecânica Newtoniana, a superfície côncava da água não pode ser explicada pela rotação entre a água e o balde, nem entre a água e a Terra, e nem entre a água e as estrelas fixas. Para Newton, a mudança no formato da superfície da água era devida à rotação da água em relação ao espaço absoluto.³⁰³

Enfim, as causas pelas quais os movimentos verdadeiros e os relativos são distinguidos um do outro são as forças imprimidas aos corpos para gerar o movimento. O movimento verdadeiro não é gerado nem alterado, mas imprimido ao corpo por uma força; o movimento relativo pode ser gerado ou alterado sem que qualquer força seja imprimida ao corpo, pois basta imprimir alguma força a outros corpos com os quais o anterior é comparado, para que, com sua reação, modifique-se a relação de que consistia o repouso o movimento relativo do outro corpo. Novamente, o movimento verdadeiro sempre sofre alguma modificação pela ação de qualquer força imprimida ao corpo que se move; mas o movimento relativo não passa, necessariamente, por qualquer mudança, por causa de tais forças.

3.2.2.3. O Espaço absoluto e a Inércia

O esforço de Newton em defender a existência do espaço absoluto pode ser entendido quando se considera que ele tem uma função lógica em sua teoria do movimento, estabelecendo o

³⁰² Como ao olhar para o céu, percebemos a existência de estrelas e galáxias distribuídas mais ou menos uniformemente por todos os lados, pode-se entender todas essas estrelas e galáxias como sendo aproximadamente um conjunto de cascas esféricas com densidade constante de matéria.

³⁰³ Com a introdução deste novo conceito, parece que Newton estava querendo diferenciar entre referenciais ditos inerciais, ou seja, aqueles que se encontrassem em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação ao espaço absoluto, daqueles referenciais ditos não-inerciais, ou seja, aqueles que se encontrassem acelerados em relação a esse ente abstrato chamado de espaço absoluto. Isto porque ao se estudar o movimento dos corpos do ponto de vista de um referencial não-inercial, percebia-se o surgimento de efeitos dinâmicos que passavam a invalidar o Princípio Fundamental da Dinâmica, pois evidenciavam a presença de outras forças que aparentemente não apresentavam causa, agindo sobre os corpos materiais apenas pelo fato de o referencial em questão estar acelerado em relação ao espaço absoluto.

requisito conceitual para a validade da primeira lei, ou melhor, a lei da inércia. Isso está longe de ser considerado um consenso entre os historiadores da ciência. Robert Disalle, pro exemplo, em seu artigo *Newton's philosophical analysis of space and time*³⁰⁴ defendeu que as leis de Newton pressupõem o *tempo absoluto* e não o *espaço absoluto* baseando-se no argumento de que as leis nos permitem distinguir a verdadeira aceleração de corpo de uma relativa, mas elas não nos permitem distinguir quais são os corpos que estão em repouso ou em movimento absolutos ou determinar a velocidade absoluta de qualquer objeto. Burt, para citar um outro exemplo, faz uma crítica rigorosa a Newton afirmando que espaço e tempo absolutos negam, por sua própria natureza, a possibilidade de que os corpos perceptíveis possam mover-se em relação a eles, pois, “tais corpos só podem mover-se neles, com referência a outros corpos.”³⁰⁵ Isso ocorre porque eles, espaço e tempo absolutos, são entidades infinitas e homogêneas, uma parte deles é indistinguível de qualquer outra parte igual. Se onde quer que um corpo esteja, ele estiver circundado por uma quantidade infinita de espaço similar em todas as direções, qualquer posição é idêntica. Só faz sentido falar que as coisas se movem no espaço absoluto se houver referência a outro corpo.

Acreditamos, no entanto, que o espaço absoluto foi considerado por Newton um pré-requisito conceitual para a validação da lei da inércia e que o esforço do filósofo em defender a existência desse espaço foi, por esse motivo, justificado. Nosso argumento a favor dessa versão é: se pensarmos em um corpo se movimentando com velocidade constante e em linha reta, entenderemos, seguindo a segunda lei do movimento (“A mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa, e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime essa força”³⁰⁶) que este corpo não sofre nenhuma variação na sua quantidade de movimento. Em uma linguagem matemática, podemos dizer que o produto da *massa* (inercial³⁰⁷) pela *aceleração* é zero. Não podemos afirmar que a massa do corpo seja nula, pela sua própria definição. Mas é possível

³⁰⁴ Disalle, R., “Newton's philosophical analysis of space and time” in *The Cambridge Companion to Newton*, Cambridge University Press, 2002 pp33-57.

³⁰⁵ Burt, E.A., *The Methaphysical Foundations of Modern Physical Science*, 1924. p 202

³⁰⁶ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934. 13

³⁰⁷ *Massa inercial* mede a tendência que um corpo tem para conservar o seu “movimento natural” (retilíneo e uniforme). Ela é assim chamada para diferir da *massa gravitacional* que não determina a característica do corpo de preservar o seu “movimento natural” e sim corresponde à uma propriedade característica cujo valor é proporcional à força com que ele é atraído gravitacionalmente para outro.

conceber que este corpo esteja se movendo com velocidade constante. Relativa a quem poderia ser medida essa velocidade? Ao espaço absoluto. Uma vez estabelecida a sua existência, faz sentido declarar que um corpo pode ocupar uma parte determinada desse espaço e ter um movimento, ainda que esse espaço seja isotrópico, sem nenhuma relação com algum outro corpo no Universo.

É interessante notar que a introdução do conceito de espaço absoluto não resultou apenas de uma necessidade metodológica no sistema de Newton. Como já dissemos, o realismo matemático o levou a dotar esse conceito de uma existência ontológica, ainda que Newton tivesse reconhecido que a sua mecânica era invariante com respeito a uma transformação translacional em velocidade constante³⁰⁸.

Embora tenhamos como defender que o espaço absoluto possa realmente ter tido uma função lógica na teoria newtoniana do movimento, há outras justificativas possíveis para explicar o esforço do filósofo em defender que o espaço absoluto tem uma existência própria e independente dos corpos que o contem. Jammer afirmou que Newton não se deu conta de que seu procedimento violava os princípios do método que ele mesmo defendia, pois ele foi um contemporâneo mais jovem de Henry More (o principal disseminador das ideias cabalísticas judaico e neoplatônicas³⁰⁹), com quem travou conhecimento na juventude e de cujos ensinamentos, por meio de Isaac Barrow, recebeu enorme influência. “Não é de admirar que Newton tenha encontrado apoio para a sua teoria do espaço na doutrina desse pensador”. Na geometria de Barrow, afirma Jammer, o espaço era a expressão da onipresença divina, assim como o tempo era a expressão da eternidade de Deus.³¹⁰ Segundo essa interpretação, o recurso aos absolutos, por Newton, poderia ser compreendido como um ideal de perfeição.

Controvérsias à parte, a mecânica de Newton, tal como exposta no *Principia*, foi uma defesa da sua teoria do espaço e do movimento absoluto. No fim do escólio do Livro I, Newton escreveu: “o modo que obteremos os movimentos verdadeiros a partir de suas causas, efeitos e

³⁰⁸ Isso providenciou o que chamamos hoje de sistemas inerciais de referência, a condição ideal em que suas leis de movimento pudessem ser aplicadas de uma forma rigorosa.

³⁰⁹ Para maiores detalhes dessas ideias vide capítulo 2 de Max Jammer, *Conceitos de Espaço: A história das teorias do espaço na física*, tradução Vera Ribeiro, Contraponto, Editora PUC Rio, 2010

³¹⁰ Jammer, M., *Conceitos de Espaço: A história das teorias do espaço na física*, tradução Vera Ribeiro, Contraponto, Editora PUC Rio, 2010, p 147

diferenças aparentes, bem como o inverso, será mais detidamente explicado no tratado que se segue, pois foi para este fim que o compus”³¹¹.

3.2.2.4. Massa

Lei 1. Todo corpo persevera em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme para frente, exceto quando ele for compelido a mudar seu estado por forças impressas.

Lei 2. Uma mudança no movimento é proporcional à força motriz impressa e se dá ao longo da linha reta na qual essa força é impressa.

Lei 3. A uma ação corresponde sempre uma reação igual e oposta; em outras palavras, as ações de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e sempre opostas em direções.³¹²

Propositalmente, anteriormente mencionei que a primeira lei de Newton foi enunciada por Descartes e no item 3.1.3 expus a primeira e segunda leis do movimento do filósofo francês. Porém, Newton usou argumentos metafísicos para estabelecer a lei da inércia e o *status* de ‘força’, na filosofia natural de Newton, estava fundamentado com sua teoria da natureza que difere bastante da de Descartes³¹³ - acontecimento pouco observado por aqueles que consideram Descartes o formulador da Lei da Inércia. Outro ponto que também foi exposto no item 3.1.3 é o fato de repouso e movimento serem considerados, para Descartes, como diferentes estados do corpo e como consequência temos que há uma força contínua que mantém um corpo em repouso e uma força que mantém um corpo em movimento. Assim, quando um corpo para de se movimentar, ele fica desprovido de um tipo de força, mas, por outro lado, passa a sofrer a influência de um outro tipo de força que o mantém em seu novo estado (de repouso). Somado

³¹¹ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934. P12. [Itálico meu]

³¹² NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934. 13

³¹³ Descartes considerou que a ‘força’ poderia ser estimada parcialmente pelo tamanho do corpo e parcialmente pela velocidade (escalar, ou seja, Descartes não considerou o caráter vetorial como o fez Newton). [Garber, Daniel. *Descartes’s metaphysical physics*, University of Chicago Press, 1992. p208/ Gaugroker, Stephen, *Descartes’s system of natural philosophy*, United Kingdom at the University Press, Cambridge, 2002 p 93-134]

isso ao fato de sabermos que a extensão era a essência do corpo para Descartes, concluímos que a inércia não era uma condição necessária e essencial para a existência de corpos materiais.

Podemos interpretar que Newton, diferentemente de Descartes, baseou sua primeira lei do movimento na relação entre ‘força’ – como uma ação externa que gera mudança no movimento – e ‘inércia’ - como uma *propriedade* fundamental da matéria que fazem os corpos manterem seus estados, seja ele de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme. Sabemos que Newton definiu ‘força inata, essencial e inerente de um corpo (*vis insita*) como “um *poder* pelo qual todo corpo resiste ou continua em seu estado seja de repouso ou de movimento uniforme em linha reta”³¹⁴. O conceito de ‘força de inércia’ implica, visto somente por essa definição, uma força interna nos corpos. Mas, Newton repensou sobre toda essa questão, e passou a tratar *vis insita* exclusivamente em termos da força pelo qual o corpo resiste a mudanças do seu estado e não mais como uma força pelo qual o corpo mantém o seu estado³¹⁵. Stephen Gaukroger percebe três estágios nessa reformulação de Newton:

1º - Newton afirmou que uma força é necessária para manter o corpo em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme.

2º- Newton refletiu no fato que o movimento retilíneo e uniforme e repouso poderiam ser dinamicamente indistinguíveis. Em resposta a essa observação, ele fez a *vis insita* ser responsável por manter o corpo em repouso e em movimento retilíneo e uniforme.

3º - Newton percebeu que há uma diferença em *manter* o corpo em repouso e em movimento retilíneo e uniforme e em *resistir* a uma mudança de estado e relacionou a última situação com ‘força’, *vis insita*, deixando a primeira situação podendo ser considerada sem que nenhuma força atue no corpo. Ou seja, ele passa a considerar que uma força atua no corpo somente quando se verifica uma mudança no seu estado³¹⁶.

Para Newton, o mundo da matéria era possuidor, essencialmente, de características matemáticas. Era composto, em última análise, de partículas absolutamente rígidas, indestrutíveis, equipado com as mesmas características que tinham então se tornado familiares

³¹⁴ ibidem p 2

³¹⁵ Cf Harman, P.M. *Metaphysics and Natural Philosophy – The Problem of Substance in Classical Physics*, The Harvester Press. Sussex, New Jersey, 1982. pp 12-16 e Gaukroger, Stephen, *Descartes’ system of natural philosophy*, United Kingdom at the University Press, Cambridge, 2002. p 440-454

³¹⁶ Cf. Gaukroger, S., *The emergence of a scientific culture and the shaping of modernity*, Oxford University press, Oxford, New York, 2006. p449

sob o título de qualidades primárias³¹⁷; com uma exceção, a dizer, a descoberta de Newton e sua definição precisa de uma nova qualidade dos corpos, matematicamente exata (como veremos adiante): a *vis inertiae*³¹⁸. Todas as mudanças na natureza devem ser vistas como separações, associações e movimentos desses átomos permanentes.³¹⁹

Os átomos, na filosofia natural de Newton, também são considerados como predominantemente matemáticos, porém, não passam de elementos menores de objetos acessíveis a nós. Pois, para o filósofo matemático, como não conhecemos a extensão dos corpos senão pelos sentidos e, aprendemos pela experiência que a maior parte dos corpos é dura, nós podemos inferir a dureza dos átomos, partículas indivisíveis, pois, “a dureza do todo deriva da dureza das partes”³²⁰. Assim, “não é da razão, mas sim da sensação que concluímos que todos os corpos são impenetráveis”³²¹. Sabemos, diz Newton, que os corpos que lidamos são impenetráveis, daí conclui-se que “a impenetrabilidade é uma propriedade universal de todos e quaisquer corpos”³²². E então,

Somente inferimos que todos os corpos podem ser movimentados, e dotados de certos poderes (que chamamos vires inertiae) de perseverar em seu movimento, ou em seu repouso, a partir das propriedades similares observadas nos corpos que já vimos. A extensão, dureza, impenetrabilidade, mobilidade e vis inertiae do todo resultam da extensão, dureza, impenetrabilidade, mobilidade e vires inertiae das partes; e daí concluímos serem as menores partículas de todos os corpos também dotadas de extensão, duras, impenetráveis, capaz de serem movimentadas e dotadas de suas próprias vires inertiae.³²³

³¹⁷ Com Galileu, a união entre a visão matemática de natureza e o princípio do experimentalismo sensorial produzira certa ambiguidade quanto à condição dos sentidos. É o mundo sensorial o que a filosofia natural tenta explicar e é pelo uso dos sentidos que nossos resultados devem ser verificados; ao mesmo tempo, vemo-nos obrigados a perceber o mundo real como algo que possui apenas características primárias ou matemáticas, sendo as qualidades secundárias ou irrealis devido ao caráter enganoso dos sentidos.

³¹⁸ Cf Harman, P.M. *Metaphysics and Natural Philosophy – The Problem of Substance in Classical Physics*, The Harvester Presss. Sussex, New Jersey, 1982.p 16

³¹⁹ NEWTON, I. *Opticks*, 3ª edição, Londres, 1721, p276

³²⁰ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934, Livro III, p 399

³²¹ idem

³²² idem

³²³ idem

Vale ressaltar que, no *Principia*, Newton se referiu ao princípio da inércia a partir da definição de força inata, a qual é um “poder de resistir a alteração do estado de movimento”. “Esta força não se difere em nada da inatividade da massa, *mas em nossa maneira de concebê-la*.”³²⁴ Por isto pode ser chamada inequivocamente de força da *inatividade* (*vis inertiae*). Quais são estas maneiras de concebê-la? Qual o *status* da *vis insita* diante das outras forças, se ela é apenas ‘poder’(*potentia*)? *Vis insita*, como resistência à alteração do repouso ou do movimento uniforme, exige uma certa equivalência entre estes estados e, de fato, Newton assim os considerou. Isso posto, podemos considerar que o conceito de inércia que explica a perseverança de um corpo em manter seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta é concebido como uma propriedade das substâncias materiais.

Para justificar o fato de também a inércia ser um conceito matematicamente exato, pela segunda lei verificamos que se uma força for impressa ao corpo haverá uma modificação na quantidade de movimento do mesmo. Newton percebeu que essa variação era suscetível de formulação quantitativa exata. Sob aplicação de uma mesma força corpos diferentes partem diferentemente do estado do repouso ou do movimento retilíneo e uniforme, em outras palavras, eles são acelerados de formas diferentes. Assim, podemos tomar todos os corpos como possuidores da *vis inertiae*, ou inércia, que é uma característica matematicamente exata tanto quanto seja mensurável pela aceleração aplicada a eles por uma dada força externa³²⁵. Quando falamos de corpos como massas, queremos dizer que, além das características geométricas, eles possuem esta qualidade mecânica de *vis inertiae*. Pelo que já foi dito, força e massa são termos inteiramente correlativos.

Em tempo, vale observar que uma vez feita a “descoberta”³²⁶ da massa, definiu-se força em termos de massa (e da aceleração)³²⁷, e não vice-versa, uma vez que força é invisível, enquanto uma massa padrão é um objeto físico que pode ser percebido e usado. No que diz respeito a essa definição, Alfred North Whitehead afirma que Newton “teve aqui um golpe de

³²⁴ Newton, Principi, def. III, grifos meus.

³²⁵ Cf. Newton p 2

³²⁶ A palavra ‘descoberta’ aqui está no sentido de se criar um conceito que seja útil e fértil em uma teoria científica.

³²⁷ “Lei 2: Uma mudança no movimento é proporcional à força motriz impressa e se dá ao longo da linha reta na qual essa força é impressa.”

sorte, pois, do ponto de vista de um matemático, a mais simples lei possível, isto é, o produto das duas [massa e aceleração], revelou-se bem sucedida”³²⁸.

O termo ‘massa’, assim, foi pela primeira vez explicitamente e conscientemente reconhecido como um conceito básico na mecânica. Além disso, percebemos que toda massa possui a *vis insita* como resistência à alteração do repouso ou do movimento uniforme e, conforme vimos, Newton exigiu que estes dois estados fossem equivalentes. O que nos remete à questão: como então afirmar o movimento absoluto?

3.3 Considerações finais:

Durante o século XVII e em grande parte do século XVIII, a força mecânica foi compreendida como a causa da ação de partículas umas nas outras. Essa definição geral abarca não somente a ação à distância de Newton e a força de colisão de Descartes. A ação pode ser derivada da natureza das partículas e essa relação entre substância e propriedade contribuiu em um certo sentido para matematização da força. Com o novo mundo da mecânica analítica, um novo domínio estava surgindo, contendo uma nova unidade da realidade material para o qual a matemática parece ser a chave. O que efetivamente a mecânica analítica modificou na mecânica newtoniana?

Pelo o que aqui foi exposto, fica difícil sustentar a tese de que a filosofia natural do século XVIII tenha sido formada por um conjunto de respostas aos conceitos elaborados somente pela física ‘newtoniana’. Embora a matemática apresentada no *Principia* chame à nossa atenção principalmente para o modo funcional de representação da natureza sem precedentes na história, vimos que Newton tentou também formular a ontologia das forças. O *status* do conceito de substância na filosofia natural de Newton e a relação entre as leis de movimento e o conceito de gravidade, em suma, os fundamentos metafísicos de sua filosofia natural tiveram uma grande contribuição no debate subsequente à sua filosofia natural. Mas não foi a única.

Não podemos menosprezar o papel de Leibniz. D’Alembert, embora combatendo os princípios da metafísica cartesiana, não escondeu sua profunda admiração pelo gênio filosófico

³²⁸ Whitehead, A. N., *A Ciência e o Mundo Moderno*, Tradução de Hermann Herbert Watzlawick, São Paulo: Paulus, 2006. p 69

e matemático de Leibniz. Diderot, no verbete ‘Filosofia de Leibniz’ da enciclopédia assim se pronunciou:

é surpreendente que a Alemanha com somente um homem mereça a mesma honra que Platão, Aristóteles e Arquimedes juntos fizeram pela Grécia.³²⁹

Exageros à parte, o processo realizado durante o século XVIII de fazer a distinção entre “momento” e “energia cinética”, “força de contato” e “força à distância” e entre “inércia” e “causa da aceleração” contribuiu para que o conceito de força fosse refinado. De fato, os conceitos básicos da mecânica não se tornaram somente mais precisos no curso de seu desenvolvimento. Houve também uma mudança qualitativa, em outras palavras, além da matematização vimos uma evolução dos conceitos que diziam respeito aos conteúdos como ocorreu com a distinção entre forças internas e externas, isto é, entre pressão e gravidade de um lado e quantidade de movimento e força viva do outro.

Tentamos mostrar nesse capítulo como o conceito de inércia foi controverso e essencial para se definir *força* nos princípios e equações que serão trabalhados ao longo do século XVIII quando uma mecânica racional geral foi formulada. O que alguns filósofos da Época das Luzes vão considerar de tudo o que aqui foi discutido é o que veremos doravante.

³²⁹ Diderot, D. , D’Alembert, J.R. ,*Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une Société de Gens de lettres*, 1772. p370. Visualização completa na web em: <http://encyclopedia.uchicago.edu>

4 SERIA POSSÍVEL EVITAR A METAFÍSICA?: AS DISCUSSÕES DE JEAN LE ROND D’ALEMBERT

No capítulo anterior buscamos mostrar algumas discussões filosóficas em torno do surgimento do conceito de inércia. Mostramos que a mecânica racional elaborada nos setecentos compreende uma diversidade de filosofias naturais distintas que contem entidades físicas em diferentes relações cuja justificativa fundamenta-se em argumentos metafísicos. Conforme afirmado no capítulo 3, no início do século XVII, o uso do conceito de ‘força’ na Mecânica ficou restrito ao estudo da estática e das leis de choque. Outros problemas como a queda dos corpos e o lançamento de projéteis eram tratados por grandezas puramente cinemáticas. Após estabelecer a diferença entre ‘inércia’ e ‘causa da aceleração’, foi possível trazer o conceito de força para o centro da mecânica. Essa distinção, como vimos, não ocorreu sem percalços. A despeito de toda a contróversia apontada no capítulo anterior, após o *Principia*, a mecânica no século XVIII passa a ser ligada ao conceito de força por definição. D’Alembert, por exemplo, definiu ‘Mecânica’ na *Enciclopédia* como “parte da matemática que considera o movimento e as forças motrizes, sua natureza, suas leis e seus efeitos nas máquinas”³³⁰.

Uma observação relevante que cabe em dois parágrafos antes de prosseguirmos: a *Enciclopédia*, que se apresentava como um ‘dicionário racionado das artes, ciência e ofícios’, não se tratava de uma mera coleção de informações organizadas de forma alfabética. A obra registrou o conhecimento segundo os princípios filosóficos expostos por d’Alembert no seu *Discurso preliminar da Enciclopédia* (1751) que hoje faz parte da história da filosofia. D’Alembert deixou claro, dentre outras coisas, que o conhecimento provinha dos sentidos e o grande agente organizador era a razão, que combinava as informações dos sentidos com a memória e com a imaginação³³¹.

A participação de d’Alembert - considerado como um dos maiores matemáticos e físicos de seu tempo e que ajudou a desenvolver novos métodos de cálculo matemático, unificou os

³³⁰ “...partie des mathématiques mixtes, qui considere le mouvement & les forces motrices, leur nature, leurs loix & leurs effets dans les machines.” No verbete No verbete ‘MECHANIQUE’ p10: 222

³³¹ Darnton, Robert. O Iluminismo como negócio: história da publicação da “Enciclopédia”, 1775-1800, tradução: Laura Teixeira Motta, Márcia Lucia Machado. São Paulo: Companhia das Letras, 1996 Título original: *The Business of Enlightenment. A publishing history of the “Enciclopédie”, 1775-1800*, (1939). p18

princípios da mecânica dos sólidos e dos fluidos³³² - em um empreendimento tal como foi a *Enciclopédia* já é por si só significativo. Essa obra desempenhou um papel considerável na preparação dos espíritos para as mudanças que seriam simbolizadas pela Revolução Francesa, e sua influência sobre a evolução posterior das ideias continuou de forma duradoura. O *Discurso preliminar* que abriu o primeiro volume da *Enciclopédia*, por exemplo, foi considerado como um ‘manifesto da filosofia do Iluminismo’.³³³ Veronique Le Ru não mostrou dúvida que a concepção de d’Alembert sobre ciência e conhecimento - tanto quanto sua recusa à metafísica no sentido tradicional - motivou o filósofo a colocar em ordem as ciências num empreendimento filosoficamente significativo. Por outro lado, a sua percepção da complexidade dos problemas fez d’Alembert enxergar rapidamente os limites filosóficos deste projeto. Saída natural para as suas convicções, a *Enciclopédia* o fez, sem dúvida, enfrentar as suas dificuldades e deficiências para escrever uma obra fundamental a que tanto aspirava.³³⁴

No *Discurso Preliminar*, na descrição da “árvore do conhecimento” - cujo tronco seria composto pela filosofia - fica clara a importância dada à mente do homem em detrimento da teologia, a antiga rainha das ciências. Assim, o conhecimento seria considerado válido se fosse derivado dos sentidos e das faculdades mentais, em oposição ao do tipo fornecido pela Igreja e pelo estado. Por essa audácia, por sua pretensão de dar conta do conjunto de saberes de uma época, por ter sido o “laboratório em que se preparavam mudanças de toda espécie, sobretudo de mentalidade (...)”³³⁵ e, enfim, por ser considerada como uma obra de referência e/ou até – como Robert Darnton a considerou: uma obra suprema do Iluminismo³³⁶, - parte da *Enciclopédia*,

³³² Cf. Paty, Michel. *D’Alembert- A razão físico matemática no século do Iluminismo*. Tradução: Flávia Nascimento. São Paulo: Estação Liberdade, 2005. Cap 5

³³³ Darnton, Robert. O Iluminismo como negócio: história da publicação da “Enciclopédia”, 1775-1800, tradução: Laura Teixeira Motta, Márcia Lucia Machado. São Paulo: Companhia das Letras, 1996 Título original: *The Business of Enlightenment. A publishing history of the “Encyclopédie”, 1775-1800*, (1939). p18

³³⁴ Le Ru, Veronique, *d’Alembert philosophe*, prefácio de Maurice Cavelin, Librairie Philosophique J. VRIN, 1994. p9

³³⁵ Paty, Michel. *D’Alembert- A razão físico matemática no século do Iluminismo*. Tradução: Flávia Nascimento. São Paulo: Estação Liberdade, 2005. p20

³³⁶ Cf Darnton, Robert. O Iluminismo como negócio: história da publicação da “Enciclopédia”, 1775-1800, tradução: Laura Teixeira Motta, Márcia Lucia Machado. São Paulo: Companhia das Letras, 1996 Título original: *The Business of Enlightenment. A publishing history of the “Encyclopédie”, 1775-1800*, (1939). P15 / Gusdorf, Georges [1972]. *Dieu, la nature et l’homme au siècle des Lumières*, Payot, Paris, 1972. (Les sciences humaines et la pensée occidentale, 5), p 261 / Cassirer, E., *A Filosofia do Iluminismo*, Tradução de Álvaro Cabral, Campinas, SP, Editora

principalmente alguns artigos sobre a mecânica assinados por d'Alembert, será analisada de forma bastante cuidadosa nesse capítulo.

D'Alembert procurou demonstrar os “princípios” que fundamentam a mecânica a partir “da consideração somente ao movimento, considerado da maneira mais simples & a mais clara”³³⁷ e estimou que “ tudo o que vemos de forma bem distinta no movimento dos corpos é que ele percorre um certo espaço, & que ele emprega um certo tempo para percorrê-lo”³³⁸; as causas motoras são sacrificadas em nome da clareza sendo substituídas somente pelo “movimento que elas produzem”³³⁹, ou seja, pelos efeitos. O filósofo rejeitou o conceito de quantidade de movimento e de força, considerando-os como perigosos e obscuros. Aos seus olhos, ‘força’ era algo vago, um termo empregado para definir situações que não possuem nada em comum: força de inércia, força aplicada, força aceleradora, força motriz, força viva... Porém, recusar a noção de ‘força’ é de uma pretensão, no mínimo, corajosa depois de Newton ter enunciado as três leis mais a lei da gravitação. O conceito de ‘força’ já havia mostrado muito a sua fecundidade servindo para unificar a mecânica terrestre e celeste. A atitude de d'Alembert implicou restringir o poder explicativo dos resultados já obtidos até então sobre a base dos princípios gerais da mecânica.

A filosofia mecanicista exigia que as mudanças observadas no mundo natural fossem explicadas apenas em termos de movimento e de rearranjos das partículas da matéria, em contrapartida, os precursores dos filósofos iluministas tentaram retirar da filosofia natural o conceito de causas finais e a maior parte dos conceitos aristotélicos de forma e substância, por exemplo. Mais uma vez, os “desinfetantes” aos quais Whitehead referiu-se não foram suficientes. Os filósofos mecanicistas divergiam sobre as causas do movimento. O que faria um corpo se mover? Uma força externa? Uma força interna? Força nenhuma? Todas essas posições tinham seus adeptos e todas sugeriam reflexões filosóficas que ultrapassavam os limites das ‘ciências da natureza’.

UNICAMP, 1992, p31 /Paty, Michel. *D'Alembert- A razão físico matemática no século do Iluminismo*. Tradução: Flávia Nascimento. São Paulo: Estação Liberdade, 2005. p20

³³⁷ “...de la considération seule du mouvement, envisagé de la manière la plus simple & la plus claire...”

³³⁸ “tout ce que nous voyons bien distinctement dans le Mouvement d'un Corps, c'est qu'il parcourt un certain espace, & qu'il employe un certain temps à la parcourir.”

³³⁹ “Mouvement qu'elles produisent.”

Pretendemos mostrar nesse capítulo como d’Alembert, um filósofo-chave dos setecentos³⁴⁰, rejeitou o conceito de ‘força’ por ser uma “noção vaga” passando a defini-la cinematicamente. Descreveremos o projeto apresentado pelo filósofo de livrar a mecânica de “representações irracionais”. Para tanto, faremos uma análise minuciosa de alguns verbetes escritos por d’Alembert, assim como também de seus princípios que fundamentaram a mecânica.

4.1. Sobre algumas obras de d’Alembert:

Para encontrar a originalidade e a fecundidade do pensamento de d’Alembert, assim como para esclarecer o texto de sua obra científica, podemos usar algumas estratégias diferentes chegando, porém, a um ponto pacífico: a influência de suas reflexões epistemológicas, a despeito de Denis Diderot - filósofo, escritor e editor da *Enciclopédia* - ter imposto outros métodos, foi muito efetiva e operatória na *Enciclopédia*.

Michel Paty, por exemplo, em *Theorie et Pratique de la Connaissance chez D’Alembert*³⁴¹, partiu do *Discurso Preliminar da Enciclopédia*, original aos seus olhos de historiador da ciência para alcançar a natureza do pensamento de d’Alembert. Le Ru para analisar as reflexões críticas do filósofo usou como referência o *Tratado da Dinâmica*³⁴². De fato, no *Tratado da Dinâmica*, a cosmologia que surgiu da revolução copernicana - dos *Princípios da Filosofia*³⁴³ de Descartes (1644) aos *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*³⁴⁴ de Newton (1687) – teve os seus conceitos renovados em menos de cinquenta anos de existência.³⁴⁵ Ainda que o filósofo não tivesse como objetivo expôr e discutir as implicações científicas da teoria da

³⁴⁰ D’Alembert foi considerado como um dos maiores matemáticos e físicos de seu tempo e que ajudou a desenvolver novos métodos de cálculo matemático, unificou os princípios da mecânica dos sólidos e dos fluidos

³⁴¹ Paty, M., *Theorie et Pratique de la Connaissance chez D’Alembert*, tese de doutorado, Université des Sciences Humaines, Strasbourg, 1977.

³⁴² Alembert, Jean le Rond D'. *Traité de dynamique*, David, Paris, 1743, [1758]

³⁴³ Descartes, R., “Principles de la Philosophie”, in *Ouvre de Descartes*, C. Adam e P. Tannery (editores), J. Vrin, Paris, 1971.

³⁴⁴ Newton, I., *The Principia (Mathematical Principles on Natural Philosophy)*, A New Translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman, University of California Press, London, 1999.

³⁴⁵ D’Alembert no *Tratado* não fala diretamente em cosmologia, mas discute a necessidade e contingência das “leis do Universo” no *Discurso Preliminar*.

atração e do cálculo infinitesimal nesta obra, ele faz uma reflexão original dessas duas recentes descobertas científicas. D'Alembert utilizou a contribuição da teoria da atração e do cálculo para unificar aquilo que ele considerava a 'mecânica clássica' (produto da reflexão de Galileu, Descartes e de Huyghens) com a mecânica newtoniana e leibniziana (já que elas inseriam no seu desenvolvimento o cálculo infinitesimal e fazem a noção de 'força' uma noção primordial e não derivada – mesmo sabendo que a primazia deste conceito em nada coincida nos dois pensadores³⁴⁶). Segue de forma resumida nos parágrafos seguintes como isso foi feito.

Na seção 9 do livro II do *Principia*, Newton, ao estudar a propagação dos movimentos em um meio fluido, forneceu a base teórica para refutar a teoria cartesiana dos vórtices³⁴⁷. A teoria de Descartes apresentou uma cosmologia que se apoia numa matéria sutil que circunda e constitui os turbilhões, mas que não oferece nenhum tipo de resistência^{348,349}, ou seja, o filósofo francês partiu de uma hipótese incompatível com os fenômenos. Ainda que seja sutil, para Newton, toda matéria oferece resistência. E se levarmos em conta essa resistência, a teoria dos turbilhões é incompatível com as Leis de Kepler porque as revoluções dos planetas em torno de seus eixos, quando de acordo com os movimentos dos turbilhões, diferem em proporções entre os tempos de revolução e as distâncias ao Sol estabelecidas por Kepler. Devido a essa desproporção, Newton substituiu a explicação cartesiana pela sua teoria de atração.

³⁴⁶ Leibniz jamais aceitou noção de ação à distância.

³⁴⁷ A refutação fica completa no livro III.

³⁴⁸ Descartes, R., *Principes de la philosophie*, artigo 24, parte III em Oeuvres de Descartes, publiées: Les principes de la philosophie por René Descartes, M. Thomas (Antoine Léonard), Levrault, 1824. p192

³⁴⁹ Uma breve explicação sobre a cosmologia de Descartes: Uma vez que o Universo é um espaço pleno, é necessário, para que alguma parte dele se mova, que as outras se movam também. Para Descartes, a forma mais simples de um deslocamento é o círculo, embora não tenhamos razão para presumir que o Universo gire em torno de um único centro; antes, poderemos imaginar diferentes centros de movimento. A matéria que gira mais perto do centro é a menor ou menos agitada, e a mais distante é a maior ou mais agitada. A razão disso é que esta última descreve os círculos mais amplos. O movimento constante e as colisões fizeram com que a diferença dos tamanhos da matéria se reduzisse. Alguns pedaços de matéria não se deixaram partir, são aqueles que Descartes se refere como o terceiro elemento e que são os planetas e os cometas. O primeiro elemento é formado em quantidade maior para preencher os espaços entre o segundo e o terceiro elementos. O excesso de materiais do primeiro elemento se move em direção ao centro, porque o segundo elemento tem uma tendência centrífuga maior. Essa concentração do primeiro elemento no centro de cada sistema são os sóis. O Universo, então, consistiria, segundo Descartes, num número indefinido de vórtices contíguos, cada qual com um Sol no centro e os planetas girando em torno desse Sol, carregados pelo segundo elemento. Imaginando o Universo composto desses elementos, Descartes explica a diferença entre o movimento dos planetas e dos cometas, a queda dos corpos e os fenômenos das marés. [Para maiores detalhes, ver Gaukroger, S., *Descartes: An Intellectual Biography*, Clarendon Press, Oxford, 1995. Cap 7]

A Lei de Atração, de fato, está de acordo com os fenômenos e as órbitas estabelecidas por Kepler, mas a força de atração pensada como uma ‘causa’ motriz permanece enigmática. Mesmo a isso o fato de Newton mencionar a *força* de inércia, a *força* impressa e a *força* centrípeta no início do *Principia* e, de uma forma aparentemente bastante prudente, afirmar que não é preciso considerar uma ação à distância real tal como uma força física, mas é preciso lhe conferir um *status* puramente matemático. Por exemplo, sobre a ação das forças centrípetas, Newton afirmou:

Eu continuarei presentemente a tratar os movimentos dos corpos submetidos à atração mútua, considerando as forças centrípetas como atrações, ainda que talvez, de um ponto de vista físico estrito, elas possam ser mais exatamente chamadas impulsões. Mas essas proposições devem ser consideradas como puramente matemáticas; deixando, portanto, de lado toda consideração física, emprego essa maneira familiar de falar, para fazer-me compreender mais facilmente pelo leitor matemático.³⁵⁰

Interessante é que o próprio Newton não aceitava a ideia da ação a distância como um fenômeno natural. Como podemos ler em uma de suas cartas enviadas a Bentley, ele considerou que a ação a distância era impossível:

É inconcebível que a matéria bruta, inanimada, opere sem a mediação de alguma outra coisa, não material, sobre outra matéria e a afete sem contato mútuo, como deve ocorrer se a gravitação, no sentido de Epicuro, for essencial e inerente a ela. E é por essa razão que desejei que você não atribuisse a gravidade inata a mim. Que a gravidade devesse ser inata, inerente e essencial à matéria, de modo que um corpo pudesse atuar sobre outro a distância, através de um vácuo, sem a mediação de qualquer outra coisa, por cujo intermédio sua ação e força pudesse ser transmitida de um corpo a outro, é para mim um absurdo tão grande que eu acredito que nenhum homem dotado de uma faculdade de pensamento competente em questões filosóficas jamais possa cair nele. A gravidade deve ser causada por um agente que atua constantemente de acordo com certas leis; mas se esse agente é material ou imaterial é uma consideração que deixo para os meus leitores.³⁵¹

No pensamento epistemológico de d’Alembert, o conceito de atração ocupou um papel bem característico relativamente à sua concepção da natureza da racionalização. Ao adotar o conceito newtoniano de atração, sem sequer considerar as restrições que o próprio Newton lhe impôs, o racionalismo de d’Alembert efetuou uma ruptura com a filosofia natural de Descartes. A atração é trazida a nosso conhecimento pelos seus efeitos, que se exprimem pela lei da força da gravitação (produto da massa e inverso do quadrado da distância). Sua forma matemática,

³⁵⁰ NEWTON, I. *Mathematical principles of natural philosophy*. Ed. de F. Cajori. Berkeley, University of California Press, 1962 [1687]. V1. p 12

³⁵¹ Newton, I., Quatro cartas a Richard Bentley. In: Cohen, B. I., Westfall, S. R. (org.). *Newton: Textos, Antecedentes e Comentários*. Rio de Janeiro: EdUERJ e Contraponto, 2002, pp.400-411.

indubitável a partir de seus efeitos, expõe o seu caráter racional, apesar da obscuridade do ponto de vista da causalidade.

A desarticulação elaborada por Newton (e que não passou despercebida por d'Alembert) foi feita no sentido de apresentar uma forma nova da 'causa' do movimento que até então era somente pensado como um efeito causado pelo contato físico entre os corpos como, por exemplo, a pressão, a tração e as colisões. Ao lado da ideia de atração, Newton propôs uma outra ideia polêmica. Ele considerava as variáveis como dependentes do tempo ou, na linguagem do cálculo contemporâneo, em função do tempo. Chamou as variáveis de quantidades fluentes que, no caso da mecânica, seriam as distâncias percorridas e, assim, as velocidades seriam as fluxões. As velocidades ou fluxões seriam as diferenças entre as concepções de quantidades variáveis, o que corresponde na linguagem do cálculo contemporâneo, à derivada do espaço percorrido. Assim, uma quantidade pequena do espaço percorrido, uma variável, poderia ser expressa pelo produto da fluxão pelo tempo, de modo que o tempo fosse infinitamente pequeno. Dizendo de uma outra forma, ele considerou a razão entre a diferença finita de duas quantidades (por exemplo, a distância) e a diferença finita entre outras duas quantidades (por exemplo, o tempo) que tem com as duas primeiras uma relação estabelecida por uma lei. Essa ideia permitiu-lhe conceber o cálculo infinitesimal que, aplicado neste caso, consiste em determinar o limite dessa razão. O cálculo diferencial de Leibniz tinha uma fundamentação bem diferente. Leibniz não estudou o movimento para chegar aos conceitos de derivada e integral. Ele pensou nas variáveis x e y como grandezas que variavam por uma sucessão de valores infinitamente pequenos. Introduziu dx e dy como a diferença entre esses valores sucessivos.

As grandezas diferenciais do cálculo leibniziano tinham dado prova de um poder operatório notável, mas não foi conceituada claramente. George Berkeley as havia condenado, e os debates entre Leibniz, Bernard Le Bovier de Fontenelle e outros sobre o mesmo assunto não foram definitivamente e satisfatoriamente conclusos.³⁵² Se o cálculo fornece métodos simples e exatos, os princípios dos quais ele depende, para d'Alembert, também deveriam ser simples e exatos.

³⁵² Para maiores detalhes sobre esses debates ver: Boyer, C.B., *The History of the Calculus and Its Conceptual Development*, Dover Publications, 1949 e Le Ru, V., *d'Alembert philosophe*, prefácio de Maurice Cavelin, Librairie Philosophique J. VRIN, 1994. Capítulo 7.

Enfim, d'Alembert considerou que o cálculo, seja ele estabelecido por Newton ou por Leibniz, não estava assentado sobre fundamentos rigorosos. Para ele, era importante especificar certas noções como a de limite, por exemplo, porque na falta de boas definições usa-se uma intuição passível de falha e quiçá paradoxal³⁵³. A reflexão de d'Alembert sobre as definições não é separável do contexto dos problemas científicos onde as definições devem se aplicar. Ou melhor, a originalidade de sua reflexão foi dissociar claramente o contexto científico - ao qual se refere uma noção como a de limite - de um contexto metafísico mais ambicioso - que buscava conhecer a essência do infinito ou do infinitamente pequeno. Dissociar o sentido matemático de um conceito do sentido metafísico, para d'Alembert, era vital para assegurar ao discurso científico sua autonomia e livrá-lo de qualquer infiltração capciosa da metafísica no interior desses conceitos. Iremos voltar a esse tema mais tarde, mais precisamente no item 4.5.1. Por ora, manteremos o foco sobre algumas obras do filósofo.

No *Tratado da Dinâmica*, como já afirmado, há uma reflexão sobre o quadro teórico da mecânica que emerge do fundamento da epistemologia de d'Alembert. Le Ru demonstrou que as grandes linhas de força que emanam dos tratados científicos de d'Alembert comandam todo o seu trabalho como enciclopedista e outras obras propriamente filosóficas. Dito de outra forma, Le Ru mostrou que as exigências metodológicas expostas por d'Alembert no prefácio do *Tratado* onde expôs seu projeto de forma bastante clara - reduzir os princípios da mecânica ao menor número possível - fundamentou toda a epistemologia de d'Alembert que se interessou pelo problema da sistematização das ciências (tornando uma parte ativa na redação da *Enciclopédia*).

O trabalho crítico sobre o quadro conceitual das ciências, que passou pela economia e pela fecundidade dos princípios usados, pode também ser encontrado no *Elementos da Filosofia*³⁵⁴ e pensamos ser útil apresentar, antes de prosseguirmos, o quem vem a ser uma 'definição' para d'Alembert. O filósofo se mostrou convencido, nesta obra, de que o que é fundamental numa ciência não são os axiomas e sim as 'definições' que devem articular com rigor as noções mais comuns, ou seja, 'definir' consiste em desenvolver ideias simples que essas noções encerram³⁵⁵.

³⁵³ Um exemplo: uma 'quantidade' ou é alguma coisa ou é nada, e não pode ser um estado intermediário entre os dois como 'infinitamente pequeno'.

³⁵⁴ Alembert, Jean Le Rond d', 1717-1783. *Ensaio sobre os Elementos da Filosofia*/ D'Alembert, tradução: Beatriz Sidou, Denise Bottman, Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1994.

³⁵⁵ Ibidem. p20

Quais seriam, portanto, para o filósofo, os verdadeiros princípios de onde se deve partir cada ciência?

Fatos simples e reconhecidos, que não pressupõem nenhum outro e que, conseqüentemente, não se podem nem explicar, nem contestar. Em física, os fenômenos cotidianos que a observação desvenda a todos os olhos; em Geometria, as propriedades sensíveis da extensão; em Mecânica, a impenetrabilidade dos corpos, origem de sua ação mútua; em Metafísica, o resultado de nossas sensações; em Moral, as primeiras afecções, comuns a todos os homens. A Filosofia não está destinada a perder-se nas propriedades gerais do ser e da substância, em perguntas inúteis sobre noções abstratas, em divisões arbitrárias e nomenclaturas eternas: ela é a ciência dos fatos ou a das quimeras.³⁵⁶

As definições são, portanto, aos olhos do filósofo, um dos objetos a que mais se deve dar atenção e para definirmos algo é necessário saber primeiro distinguir as ideias compostas das simples. Engana-se, porém, quem julga o grau da simplicidade das ideias pelas operações do espírito, pois é a simplicidade do objeto que decide isso, pelo número de propriedades que levamos em conta para concebê-lo. Para entendermos bem essa proposição pensemos, como sugeriu o filósofo, por exemplo, aplicá-la ao ‘espaço’. Ainda que ele se componha de partes e, conseqüentemente, não seja um ser simples, a ideia que temos é uma ideia simples, porque as ideias parciais que a ideia do espaço encerra são inteiramente semelhantes já que todas as partes do espaço tem o mesmo gênero.³⁵⁷

Trazendo toda essa discussão agora para o foco desse trabalho, como devemos estudar a mecânica seguindo essas ideias? D’Alembert deixou claro em sua obra que ‘forças’ nada mais são que “entidades metafísicas e obscuras” que servem somente para confundir uma ciência que é por si própria, de acordo com o autor de *Elementos da Filosofia*, plena de clareza. Forças podem somente ser conhecidas pelos seus efeitos e, segundo o ponto de vista do filósofo, a ciência da dinâmica deveria considerar somente movimento como trajetórias geométricas através do espaço, sem especulação sobre suas causas. Para d’Alembert, o uso de conceitos metafísicos na fundamentação da mecânica (que só poderia ser feito baseada em conceitos sobre os quais temos uma clara concepção) era a mais importante causa da esterilidade da metafísica e da sua inabilidade para explicar corretamente a realidade. Porém, d’Alembert não partiu para a total rejeição da metafísica e sim por uma busca em purificá-la³⁵⁸.

³⁵⁶ Ibidem. p19

³⁵⁷ Ibidem p20

³⁵⁸ Boudri, J. Christian. *What Was Mechanical About Mechanics: the Concept of Force Between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange*, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2002. p112 e Terral, M., *The man*

De fato, d'Alembert defendeu um diferente tipo de metafísica como base da mecânica. Ele se referiu à 'metafísica de proposições' que nada mais é do que "uma explanação clara e precisa das verdades gerais e filosóficas sobre as quais os princípios da ciência são baseados."³⁵⁹ O esforço da reflexão de uma metafísica (no sentido que d'Alembert deu a essa palavra) não deve centrar-se na natureza da extensão, do tempo ou da impenetrabilidade, e sim sobre a articulação das noções primitivas de que se compõem as definições claras e precisas sobre o que são os corpos e a posição dos corpos, e sobre o que seja o movimento uniforme e o movimento uniformemente variado. Agindo assim, d'Alembert tentou demonstrar aquilo que Newton considerou como axiomas ou leis do movimento, ou seja, ele pretendeu deduzir os princípios já conhecidos da mecânica, tais como o princípio da inércia, o princípio da composição dos movimentos e o princípio do equilíbrio, de definições preliminares da mecânica - espaço, tempo, movimento e posição³⁶⁰.

O ponto que pretendemos aprofundar é como d'Alembert relacionou conceitos físicos e leis a uma realidade matemática e a uma realidade física e partindo disso, entender como se deu a sua radical tentativa de abandonar certas pressuposições metafísicas enquanto trazia outras à tona. Com argumentos que alicerçaram, por exemplo, o princípio da inércia, o filósofo mostrou que se a fundamentação metafísica é possível, esta deve ser de natureza estrutural. Ou seja, os conceitos mecânicos não precisaram mais ser considerados como algo que se refere às substâncias individuais, mas as estruturas espaço-temporais em que essas substâncias são incorporadas; como, de fato, essas estruturas aparecem veremos adiante. Ao longo do século XVIII veremos esse novo modo de fundamentação metafísica retornar com a controvérsia do princípio da mínima ação, mas por ora, vamos analisar o trabalho de d'Alembert em tentar reduzir todos os objetos da mecânica a conceitos ou noções simples.

who flattened the earth:Maupertuis and the sciences in the enlightenment, The University of Chicago Press, London, 2002, p 290.

³⁵⁹ Em: Boudri, J. Christian. *What Was Mechanical About Mechanics: the Concept of Force Between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange*, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2002. p 113 e Le Ru, Véronique. P 187 *Jean Le Rond D'Alembert philosophe*, Paris, Libraire Philosophique J. Vrin, 1994.

³⁶⁰ Alembert, Jean le Rond D'. *Traité de dynamique*, David, Paris, 1743, [1758] pvii

4.2 Os verbetes escritos por d'Alembert.

Pelo site *The Encyclopedia of Diderot & d'Alembert – collaborative translation project*³⁶¹ criado por Dena Goodman (Universidade de Michigan) Jennifer Popiel (Universidade de Saint Louis) e Sean Takats, (Universidade George Mason) cuja proposta é traduzir para o inglês toda a Enciclopédia com a ajuda de tradutores voluntários, verificamos sessenta e quatro verbetes assinados por d'Alembert. São eles, tais como escritos na página da *web* citada:

- | | |
|--|--|
| 1. Absent | 37. Force, Moving |
| 2. Accelerating Forces | 38. Force, Resultant |
| 3. Acceleration (Force) | 39. Form (Theology. Ecclesiastical history) |
| 4. Action | 40. Franc-Carreau |
| 5. Advantage | 41. Geneva (History. Political science) |
| 6. Appearance | 42. Heads or Tails (Calculus of probabilities) |
| 7. Astrologer | 43. Kinetic Energy |
| 8. Astrology | 44. Limit (Mathematics) |
| 9. Automaton (Mechanical arts) | 45. Lottery (Arithmetic) |
| 10. Basset | 46. Mathematical |
| 11. Central and Centrifugal Forces | 47. Mathematical Physics (Science) |
| 12. Character (Ethics) | 48. Mathematics (Science of nature. Mathematics) |
| 13. Character of Nations | 49. Maximum (Geography) |
| 14. Character of Societies and Particular Groups | 50. Meteorological (Physics) |
| 15. Climate (Geography) | 51. Minimum |
| 16. College [abridged] (Architecture) | 52. Natural (Philosophy) |
| 17. Combination (Mathematics) | 53. Optimism (Philosophy) |
| 18. Conservation of Kinetic Energy | 54. Orient |
| 19. Continuity, Law of | 55. Orion (Astronomy) |
| 20. Conversation, Discussion (Grammar) | 56. Permutation |
| 21. Corruption (Philosophy) | 57. Preliminary Discourse |
| 22. Cosmology (Science of nature. Cosmology) | 58. Royal Academy of Sciences |
| 23. Courtier (Ethics) | 59. School, Philosophy of the |
| 24. Decadence, Ruin (Grammar. Synonyms) | 60. Spring (Cosmography) |
| 25. Description (Geometry) | 61. Summer (Geography. Physics) |
| 26. Die (Calculus of probabilities) | 62. Taste (Grammar. Literature. Philosophy) |
| 27. Dynamics (Encyclopedic order. Understanding. Reason . Philosophy or Science . Science of nature. Mixed mathematics; Mechanics; Dynamics) | 63. Wager (Analysis of gambling) |
| 28. Eagle (Astronomy) | 64. Writer, Author (Grammar) |
| 29. Elements of the Sciences (Philosophy) | |
| 30. Erudite (Literature) | |
| 31. Final Causes (Metaphysics) | |
| 32. Fluid (Physics. Hydrodynamics) | |
| 33. Force | |
| 34. Force (Iconology) | |
| 35. Force of Inertia | |
| 36. Force, Motion | |

³⁶¹ <http://quod.lib.umich.edu/d/did/> - consultado em 30 de maio de 2013.

Dos sessenta e quatro verbetes acima³⁶², analisaremos, a seguir, somente alguns que dizem respeito à Mecânica e que julgamos imprescindíveis para essa tese. Estudaremos novamente e de forma ainda mais cuidadosa o conceito de causa, pois, apoiando-se inteiramente em um aspecto filosófico tradicional da ideia de causalidade aquele de "causa eficiente", a causalidade física se estabeleceu em ruptura com o sentido metafísico que lhe era anteriormente associado. Veremos que foi na reelaboração das leis do movimento feita por d'Alembert, formuladas como princípios e expressas pelo cálculo diferencial, que a ideia de causalidade física foi considerada como indissociável de seu efeito, que é a mudança de movimento. A concepção física herdada de d'Alembert que usou o conceito de força em sua transcrição diferencial euleriana foi a que prevaleceu por meio da mecânica analítica lagrangiana. Como isso foi possível? Para respondermos essa questão precisamos voltar ao tema e analisar esse verbete com extrema cautela; somente depois prosseguiremos com a discussão de outros pontos que consideramos pertinentes ao nosso trabalho.

³⁶² Cabe uma observação feita por um outro *site ARTFL Encyclopédie Project* (<http://encyclopedie.uchicago.edu/> consultado em 05 de junho de 2013) fundado em 1982 como resultado de uma colaboração entre o governo francês e da Universidade de Chicago. Esse projeto é um serviço baseado em um consórcio que fornece aos seus membros o acesso a maior coleção da América do Norte dos recursos digitalizados francês. Robert Morrissey, editor responsável pela tradução, observa que no final do livro *D'Alembert et la vérité de la mécanique dans l'Encyclopédie* de Martine Groult, o autor alega ainda que sem nenhuma evidência a possibilidade de D'Alembert ter escrito mais outros quarenta e nove verbetes que seguem listados a seguir tais como aparecem na página da web: AMPLITUDE d'un arc de parabole (en Géom.) p. 380a, COLLATERAL, en termes de Géographie p. 622a, COMPARER (unclassified) p. 750a, COMPLEMENT, (unclassified) p. 764b, COMPLEXE, en terme de Philosophie p. 765^a, CONCRET en Gramm & Philos p. 828b, COUCHER (Gram. Art Méch) p. 321 a, Démonstration à priori p. 823a-b, Direction en Astronomie p. 1028b, Direction en Astrologie p. 1028b, Disque, terme d'Astronomie p. 1045b, EMERSION en Physique p. 565a, ENTREE (Grammaire) p. 729b, EQUINOXE en Astronomie p. 880b-881a, EXCENTRIQUE en Géométrie. p. 218 a, FIGURE (Physique) p. 748b, Figure (Arithmétique) p.749b, Limite des Planètes en Astronomie p. 542b, METEOROLOGIE en Physique p. 445a, METHODE en Logique p. 445b-446b, OBSERVATEUR en Astronomie p. 310a-b, OCULAIRE en Anatomie p. 341b-342a., PARABOLISMUS en Algèbre p. 885a, PASCHAL, (unclassified) p. 112a, PASSAGE, (unclassified) p.114a-b, Point simple d'une courbe (unclassified) p. 871b, POLE en terme d'Astronomie p. 901b, Qualité en Métaphysique p. 650b-651a, QUARTIER ou QUART en Grammaire p. 684a, Quartier de l'année p. 684a, Racine en terme de Grammaire p. 747a-b, RARE en Grammaire p. 811b, Rayon astronomique p. 834b, RECTIFIER en Grammaire p. 867b, RETROGADATION en Mécanique p. 218a, SECOND en Grammaire p. 857b, SECONDAIRE en Grammaire p. 857b, SIGNE en Métaphysique p. 188^a, SOLUTION en Mathématique p. 328^a, SUCCESSION en Philosophie p. 596b, SYSTEME en Métaphysique p. 777a-778^a, Système en Philosophie p. 778a-b, TAUTOCHRONE en Mécanique & Physique p. 945b, TERME Gramm & Logique p. 155a-158a, Terme en Physique p. 158a, Terme en Géométrie p. 158a, Terme, dans une quantité algébrique (unclassified ?) p. 158 a, Termes d'une équation, en Algèbre p. 158 a, TETRAGONE en Géométrie p. 209b, Triangle en Astronomie p. 61.

4.3 Causas Mecânicas

D'Alembert definiu a 'causa mecânica' ou a 'causa física' na *Encyclopédia* como uma causa da mudança de movimento:

Causa, na mecânica & na física é tudo o que produz mudança no estado do corpo, isto é, que o coloque em movimento ou que o faz parar, ou que altera seu movimento.³⁶³

Nesse verbete *causa*, d'Alembert explicou como as leis podem ser derivadas. Antes, porém, esclareceu que as *causas* são de dois tipos: aparentes ou invisíveis. As primeiras, que se manifestam juntamente com seus efeitos e que são regidas por leis conhecidas, “surtem da ação mútua entre as partículas que os corpos exercem uns sobre os outros devido à impenetrabilidade”³⁶⁴. Como exemplo, temos as forças nas colisões e as forças de tração. As segundas se manifestam somente pelos efeitos observados e incluem como exemplo a gravitação e outras ações à distância. Segundo o filósofo, nós não conhecemos nada sobre suas causas e as leis dos fenômenos em que elas participam só podem ser conhecidas através da experiência: “vendo o efeito concluímos que há uma causa, mas isso é até onde podemos chegar.”³⁶⁵ Assim, a experiência fornecerá as leis do fenômeno da atração, por exemplo, e equações de espaço e tempo e todo o resto será deduzido utilizando as propriedades gerais do movimento.

Vamos agora, seguindo a discussão feita por Paty³⁶⁶ e por Boudri³⁶⁷, analisar a utilidade do conceito de *causa* de d'Alembert. Paty, por exemplo, seguiu o seguinte raciocínio: O que acreditamos ser causas, no caso do impulso, são os efeitos da

³⁶³ Cause, en *Mécanique & en Physique*, se dit de tout ce qui produit du changement dans l'état d'un corps, c'est - à - dire, qui le met en mouvement ou qui l'arrête, ou qui altere son mouvement. (d'Alembert, 1755, 789)

³⁶⁴ (“...”) viennent de l'action mutuelle que les corps exercent les uns sur les autres à raison de leur impénétrabilité(...)”(d'Alembert, 1755, 789)

³⁶⁵ Nous voyons l'effet, nous concluons qu'il a une *cause*: mais voilà jusqu'ou il nous est permis d'aller. (d'Alembert, 1755, 789)

³⁶⁶ Cf. Paty, M., *Theorie et Pratique de la Connaissance chez D'Alembert*, tese de doutorado., Université des Sciences Humaines, Strasbourg, 1977. p314

³⁶⁷ Cf. Boudri, J. Christian. *What Was Mechanical About Mechanics: the Concept of Force Between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange*, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2002. cap 4

impenetrabilidade cujo mecanismo é ignorado. Mesmo no caso do movimento, o conceito não tem utilidade, pois, as leis são de fato obtidas não por consideração à causa (isto é, a impenetrabilidade), mas pelo efeito que é o próprio movimento e sua comunicação que são dados pela experiência. A discussão sobre o conceito de atração revela que a ‘causa’ em que acreditamos leva o espírito a duvidar da causalidade em todos os casos e depois a rejeitá-la como um conceito científico.

Boudri chegou à mesma conclusão, mas antes discutiu a ligação entre as causas mecânicas conhecidas e desconhecidas e as verdades necessárias e contingentes nas leis da natureza. As leis do impacto para d’Alembert, diz Boudri, são necessárias porque são derivadas do princípio da impenetrabilidade. As leis de queda livre, conclui, são contingentes porque só podem ser descobertas experimentalmente.

De fato, d’Alembert nesse contexto, criticou o princípio metafísico usado por Leibniz em seu argumento a favor da *força viva* como a verdadeira medida do movimento, o princípio que “efeitos são proporcionais às causas”³⁶⁸. Em sua crítica, d’Alembert acusou o princípio de ser supérfluo para o conhecimento dos efeitos de causas desconhecidas, “porque se não conhecemos o efeito, não sabemos nada e se conhecemos o efeito o princípio é desnecessário, pois dados dois efeitos diferentes, só temos que compará-los imediatamente, sem nos preocuparmos se são ou não proporcionais às causas.”³⁶⁹ Além disso, o princípio usado por Leibniz é enganoso – prosseguiu d’Alembert. Foi negligenciada por Leibniz a questão de como medir as causas e os efeitos. Citando o mesmo exemplo de d’Alembert, em uma linguagem mais moderna: dado um corpo M que se choca com uma velocidade v com um corpo em repouso, de massa m , é demonstrado que a velocidade comum após o choque será V . Temos um efeito e a causa está na massa M ser animada com uma velocidade v . Mas qual a função que tenha as variáveis M e v escolheremos para exprimir a causa? Poderia ser Mv ou Mv^2 ou M^2v ou Mv^3 , ... Ou seja, o fato da causa da força de impacto de um corpo movente ser devido à massa e à velocidade nada diz a respeito sobre em que proporção ela ocorre. E, ainda que saibamos que a causa e

³⁶⁸ Leibniz, “Specimen dynamicum” (1695), in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 165

o efeito são proporcionais a mv , o princípio não diz como a causa - o momento de duas partículas antes da colisão - resulta na distribuição dos efeitos - momento das partículas após a colisão. Enfim, o princípio indica que a soma dos efeitos é igual à soma das causas, mas não é capaz de dizer nada sobre sua distribuição³⁷⁰. Certamente devido a essas e outras análises feitas por d'Alembert - que ainda veremos nesse trabalho - Gusdorf, como já dissemos, apontou d'Alembert como sendo o promotor de uma física preponderantemente matemática.³⁷¹

A argumentação acima - contra a possibilidade de determinar as causas dos efeitos - é apontada por Boudri como algo ímpar na distinção de d'Alembert entre as verdades necessárias e contingentes. Parece, no entanto, que d'Alembert percebeu a tensão apontada por Paty e Boudri, pois, depois de ter feito a distinção entre alguns efeitos e analisar aqueles cujas causas mecânicas eram conhecidas, afirmou que essas também poderiam ainda ser derivadas de outras causas. Ou seja, as causas mecânicas somente parecem ser causas, mas na verdade “são efeitos dos quais resultam outros efeitos”³⁷², pois, “a *causa metafísica*, a *verdadeira causa*, é desconhecida para nós”³⁷³. Em suma, onde previamente referíamos sobre causa e efeito, agora só podemos falar de efeitos.

Como afirmado no capítulo 2, d'Alembert estabeleceu de forma clara a diferença entre o objetivo principal da ciência antes do século XVII - que era o conhecimento das causas dos fenômenos - e da época em que viveu deixando claro a marca do racionalismo iluminista. Enfim, a busca passou a ser o conhecimento dos ‘efeitos’ e d'Alembert, como a

³⁶⁹Car si on ne connoît pas l'effet, on ne connoît rien du tout; & si on connoît l'effet, on n'a plus besoin du principe; puisque deux effets différens étant donnés, on n'a qu'à les comparer immédiatement sans s'embarrasser s'ils sont proportionnés ou non à leurs causes. (d'Alembert, 1755, 789)

³⁷⁰“D'ailleurs, laquelle de ces fonctions qu'on prenne pour exprimer la cause, la vitesse produite dans le corps m variera à mesure que m variera, & ne sera point par conséquent proportionnelle à la cause, puisque M & u restant constans, la cause reste la même. On dira peut-être que je ne prends ici qu'une partie de l'effet, savoir la vitesse produite dans le corps m, & que l'effet total est, c'est-à-dire la somme des deux quantités de mouvement, laquelle est égale & proportionnelle à la cause M u. A la bonne-heure. Mais l'effet total dont il s'agit, est composé de deux quantités de mouvement, qu'il faut que je connoisse séparément; & comment les connoîtrai-je avec ce principe, que l'effet est proportionnel à sa cause? Il faudroit donc diviser la cause en deux parties pour chacun de deux effets partiels: comment se tirer de cet embarras?” (ibidem, 790).

³⁷¹ Gusdorf, G., *Dieu, La Nature, L'homme au Siècles des Lumières*, Payot, Paris, Boulevard Saint-Germain, 1972. p249.

³⁷²“(…)ce sont des effets desquels il résulte d'autres effets.” (idem)

³⁷³“(…)La *cause métaphysique*, la *vraie cause* nous est inconnue. (idem)

maioria dos filósofos do seu tempo, trabalhou seguindo essa nova meta. Antes, porém, de continuarmos com a *Enciclopédia*, pelo fato desse tema também ter sido bastante discutido no *Tratado da Dinâmica*³⁷⁴ julgamos ser útil analisá-lo.

D'Alembert, no prefácio do *Tratado da Dinâmica*, expôs seu projeto de forma bastante clara: ele pretendia deduzir os princípios já conhecidos da mecânica, tais como o princípio da inércia, o princípio da composição dos movimentos e o princípio do equilíbrio, de definições preliminares da mecânica - espaço, tempo, movimento e posição³⁷⁵. Uma vez assegurada a base, isto é, as noções simples e diretas como espaço e tempo e precisar as propriedades da matéria que é o que se movimenta, nós podemos abordar o problema que fundamenta a mecânica: reduzir os movimentos às suas características essenciais e aos seus princípios elementares. Reduzidos em três princípios que Newton chamou de axiomas ou leis do movimento, esses, os princípios, tem para d'Alembert uma raiz na razão. Dito de outra forma, d'Alembert acreditou que a mecânica possuía *uma parte* puramente racional, assim como a álgebra e a geometria independente do lado empírico. Essa última característica, ao nosso ver, aponta uma importante diferença entre os princípios de d'Alembert e os axiomas de Newton: os primeiros correspondem a “tradução racional” dos segundos e, por isso, certos conceitos aos quais Newton recorreu como força e ação, por exemplo, foram modificados. ‘Racionalizar’ pode ser entendido como ‘representar’, ou seja, o movimento representado de uma maneira “natural” seria aquele que pode ser descrito como um impulso ou uma colisão. A atração, seguindo essa linha de pensamento, só pode ser racionalizável através da adição de leis particulares, ou seja, por meios empíricos. O Princípio da Inércia precisa possuir uma validade geral. Sua formulação é muito parecida com a de Newton com a grande diferença que d'Alembert não recorreu ao termo força - por ele considerado vago – para explicar a inércia e sim a considerou como ‘propriedade’ dos corpos. Note que isso não é, no entanto, suficiente para que ele consiga evitar o termo ‘causa’. Sem a intervenção desse termo como ele expressaria a eventual modificação na uniformidade e retilinearidade do movimento?

³⁷⁴ Alembert, Jean le Rond D' [1743]. *Traité de dynamique*, David, Paris, 1743, 1758

³⁷⁵ Cf pvii

Repetindo: o ponto central do discurso de d'Alembert foi a ideia de que os conceitos mecânicos não precisam ser considerados como algo que se refere às substâncias individuais, mas as estruturas espaço-temporais em que essas substâncias são incorporadas. Uma nova metafísica de natureza estrutural começa a nascer. Ao longo do século em tela veremos esse novo modo de fundamentação metafísica retornar com a controvérsia do princípio da mínima ação (discutiremos no próximo capítulo), mas por ora, voltemos ao nosso tema.

D'Alembert percebeu que o problema não era simples:

A redução que nós fizemos de todas as leis da Mecânica à três, a da força de inércia, a da composição dos movimentos e a do equilíbrio, pode servir para resolver o grande problema metafísico proposto recentemente por uma das mais célebres Academias da Europa, se as leis da Estática e da Mecânica são verdades necessárias ou contingentes.³⁷⁶

Para tanto, acreditou d'Alembert, precisamos decidir se o Autor da natureza poderia ter dado à natureza outras leis diferentes daquelas que nós observamos. Uma vez que admitimos um ser inteligente capaz de agir sobre a matéria, é evidente que esse mesmo ser pode a cada instante interferir nesse processo. A questão se reduz em saber, esclareceu d'Alembert, se as leis do equilíbrio e do movimento que observamos na natureza são diferentes daquelas que a matéria abandonada (sem que esteja sujeita a algum princípio inteligente) teria. Analisando as leis encontradas, d'Alembert conclui que *verdade necessária* passará a ser entendida como o que pode ser derivada de fundamentos.³⁷⁷ Consequentemente, o conceito de 'necessidade' perde sua incondicionalidade sem, contudo, interferir na onipotência de Deus, pois Ele pode acrescentar a seu bel-prazer outras verdades – as contingentes - que não sejam derivadas de fundamentos.

Podemos indentificar com essas passagens a presença da Doutrina do Ocasionalismo que trata de uma concepção defendida sobretudo por Nicolas de Malebranche (1638-1715) segundo a qual toda mudança teria por causa direta e eficiente, em última instância, a vontade divina. As causas dos fenômenos que ocorrem no mundo

³⁷⁶ La réduction que nous avons faite de toutes les lois de la Méchanique à trois, celle de la force d'inertie, celle du mouvement composé, et celle de l'équilibre, peut servir à résoudre le grand Problème métaphysique proposé depuis peu par une dès plus célèbres Academies de l'Europe, *si les lois de la Statique et de la Méchanique sont de vérité nécessaire ou contingente?* (cf. xxij)

³⁷⁷ cf. xxvj

natural seriam, portanto, causas ocasionais e não suas verdadeiras causas eficientes. De fato, como afirma Dias sobre essa doutrina, “embora Ele [Deus] seja consistente em seus atos, as leis são Sua escolha e há espaço para o milagre. Até mesmo Jean Le Rond D’Alembert considerou que F não é, senão, um nome para ma , de modo que a quantidade F não tem “vida própria”³⁷⁸.

4.4 Força

Como dito na introdução, houve no início do século XVIII uma verdadeira reconstrução conceitual em torno do conceito de força e percebemos que a controvérsia sobre as forças vivas continuou por esse século com Samuel Clark e Dortous de Mairan defendendo os cartesianos contra Johan Bernoulli e Christian Wolff defendendo as ideias de Leibniz. D’Alembert em seu *Tratado da Dinâmica*, afirmou que essa controvérsia não passou de uma “discussão metafísica bastante fútil”³⁷⁹.

Enquanto uns estavam interessados no problema de como o conceito qualitativo da força poderia ser matematizado, outros estavam preocupados em descobrir qual era a quantidade que permanecia constante no universo. Iniciaremos por discutir o fenômeno da colisão, pois, ele foi um marco para a verdadeira medida de força e sua conservação. A mudança na magnitude e direção da velocidade de corpos que colidem implicou necessariamente que a força atuando nesses corpos também mudava. Se conhecêssemos as leis que regem os choques, seria possível descobrir a verdadeira quantidade que era conservada que poderia servir como a verdadeira medida da força.

Quando d’Alembert publicou o *Tratado da Dinâmica* em 1743 com a segunda edição em 1758, a discussão sobre a *vis viva* estava acalorada³⁸⁰. Verificaremos quando

³⁷⁸ Dias, P. C., $F=ma$!!! O nascimento da lei dinâmica, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.28, n2, p 205-234 (2006)

³⁷⁹ D’Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p.xx . Citado por: Le Ru, Veronique, *d’Alembert philosophe*, J. Vrin, 1994, p84/ Boudri, J. Christian. *What Was Mechanical About Mechanics: the Concept of Force Between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange*, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2002. p 109/ Hankins, Thomas L. *Jean d’Alembert: science and the Enlightenment*, Oxford University Press, 1970, [1990], p. 207/ Dugas, R., *A history of mechanics*, título original: *Histoire re la mécanique*, Dober publications, 1988, p 247.

³⁸⁰ Citando algumas obras:

- Immanuel Kant, *Gedanken Von der wahren Schätzung der lebendigen Kraft* (1747)

discutirmos o princípio do equilíbrio, que o movimento, tal como concebeu d'Alembert não é algo que necessariamente se conserve. Sua destruição é até percebida, segundo d'Alembert, como necessária à natureza do corpo e ao princípio da razão suficiente e é, inclusive, a única forma de interação mecânica que é plenamente inteligível.³⁸¹ Voltando ao foco da discussão atual, a resposta dada por d'Alembert à controvérsia da verdadeira medida do movimento, como meramente “um argumento sobre palavras”³⁸² tem sido considerada por muitos historiadores como um triunfo da ciência natural sobre a tradicional ligação entre ela, a ciência, e a metafísica.

Vamos entender melhor isso: se negligenciarmos toda definição metafísica sobre a essência do corpo, a capacidade de ação pode ser entendida como os obstáculos que o corpo pode vencer ou aos quais pode resistir. Assim, nem o espaço, nem o tempo, nem a massa e a velocidade bastam para definir a força e devemos distinguir três tipos de obstáculos:

- 1 - os invencíveis que anulam completamente o movimento,
- 2 - aqueles que possuem resistência necessária para anular o movimento dos corpos e o fazem dentro de um instante, como o caso do equilíbrio,
- 3 - aqueles que diminuem o movimento e o anulam pouco a pouco fazendo com que o corpo descreva um movimento retardado.

O primeiro não pode servir para uma estimativa. Restam os outros dois.

Ora, todos concordam que há equilíbrio entre dois corpos, quando o produto de sua massa pelas velocidades virtuais, isto é, pelas velocidades com as quais eles tendem a se mover são iguais de uma parte e de outra. Então, no equilíbrio, o produto da massa pela velocidade, ou o que é a mesma coisa, a quantidade de movimento, pode representar a força. Todos concordam também que no movimento retardado o número de obstáculos vencidos está como o quadrado da velocidade; de modo que um corpo que comprime uma mola com uma certa velocidade, poderá com uma velocidade duplicada comprimir simultaneamente ou sucessivamente, não duas, mas quatro molas semelhantes à primeira, nove com uma velocidade tripla e assim sucessivamente. De onde os partidários das

-
- The Marquise du Châtelet, *Institutions physiques* (1740)
 - Leonhard Euler, “De la Force de percussion et des véritable mesure” (1745)
 - Thomas Reid, “An Essay on Quantity” (1748)
 - Daniel Bernoulli, “Remarques sur le principe de la conservation des forces vives, pres um sens général” (1748)

Sobre o quão acalorada estava esta discussão, vide: Laudan, L.L., “The *Vis viva* Controversy, a Post-Mortem”, *Isis*, 59, (1968)

³⁸¹ Cf. Firode, Alain. *La Dynamique de d'Alembert*, Vrin, 2001. p 98-104.

³⁸² Ver nota 121

forças vivas concluíram que a força dos corpos que se movem está, em geral, como o produto da massa pelo quadrado da velocidade.³⁸³

Percebe-se, assim, que é a escolha entre os dois obstáculos que permite medir a “capacidade de ação” de um corpo, obtendo-se ora mv ora mv^2 : não existe inconveniente medir diferentemente as forças no caso do equilíbrio e no caso do movimento retardado porque a palavra força só tem sentido em relação ao obstáculo e é ele que deve servir para medi-la. Então, “as leis do movimento mudam de acordo com o obstáculo, dependem unicamente das leis do movimento destruídos por esses mesmos obstáculos”.³⁸⁴

4.4.1 O caso do movimento retardado. A soma de resistências.

Ainda que a querela da força viva provenha da obscuridade da definição no início, d’Alembert não deixa de considerar “mais natural” a estimação cartesiana: mv .

É preciso reconhecer, entretanto, que a opinião daqueles que observam a força como o produto da massa pela velocidade é válida não somente no caso do equilíbrio, mas também no movimento retardado, se neste caso a força for medida não pela quantidade absoluta de obstáculos, mas pela soma de resistências dos mesmo obstáculos. Porque não há dúvidas que essa soma de resistências é proporcional a quantidade de movimento, pelo testemunho de todos, a quantidade de movimento que os corpos perdem a cada instante é proporcional ao produto da resistência pela duração infinitamente pequena do instante e que a soma desses produtos é evidentemente a resistência total. Toda dificuldade se resume em saber se devemos medir a força pela quantidade absoluta de obstáculos ou pela soma de suas resistências. Parece mais natural medir a força pela última maneira porque um obstáculo nada mais é do que a soma das resistências dos obstáculos vencidos: estimando, assim, a força, tem-se a vantagem de ter para o equilíbrio e o movimento retardado uma medida comum.³⁸⁵

^{383c} Or tout le monde convient qu'il y a équilibre entre deux corps quand les produits de leurs masses par leurs vîtesses virtuelles, c'est - à - dire par les vîtesses avec lesquelles ils tendent à se mouvoir, sont égaux de part & d'autre. Donc dans l'équilibre, le produit de la masse par la vîtesse, ou, ce qui est la même chose, la quantité de mouvement peut représenter la *force*. Tout le monde convient aussi que dans le mouvement retardé, le nombre des obstacles vaincus est comme le quarré de la vîtesse: en sorte qu'un corps qui a fermé un ressort, par exemple, avec une certaine vîtesse, pourra avec une vîtesse double fermer, ou tout - à - la - fois ou successivement, non pas deux, mais quatre ressorts semblables au premier, neuf avec une vîtesse triple, & ainsi du reste. D'où les partisans des *forces vives* concluent que la *force* des corps qui se meuvent actuellement, est en général comme le produit de la masse par le quarré de la vîtesse.” (D’Alembert, no verbete “Force vive, ou Force des Corps en mouvement”, p112)

³⁸⁴ D’Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, pxiii

³⁸⁵ Il faut avoüer cependant, que l'opinion de ceux qui regardent la *force* comme le produit de la masse par la vîtesse, peut avoir lieu non seulement dans le cas de l'équilibre, mais aussi dans celui du mouvement retardé, si dans ce dernier cas on mesure la *force*, non par la quantité absolue des obstacles, mais par la somme des résistances de ces mêmes obstacles. Car cette somme de résistances est proportionnelle à la quantité de mouvement, puisque, de l'aveu général, la quantité de mouvement que le corps perd à chaque instant, est

Medir a força pela soma de resistências dos obstáculos é simplesmente definir a força pelo produto da massa pela aceleração reconhecendo esta fórmula da força no interior da quantidade de movimento tomado em relação ao tempo.³⁸⁶ Entendendo por resistência aquilo que se pode medir em virtude do princípio da inércia, por cada mudança de velocidade (aceleração) aplicada a uma massa inerte, o impulso é, então, igual a soma das resistências.

Se medirmos a força não pela soma de resistências de obstáculos, mas pela quantidade absoluta deles, obtém-se o teorema das forças vivas.³⁸⁷ Assim, temos a medida

proportionnelle au produit de la résistance par la durée infiniment petite de l'instant; & que la somme de ces produits est évidemment la résistance totale. Toute la difficulté se réduit donc à savoir si on doit mesurer la *force* par la quantité absolue des obstacles, ou par la somme de leurs résistances. Il me paroîtroit plus naturel de mesurer la *force* de cette dernière manière: car un obstacle n'est tel qu'en tant qu'il résiste; & c'est, à proprement parler, la somme des résistances qui est l'obstacle vaincu. (D'Alembert, no verbete "Force vive, ou Force des Corps en mouvement", p112)

³⁸⁶ Assim, teremos:

$$F = ma \text{ (equação 1)}$$

$$mv = m(at) = Ft \text{ (equação 2)}$$

ou, fazendo como d'Alembert, expressando sob uma forma integral o impulso como a soma dos impulsos acontecendo cada um num tempo infinitamente pequeno:

$$mv = \int f dt + C \text{ (equação 3)}$$

onde f é a força variável, dt a duração de um efeito, $\int f dt$ a soma de todos os produtos $f dt$ durante toda a duração do efeito e C uma constante que representa o valor mv no começo da ação da força.

Sendo $v = \int \frac{dv}{dt} dt + C$, o princípio da inércia permite escrever a equação 2 na forma:

$$mv = \int m \frac{dv}{dt} dt + C = \int (ma) dt + C = \int F dt + C = Ft + C$$

e, fazendo $mv = 0$ no instante $t = 0$:

$$mv = \int_0^t F dt = Ft$$

³⁸⁷ Seja a fórmula da queda dos corpos:

$$S = \frac{1}{2} gt^2 \text{ (equação 4)}$$

Multiplicando por a cada lado da equação 4, obteremos: $sa = \frac{1}{2} (at)(at) = \frac{1}{2} mv^2$

Multiplicando os dois termos por m e usando a equação 1, obtemos a fórmula da força viva:

$$mas = \frac{1}{2} mv^2 \text{ ou } Fs = \frac{1}{2} mv^2 \text{ (equação 5)}$$

como $s = \int \frac{ds}{dt} dt + C$, podemos escrever a equação 5 da seguinte forma:

do trabalho - $F.s$ - e não o impulso - $F.t$. É a quantidade absoluta de obstáculos que intervém porque a força não é mais multiplicada pelo tempo e sim pelo espaço percorrido. A rigor, os dois caminhos possuem a mesma simplicidade e a mesma evidência e, apesar do que disse d'Alembert, é tão natural e simples supôr que a velocidade adquirida por um corpo seja determinada pela duração da queda quanto pela altura de queda e, nos dois casos, a forma da lei é fornecida pela experiência.

D'Alembert usou a palavra “natural” certamente no sentido dela significar algo “mais geral”. A aplicação das duas quantidades, mv e mv^2 , serviu não somente para medir a força – nesse sentido, trabalho e impulso são corretos -, mas estabelecer uma quantidade física invariável em determinados fenômenos da natureza. As leis do choque são tais em efeito que a soma das forças vivas se conserva constante quando as massas são perfeitamente elásticas o que não ocorre com outros tipos de massas. Por outro lado, a soma da quantidade de movimento se conserva quer o choque seja elástico ou não. A quantidade de movimento de um corpo é aumentada na medida em que a quantidade de movimento do outro corpo diminui. Quando, por exemplo, duas massas não elásticas se encontram com velocidades iguais e opostas, elas perdem toda a quantidade de movimento no sentido dado por Descartes. Mas, a soma dessas quantidades se conserva se considerarmos o caráter vetorial da velocidade³⁸⁸. A quantidade de movimento, assim compreendida, se conserva em todos os casos.

A questão de buscar uma quantidade física permanente na natureza é bem diferente de mensurar a força e, quanto a ela, podemos dizer que Newton demonstrou que a soma cartesiana Σmv é constante para os sistemas materiais livres, ou seja, que não sofrem nenhuma influência exterior, enquanto que Huyghens demonstrou que a soma Σmv^2 permanece constante quando o trabalho efetuado pelas forças não a altera³⁸⁹. Compreende-

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(at)(at) = \frac{1}{2}(ma)at^2 = \frac{1}{2}Fat^2 = Fs = \int Fatdt$$

e, fazendo $mv^2 = 0$ no instante $t=0$:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_0^s Fds = Fs$$

³⁸⁸ D'Alembert, no verbete “Force vive, ou Force des Corps en mouvement”, p112

³⁸⁹ Mach, Ernest, *Desarrollo histórico-Critico de la Mecânica* Espasa-Calpe Argentina S.A., Buenos Aires, México, 1949. p276.

se, então, porque d'Alembert atribuiu ao impulso um grau de generalidade maior que o trabalho no que concerne à invariabilidade da quantidade física estudada.³⁹⁰

Larry Laudan mostrou que, mesmo depois da primeira edição do *Tratado da Dinâmica* em 1743, a discussão continuou com muitos físicos-matemáticos. Laudan ainda afirmou que d'Alembert pensou ter persuadido seus contemporâneos, mas tudo não passou de um grande equívoco na história da ciência³⁹¹. Em seu artigo *The Vis viva Controversy, a Post-Mortem*, Laudan documentou grande parte da continuidade dessa controvérsia indicando que o problema ainda estava em aberto. Na primeira edição do Tratado, d'Alembert apresentou tão somente a diferença entre força viva e força morta e a partir dessa distinção afirmou que todo o debate não passava de uma “disputa de palavras”. Pierre Costabel mostrou que a medida da *vis viva* (mv^2), como força atuando através da distância, e a do *momento* (mv), como força atuando através do tempo, foi apresentada por Roger Boscovich em 1745.³⁹² Laudan e Costabel foram somente alguns exemplos, mas que servem para mostrar que o que pretendíamos com essa discussão não foi defender a ideia de que d'Alembert resolveu o problema da *vis viva*, mas somente explicitar quais foram os argumentos que lhe permitiu afirmar que a controvérsia não passava de uma “disputa de palavras”.

³⁹⁰ O conflito entre os cartesianos que declararam a capacidade de ação proporcional à mv e os leibnizianos proporcional à mv^2 não tem sentido físico e é considerado inclusive uma falsa querela em muitas bibliografias. Retomando as fórmulas em uso na época de Leibniz, verificamos que a “capacidade de ação” da velocidade é proporcional à velocidade em relação ao tempo e ao quadrado da velocidade em relação ao espaço. Hoje, essa constatação não oferece mais matéria de discussão: se, por exemplo, buscamos o *tempo* durante o qual uma massa m com velocidade v continua este movimento quando sofre uma força F de sentido contrário ao sentido em que se move, usamos a equação: $t = \frac{mv}{F}$. Se perguntamos sobre o *caminho percorrido* quando um

corpo de massa m se move com velocidade v em sentido contrário à força F , usamos a equação: $S = \frac{mv^2}{2F}$.

Essas duas questões explicam a ociosidade da polêmica Descartes-Leibniz sobre a medida da força de um corpo em movimento.

³⁹¹ Laudan, L.L., “The *Vis viva* Controversy, a Post-Mortem”, *Isis*, 59, (1968)

³⁹² Hankins, T., “Eighteenth-century Attempts to Resolve the *Vis Viva* Controversy”, *Isis*, 56 (1965), 281; Costabel, P., “Le *De Viribus Vivis* de R. Boscovich ou de la Vertu des Querelles de Mot”, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 14 (1961), 3.; Iltis, C., “D'Alembert and the *Vis Viva* Controversy”, *Hist. Phil. Sci.*, I, 2 (1970)

4.5 A Mecânica e as Leis do Movimento

Com tudo o que foi exposto no item anterior, entendemos o porquê de muitos considerarem que foi d'Alembert quem mostrou que as considerações metafísicas são inúteis para a ciência natural. Porém, o ponto crucial de como d'Alembert relacionou certos conceitos físicos e leis naturais com a realidade física e matemática e, além disso, de como isso contribuiu para a sua radical tentativa de abandonar certas pressuposições metafísicas veremos agora.

Estudar a 'natureza', considerada por d'Alembert como uma "máquina do universo ou a montagem de tudo o que foi criado"³⁹³, significa buscar a ordem e o curso natural das coisas, ou "as leis do movimento estabelecidas por Deus"³⁹⁴. Por sua vez, as "leis do movimento" são, estritamente falando, as "leis da natureza", ou seja, "os axiomas ou regras gerais de movimento e do repouso que observam os corpos naturais na ação que eles exercem um sobre os outros e em todas as mudanças que acontecem ao seu estado natural"³⁹⁵. É claro que podemos explicar um efeito de várias maneiras diferentes e até mesmo estabelecer regras ao nosso bel prazer, porém, entre as diferentes suposições que podemos fazer para explicar um determinado efeito, d'Alembert só considerou dignas para nosso estudo aquelas "que pela sua própria natureza nos forneçam meios infalíveis de nos assegurar se elas são ou não verdades"³⁹⁶. Em Física, por exemplo,

a experiência e a observação nos fazem conhecer todos os dias muitas verdades. Muitas nos deixam perceber a união que existe entre elas - conhecemos, por exemplo, a relação entre o peso dos corpos e a força que retém os planetas em suas órbitas. Em outros casos, enxergamos apenas de maneira imperfeita a união das verdades. Assim é a analogia entre o peso dos corpos e a atração dos vasos capilares. Temos razão para crer, mas não para assegurar, que essas duas espécies de gravitação dizem respeito à mesma causa – a tendência recíproca das partes da matéria irem umas contras as outras. Muitas verdades tem em si uma união de

³⁹³ *Nature* signifie quelquefois le système du monde, la machine de l'univers, ou l'assemblage de toutes les choses créées. (d'Alembert, no verbete 'nature' na *Encyclopedie*, p 11:40)

³⁹⁴ "...les lois du mouvement que Dieu a établies". (idem)

³⁹⁵ "...sont des axiomes ou regles générales de mouvement & de repos qu'observent les corps naturels dans l'action qu'ils exercent les uns sur les autres, & dans tous les changemens qui arrivent à leur état naturel. (d'Alembert no verbete "lois de la nature", 11:41)

³⁹⁶ "Parmi les différentes suppositions que nous pouvons imaginer pour expliquer un effet, les seules dignes de notre examen sont celles qui par leur nature nous fournissent des moyens infallibles de nous assurer si elles sont vraies." (d'Alembert no verbete "Physico-Mathématiques (*Sciences.*)", 12:536)

que não podemos duvidar pelo fato em si, mas cujo princípio não podemos perceber.³⁹⁷

O método, enfim, entra em cena. Na introdução do *Tratado da Dinâmica*, e no verbete ‘Mecânica’ na Enciclopédia, d’Alembert deixa claro que o método é direcionado a obter os princípios mais claros e em menor número possíveis, e a partir deles expandir a aplicação desses princípios tão longe quanto for possível.

Com efeito, mais eles serão poucos, mais eles deverão ganhar em extensão, uma vez que o objeto de uma ciência, sendo necessariamente determinado, os princípios devem ser tanto mais fecundos à medida que eles são menos numerosos. Para fazer com que o leitor conheça os meios através dos quais pode-se esperar preencher os propósitos que são os nossos, não será talvez inútil entrar aqui num exame racional da ciência da qual se trata.³⁹⁸

Como já afirmado anteriormente, o movimento e suas propriedades gerais são o principal objeto da Mecânica³⁹⁹ e a dinâmica, para d’Alembert, foi concebida como a ciência das mudanças dos movimentos dos corpos.⁴⁰⁰ Evitando conceitos externos como o de ‘força’, d’Alembert propôs expressar essas mudanças somente em função das grandezas do movimento estabelecendo assim a possibilidade delas serem concebidas fisicamente em relação às suas causas efetivas. A análise diferencial foi usada por d’Alembert para relacionar as grandezas do movimento que mesmo sem recorrer à ‘força’ afirmou a conaturalidade da causa física e seus efeitos através de uma outra grandeza que está vinculada à forma diferencial da grandeza ‘tempo’ e ao conceito de movimento virtual: a aceleração instantânea.⁴⁰¹

Pronunciaremos mais algumas palavras a propósito das considerações de d’Alembert sobre a noção de causa antes de chegar a sua concepção dos termos das

³⁹⁷ Alembert, Jean Le Rond d’, *Ensaio sobre Elementos os Elementos da Filosofia*, tradução: Beatriz Sidou, Campinas, SP, Editora UNICAMP, 1994. p 28

³⁹⁸ En effet, plus ils seront en petit nombre, plus ils doivent avoir d’étendue, puisque l’objet d’une science étant nécessairement déterminé, les principes en doivent être d’autant plus féconds, qu’ils sont moins nombreux. Pour faire connoître au lecteur les moyens par lesquels on peut espérer de remplir les vûes que nous proposons, il ne sera peut-être pas inutile d’entrer ici dans un examen raisonné de la science dont il s’agit. (D’Alembert, MÉCANIQUE, (*Ordre encycl. ent. raison. phil. ou scienc. science de la nat. Mathem. Mathem. mixt. Mécanique.*, p 225)

³⁹⁹ “Le mouvement & ses propriétés générales sont le premier & le principal objet de la *mécanique*...” (idem)

⁴⁰⁰ D’Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p. xxviii

⁴⁰¹ Paty, M., “L’élément différentiel de temps et la causalité physique dans la dynamique de d’Alembert”, em Morelon, Régis & Hasnawi, Ahmad (editores), *De Zénon d’Elée à Poincaré. Recueil d’études em hommage à Roshdi Rashed*, Edições Peeters, Louvain (Bélgica), 2004, p 391-426.

grandezas descritivas do movimento. Para que esse projeto de reorganizar a ciência do movimento fosse possível, d'Alembert empregou, não somente para a formalização matemática, mas também para a própria concepção das grandezas, assim como os 'princípios do movimento', a análise. Assim, as grandezas físicas são concebidas através da sua expressão matemática (a de variáveis contínuas e diferenciáveis) e suas relações são capazes de fornecer as leis particulares dos movimentos. Esse projeto culminou com o "princípio geral da dinâmica", mais conhecido com o nome de "princípio de d'Alembert". Nessa sessão, iremos elucidar pelo viés filosófico os três princípios fundamentais, assim como esclarecer, ao final, o Princípio de d'Alembert.

O método de d'Alembert no *Tratado* consiste basicamente em duas partes. A primeira mostra a necessidade e a relevância da matematização da ciência – pela exposição detalhada dos princípios do movimento e de suas implicações -, a segunda, como essa matematização deve acontecer – com o auxílio do "princípio a dinâmica" ou "princípio de d'Alembert" que é, na verdade, uma combinação original do segundo e do terceiro princípios do movimento (isto é, o princípio da composição dos movimentos e o princípio do equilíbrio). O "Princípio de d'Alembert" entra na categoria que d'Alembert chamou de "Elementos das ciências" na *Encyclopédia*, ou seja, princípios de segunda ordem. Tais princípios não são "verdades primeiras" como são os três princípios fundamentais mas, ainda assim, recebem o *status* de princípio pela sua fecundidade, ou seja, pelo grande número de consequências que podem ser deduzidas a partir dele. Adiantando alguns comentários, percebemos que d'Alembert se refere ao seu princípio como um 'método':

Eu pensei, então, em discorrer principalmente sobre este assunto [os problemas da dinâmica] e ver como podemos resolver todas as questões da dinâmica por um mesmo método tão simples e tão direto que consiste da combinação [...] dos princípios do equilíbrio e da composição de movimentos.⁴⁰²

A Mecânica poderia ser definida, de acordo com d'Alembert, simplesmente por propriedades que possam ser expressas por 'espaço' e 'tempo', pois nada mais natural, disse d'Alembert, "que conceber o movimento como a aplicação sucessiva do móvel em

⁴⁰² J'ai donc cru devoir m'étendre principalement sur ce sujet et faire voir comment on peut résoudre toutes les questions de dynamique par une même méthode fort simples et fort direct qui ne consiste que dans la combinaison dont qui j'ai parle haut ds principes de l'équilibre et du mouvement composé. (D'Alembert, *Traité de Dynamique*, "Discours préliminaire", p xxix)

diferentes partes do espaço indefinido que nós imaginamos como o lugar dos corpos”⁴⁰³. Ou seja, extensão, impenetrabilidade, deslocamento contínuo, etc. Será que d’Alembert não estaria exagerando, quando afirmou que os três princípios independentes são derivados somente da análise do movimento “considerado em sua forma mais clara e simples”? Para d’Alembert, foi através da geometria e da análise que conseguiremos introduzir e aplicar, tanto quanto se puder, conhecimentos encontrados nas ciências mais abstratas e, conseqüentemente, mais simples. Para tanto, porém, foi necessário que nada mais se admita no “objeto particular” da mecânica além das “propriedades supostas pela ciência de que tratamos”⁴⁰⁴. Como, todavia, exprimir as mudanças de movimento provocadas por causas diferentes sem usar conceitos como ‘força’ ou ‘causa’? Não se trata, para d’Alembert, de negar que exista uma causa para o movimento, ou melhor, da mudança do estado de repouso ou movimento. Se admitimos a *propriedade* da inércia, é claro que o movimento que começa a existir é o movimento modificado com relação àquele da inércia. O feito de d’Alembert foi limitar a noção de causa: todo propósito do filósofo foi o de descrever os movimentos sem se preocupar com a natureza das causas, e sim, examinando os seus efeitos. Na verdade, as únicas noções de forças aceitáveis para essa ciência seriam as ‘forças aceleradoras’ – definida como a aceleração⁴⁰⁵ - e as ‘forças motoras’⁴⁰⁶ – definida como a massa multiplicada pela aceleração, pois, tanto as forças aceleradoras quanto as motoras são forças derivadas das grandezas que descrevem o movimento. Ou seja, o movimento foi tratado somente utilizando grandezas cinemáticas, expressas matematicamente. Como justificar as leis por ele encontradas? D’Alembert respondeu a essa última pergunta na introdução do *Tratado*:

⁴⁰³ Rien n'est plus naturel, je l'avoue, que de concevoir le mouvement comme l'application successive du mobile aux différentes parties de l'espace indéfini que nous imaginons comme le lieu des corps(...) (D’Alembert, MÉCANIQUE, (*Ordre encycl. ent. raison. phil. ou scienc. science de la nat. Mathem. Mathem. mixt. Mécanique.*, p 225)

⁴⁰⁴ D’Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p. iij

⁴⁰⁵ D’Alembert no verbete “forces accélératrices” escreveu “qu'il en soit de ces réflexions sur la nature des *forces accélératrices*, il est au - moins certain dans le sens qu'on l'a expliqué *au mot* Accélétratrice, que si on appelle ϕ la *force* accélératrice d'un corps, *dt* l'élément du tems, *du* celui de la vîtesse, on aura $\phi dt = du$. p 116

⁴⁰⁶ D’Alembert no verbete “forces motrices” escreveu: “Après tout ce que nous avons dit dans cet *article* sur la notion du mot *force*, il est évident que la *force motrice* ne peut se définir que par son effet, c'est - à - dire par le mouvement qu'elle produit.” p 120

Um corpo não pode ser tirado do repouso se não pela ação de qualquer causa estranha. Continua ele [o corpo] a se mover por ele mesmo ou é necessário para se mover a ação repetida de uma causa? Qualquer que seja a resposta, será sempre incontestável, que a existência do Movimento uma vez suposto sem qualquer outra hipótese particular, a lei mais simples que um móvel pode observar durante o movimento, é a lei da uniformidade, e é por consequência aquela que deve seguir(...)⁴⁰⁷

Veremos, quando discutirmos o verbete “força de inércia”, como d’Alembert aplicou “a lei mais simples” presente nessa citação. Antes, analisaremos de que forma a aplicação da análise à mecânica corresponde a um pensamento diferencial das grandezas dessa ciência para d’Alembert.

4.5.1. As grandezas diferenciais de d’Alembert

O que possibilitou a reorganização interna da “dinâmica” de Newton foi, de uma forma geral, o emprego sistemático da análise que foi usada no próprio pensamento das grandezas assim como nos princípios do movimento e, em particular, na expressão das variações das grandezas em termos de elementos diferenciais. Foram através das equações expressas matematicamente usando variáveis contínuas e diferenciáveis que as leis dos movimentos foram concebidas pelas grandezas físicas. A forma matemática, mais precisamente a diferencial e a integral, em que d’Alembert pensou essas grandezas é bastante perceptível, embora não explícita em sua obra em que constatamos que o tratamento analítico dos problemas mecânicos sustentou-se em um forte amparo das considerações iniciais que, por sua vez, são justificadas pelo “princípio de d’Alembert” – consequência e síntese dos três princípios fundadores.

Espaço e tempo são as grandezas fundamentais que descrevem o movimento, sendo que o tempo, devido a sua significação diferencial, teve um papel muito particular nessa reorganização conceitual da dinâmica, pois interferiu diretamente no conceito de causalidade, pois, é ele que faz o caráter físico do movimento. As forças, outrora

⁴⁰⁷ Un corps ne peut se donner le Mouvement à lui-même. Il ne peut donc être tire du repos, que par l’action de quelque cause étrangère. Mais continue-t-il à se mouvoir de lui-même, ou a-t-il besoin pour se mouvoir de l’action répétée de la cause? Quelque parti qu’on put prendre là-dessus, il sera toujours incontestable, que l’existence du Mouvement étant une fois supposée sans aucune autre hypothèse particulière, la loi la plus simple qu’un mobile puisse observer dans son Mouvement, est la loi d’uniformité, et c’est par conséquence celle qu’il doit suivre (...)” (*Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p. viij-ix)

responsáveis pela mudança de movimentos, saem de cena e em seu lugar entram as acelerações instantâneas que ao serem expressas durante o tempo diferencial dt dão as “causas” um caráter físico.⁴⁰⁸

Como já visto nesse trabalho, a Mecânica foi situada entre as “ciências matemáticas” e considerada a “ciência do movimento”. É possível, como prescreve d’Alembert de uma maneira geral, introduzir e aplicar na mecânica, tanto quanto se puder, conhecimentos encontrados nas ciências mais abstratas e, conseqüentemente mais simples⁴⁰⁹, e estas são essencialmente para a mecânica, a geometria e a análise. Porém, é necessário “considerar da maneira a mais abstrata e a mais simples possível, o objeto particular dessa ciência; nada supondo, nada admitindo nesse objeto, além das propriedades supostas pela própria ciência de que tratamos”⁴¹⁰. A mecânica, por ter sido também suscetível da aplicação da geometria, foi passível de ser tratada por meio de análise, pois, a geometria se beneficia da aplicação da álgebra e da análise, no sentido do cálculo infinitesimal que concerne às grandezas contínuas, tratando das partes da extensão entre si. Porém, existe entre a geometria e a mecânica uma diferença: a geometria apenas considera o espaço percorrido, enquanto na mecânica considera-se também o tempo, pois:

a consideração do Movimento por vezes nas pesquisas de Geometria pura; é assim como imaginamos com frequência as linhas, retas ou curvas causadas pelo Movimento de uma linha, os sólidos por uma superfície. Porém, há entre a Mecânica e a Geometria esta diferença, não só na última, a geração das figuras pelo movimento é, por assim dizer, arbitrária e de pura elegância, mas que a Geometria considera no Movimento o espaço percorrido, diferente da Mecânica que consideramos mais o tempo que o móvel gasta para percorrer determinado espaço.⁴¹¹

⁴⁰⁸ Cf. Firode, Alain. *La Dynamique de d’Alembert*, Vrin, 2001, cap III (Le Cadre conceptuel du Traité de dynamique), p 71

⁴⁰⁹ idem. p iii

⁴¹⁰ idem

⁴¹¹ “La considération du Mouvement entre quelquefois dans les recherches de Géométrie pure; c’est ainsi qu’on imagine souvent les lignes, droites ou courbes, engendrées par le Mouvement d’une ligne, les solides enfin par celui d’une surface. Mais il y a entre la Méchanique et la Géométrie cette différence, non-seulement que dans celle-ci, la génération des Figures par le Mouvement est, pour ainsi dire, arbitraire, et de pure élégance, mais encore que la Géométrie ne considere dans le Mouvement que l’espace parcouru, au lieu que dans la Méchanique on a égard de plus ai tems que le móbile employe à parcourir cet espace.” (D’Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p. vj)

A despeito dessa diferença, as grandezas da mecânica que têm extensão podem ser concebidas por grandezas geométricas. Ainda no *Tratado*, d'Alembert indicou que o tempo pode ser geometrizado, pois, “o tempo por sua natureza corre uniformemente e a Mecânica supõe esta uniformidade”.⁴¹²

De que forma a aplicação da análise à mecânica se corresponde com a concepção das grandezas diferenciais dessa ciência para d'Alembert? Embora o conceito de ‘vetor’ não existisse, nos tratados científicos de geometria e de mecânica escritos por d'Alembert, as grandezas são escritas sob a forma sintética por um símbolo para designar as três componentes (x , y e z). Podemos dizer que, de uma forma geral, um elemento diferencial dx , é concebido de maneira homogênea à grandeza x com a qual ele pode ser adicionado ou subtraído vetorialmente. A rigor, no entanto, esse elemento diferencial pode ter uma significação simbólica, definido pela derivada da grandeza em relação a uma variável. Por não ser um número finito, a significação de um elemento diferencial é dada por uma ‘operação’ e não pela atribuição de um valor numérico. Quando se fala do infinitamente pequeno, observou d'Alembert no verbete “diferencial” na *Enciclopédia*, apenas estamos empregando uma forma abreviada de expressão: designa-se por um símbolo um complexo de operações abstratas que culminam em uma passagem ao limite, como por exemplo, na construção de uma tangente.⁴¹³ Fala-se de quantidades infinitamente pequenas para dar conta do processo abstrato de passagem ao limite, mas essas quantidades, de fato, jamais aparecem, sendo esvaziadas ao se atingir o limite⁴¹⁴. D'Alembert propôs-se a dar uma definição rigorosa do limite, sem usar a ideia do infinitamente pequeno.⁴¹⁵

Uma grandeza é chamada limite de outra quando a segunda pode aproximar-se da primeira ainda mais perto do que de uma grandeza dada, tão pequena quanto seja possível supôr, sem que, no entanto, a grandeza que se aproxima possa superar a

⁴¹² “Le tems par as nature coule uniformément, et la Méchanique suppose cette uniformité. (idem, p vij)

⁴¹³ p 4:985

⁴¹⁴ Cf. Paty, Michel, *D'Alembert, ou, A Razão Físico-matemática no Século do Iluminismo*; tradução: Flávia Nascimento; revisão técnica: José Oscar de Almeida Marques, São Paulo, Estação Liberdade, 2005. cap 5

⁴¹⁵ O conceito de diferencial não nasceu sem grandes percalços. Para um maior conhecimento sobre esse ‘parto’ na matemática ver: Struik, D. J., *A Concise history of mathematics*, Dover publications, 1984. Para melhor compreender como o desenvolvimento do conceito de diferencial afetou a mecânica e a matemática ver Guicciardini, N., *The Development of Newtonian Calculus in Britain 1700-1800*, Cambridge University Press, 1989.

grandeza da qual ela se aproxima, de modo que a diferença entre uma tal quantidade e seu limite torna-se impossível de se assinalar.⁴¹⁶

Paty observou que o termo “infinitamente pequeno” não se encontra nesse enunciado, que definiu a noção de limite recorrendo unicamente a quantidades finitas. O caráter “impossível de assinalar”, disse Paty, da diferença entre o limite e a quantidade da qual ele é o limite não significa um retorno ao *quantum* variável do infinitamente pequeno: ele é caracterizado pela comparação com um número arbitrariamente pequeno, portanto, concebível na sua finitude, formulado externamente à quantidade considerada como o seu limite.

D’Alembert expôs claramente no verbete “diferencial”, que Newton “nunca considerou o cálculo diferencial como o cálculo das quantidades infinitamente pequenas, mas como o método das primeiras razões, isto é, o método de encontrar os limites das razões.”⁴¹⁷ Por sua vez, d’Alembert retomou a forma leibiniziana da grandeza diferencial, manejável e fecunda nos cálculos, dando-lhe o conteúdo e a justificação da fluxão newtoniana, ou melhor, da geometria dos limites, desenvolvida por Newton no livro *I dos Principia*, em vista dos problemas da mecânica. Assim, para d’Alembert, a utilização de diferenciais estava bem justificada com essa significação, que seria perfeitamente compreensível pela familiarização com o cálculo. No artigo “diferencial” ele explicou de forma detalhada o método do cálculo diferencial.

Enfim, o elemento diferencial foi pensado como um conteúdo homogêneo ao da grandeza de que ele é a diferença. As derivadas das grandezas da mecânica que tratam do movimento são formadas em relação ao tempo, que constitui a variável, o que dá um significado exato aos elementos diferenciais dessas grandezas específicas da mecânica. Esses elementos diferenciais, com efeito, definidos pelas derivadas da grandeza em relação à variável: $dx = x'(t)dt$, sendo somente a derivada $x'(t)$ uma quantidade finita, limite da

⁴¹⁶ “LIMITE, s. f. (*Mathémat.*) On dit qu'une grandeur est la *limite* d'une autre grandeur, quand la seconde peut approcher de la première plus près que d'une grandeur donnée, si petite qu'on la puisse supposer, sans pourtant que la grandeur qui approche, puisse jamais surpasser la grandeur dont elle approche; ensorte que la différence d'une pareille quantité à sa *limite* est absolument inassignable.” (d’Alembert, *Enciclopédia*, p 9:542)

⁴¹⁷ Il n'a jamais regardé le calcul *différentiel* comme le calcul des quantités infiniment petites, mais comme la méthode des premières & dernières raisons, c'est - à - dire la méthode de trouver les limites des rapports.” (d’Alembert, *Enciclopédia*, p 4:985)

razão das diferenças (quando estas tendem a zero) das grandezas x e t , sendo t a variável. Seja, por exemplo, $v(t)$ uma velocidade considerada no tempo t , dv é, então, o elemento diferencial de v definido pela aceleração instantânea $a(t)$: $dv = a(t) dt$, sendo dv homogêneo em relação à v . Assim, a causalidade física (diferencial) passa a acompanhar o ponto de vista dos conceitos ligados aos fenômenos do movimento e da sua mudança. A física passa a ser constituída com base nessa nova noção, escolhendo com referência a ela os princípios e os conceitos apropriados para a sua matematização. D’Alembert exprimiu, dessa forma, o problema geral da dinâmica, ou seja, as mudanças de movimento, sem recorrer às causas nem às forças.⁴¹⁸

Com o que foi dito, podemos nos perguntar nesse momento se o papel da matemática na mecânica não anda sendo visto por historiadores e filósofos da ciência de uma forma limitada. Como visto na introdução dessa tese e, em parte, no capítulo 2 quando discutimos como o uso da matemática da física foi fundamentado, a matemática foi considerada como um meio de representação de um fenômeno físico ou como um instrumento de predição e explicação dedutiva – por Dijksterhuis, Dugas, Cassirer, Meyerson, Burt, Koyré, por exemplo. Em nenhum momento se discutiu, entre os autores aqui citados, a natureza matemática do fenômeno observado. Se considerarmos, como alguns dos filósofos naturais iluministas o fizeram, que o objeto da mecânica será o movimento dos corpos assim como as interações entre eles, tais como choque e pressão, será que é correto falar em “matemática aplicada” à ciência? Haveria outra forma de representar o movimento se não pela matemática? Não parece razoável, visto pelos olhos de quem contribuiu para a estruturação da Mecânica, que esses filósofos naturais estavam lidando com entidades matemáticas por sua própria natureza?

Para tentar responder a essas questões acima colocadas, precisamos analisar de forma cuidadosa um ponto bastante importante: como d’Alembert explicou a passagem do repouso para o movimento e a permanência de um corpo em um desses dois estados?

⁴¹⁸ Paty, M., “L’élément différentiel de temps et la causalité physique dans la dynamique de d’Alembert”, em Morelon, Régis & Hasnawi, Ahmad (editores), *De Zénon d’Elée à Poincaré. Recueil d’études en hommage à Roshdi Rashed*, Edições Peeters, Louvain (Bélgica), 2004, p 391-426.

3.5.1. O Princípio da Inércia

No *Tratado da Dinâmica*, d'Alembert definiu, em relação ao espaço absoluto (agora chamado de “espaço indefinido”⁴¹⁹) tal como fez Newton, “movimento” como uma contínua transição de um ponto no espaço para outro, e ‘repouso’ quando o corpo permanece sempre no mesmo lugar.⁴²⁰ Formado por ‘ideias simples’ como o espaço e o tempo, ‘movimento’ é considerado uma ‘ideia complexa’. Lembremos que a simplicidade de uma ideia não está na nossa percepção. A simplicidade encontra-se na própria coisa, mas não na forma de indivisibilidade. A perfeita igualdade das partes ou a impossibilidade de analisarmos a ideia sem destruí-la é o que faz uma ideia ser considerada ‘simples’.⁴²¹ Portanto, ‘movimento’ e ‘repouso’ são ideias complexas e ‘espaço’ e ‘tempo’, simples.

Enfim, a mecânica, a ‘ciência dos movimentos’ poderia ser definida para d'Alembert por nada mais que propriedades que podem ser expressas pelo espaço e pelo tempo, tais como extensão, impenetrabilidade, deslocamento e coisas afins. Nenhuma referência poderia ser feita à ‘força’, pois como dito pelo filósofo ele “desviou a visão das *causas motoras*”⁴²²; eis, então, parte da nova natureza estrutural que fundamenta a nova metafísica.

Como já dito, no verbete “Mecânica” da *Enciclopédia* e no prefácio do *Tratado da Dinâmica* e como discutido no item 4.3 aqui – onde tratamos das causas mecânicas – d'Alembert se propôs a reduzir as leis da Mecânica ao “menor número possível” – as três leis do movimento – e demonstrá-las de uma maneira nova. O primeiro princípio é o que trata da inércia dos corpos. Como d'Alembert fez com que o princípio da inércia fosse considerado, por ele, racionalmente justificável?

Resumindo: verificamos que só na segunda parte do *Tratado da Dinâmica* foi feita a demonstração do teorema da dinâmica, ou melhor, do “princípio geral para encontrar

⁴¹⁹ “espace indéfini”. (D'Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p. v, vi, vii ,1...)

⁴²⁰ Ibidem. p2

⁴²¹ Alembert, Jean Le Rond d', 1717-1783. *Ensaio sobre os Elementos da Filosofia/ D'Alembert*, tradução: Beatriz Sidou, Denise Bottman, Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1994,p 19

⁴²² “ J'aie detourné la vûe de dessus les *causes motrices*.” (D'Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p. xv)

o movimento dos diversos corpos”. Após a demonstração, d’Alembert prosseguiu pela aplicação desse resultado de validade geral à problemas particulares de movimento, ou seja, ele reduzia quaisquer movimentos de sistemas de corpos sólidos, agindo uns sobre os outros - por contato, pressão ou ação à distância - aos três princípios de movimento por ele (re)formulados. D’Alembert acreditou ter boas razões para atribuir o *status* de ‘princípio’ a um ‘teorema’ que resultava da consideração dos princípios fundadores, pois, ainda que demonstrado, o seu enunciado constituía para ele um “princípio”, isto é, uma proposição sintética situada na junção de três princípios elementares.⁴²³ Esse três princípios são estruturados de forma análoga às três leis de Newton, mas somente no caso do primeiro (o princípio da inércia) há uma conformidade em termos de conteúdo. Na *Enciclopédia*, a ‘força de inércia’ foi definida como

a propriedade que é comum a todos os corpos de permanecer em seu estado seja de repouso seja de movimento, a menos que uma causa estranha os faça mudar [de estado]. Os corpos manifestam essa força quando mudam seu estado; & a ela damos assim o nome de resistência ou ação, segundo o aspecto sobre o qual a consideramos. Chama-se resistência quando pretendemos falar do esforço que um corpo faz contra aquilo que tende a mudar o seu estado, e chamamos de ação quando queremos exprimir o esforço que o mesmo corpo faz para mudar o estado do obstáculo que resiste.⁴²⁴

O que fez d’Alembert chamar a força da inércia de propriedade? Segundo o próprio filósofo, o fato de usar a palavra *propriedade* ao invés de *potência* (*puissance*) é porque *potência* designa um ser metafísico e vago ao contrário de *propriedade* que designa um “efeito constantemente observado nos corpos”.⁴²⁵ Para discutirmos essas questões, vale conferir de que forma d’Alembert explicitou o princípio da inércia também no *Tratado*. D’Alembert, assim como Descartes, divide o princípio em duas leis no primeiro capítulo do *Tratado*. A primeira lei diz que:

⁴²³ Cf. Paty, Michel, *D’Alembert, ou, A Razão Físico-matemática no Século do Iluminismo*; tradução: Flávia Nascimento; revisão técnica: José Oscar de Almeida Marques, São Paulo, Estação Liberdade, 2005. cap 6

⁴²⁴ Force d’inertie, est la propriété qui est commune à tous les corps de rester dans leur état, soit de repos ou de mouvement, à moins que quelque cause étrangere ne les en fasse changer. Les corps ne manifestent cette force, que lorsqu’on veut changer leur état; & on lui donne alors le nom de résistance ou d’action, suivant l’aspect sous lequel on la considere. On l’appellerésistance, lorsqu’on veut parler de l’effort qu’un corps fait contre ce qui tend à changer son état; & on la nomme action, lorsqu’on veut exprimer l’effort que le même corps fait pour changer l’état de l’obstacle qui lui résiste. (d’Alembert, verbete “force d’inertie”, Enciclopédia, p 7:110)

⁴²⁵ ... ne désigne qu’un effet constamment observé dans les corps.” (idem)

um corpo em repouso persistirá em repouso, a menos que uma causa estranha o tire [do repouso]. Um corpo não pode por ele mesmo entrar em movimento, porque não há razão para que ele se mova para um lado ao invés de outro.⁴²⁶

Percebemos que d'Alembert, apesar de não ter mencionado nenhuma propriedade do espaço, baseia-se na uniformidade do 'espaço indefinido' para explicar o princípio da inércia. Por que o corpo não se move? Porque “não há razão para que ele se mova para um lado ao invés de outro”. Tanto no texto da *Encyclopédia* quanto no corolário que segue a primeira lei no *Tratado*, ele afirmou que, pelo fato do corpo só poder ser tirado do repouso “pela ação de uma causa estranha”, *segue-se disso* que uma vez colocado em movimento “por uma causa qualquer” persistirá sempre com um movimento retilíneo e uniforme, pois, “ele não poderá por ele mesmo acelerar nem retardar o movimento”.⁴²⁷ Essa passagem é curiosa porque não há uma relação direta com a primeira lei: o caso do movimento é apresentado como auto-evidente. Só conseguimos entender melhor o porquê do “segue-se disso” quando vemos a prova da segunda lei, pois, d'Alembert, para esclarecer uma propriedade (inexistente) do corpo (a incapacidade que os corpos tem de por eles mesmos mudar o estado de repouso) usou proposições que foram necessárias para a demonstração da segunda lei que afirma que:

Um corpo uma vez colocado em movimento por uma causa qualquer deverá persistir sempre em movimento e em linha reta até que a nova causa diferente daquela que o colocou em movimento não aja [mais] sobre ele, isto é, quando a causa estranha & diferente da causa motora não agir sobre o corpo, ele mover-se-á perpetuamente e em linha reta, & percorrerá em tempos iguais os mesmos espaços.⁴²⁸

⁴²⁶ “un corps en repos y persitera, à moins qu’une cause étrangère ne l’em tire. Car un corps ne peut se déterminer de lui-même au mouvement, puisqu’il n’y a pas de raison pour qu’il se meuve d’un cote plutôt qu’une autre” (D’Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), p 4)

⁴²⁷ *Preuves de la force d'inertie*. On voit d'abord fort clairement qu'un corps ne peut se donner le mouvement à lui - même: il ne peut donc être tiré du repos que par l'action de quelque cause étrangère. De - là il s'ensuit que si un corps reçoit du mouvement par quelque cause que ce puisse être, il ne pourra de lui - même accélérer ni retarder ce mouvement. On appelle en général *puissance* ou *cause motrice*, tout ce qui oblige un corps à se mouvoir. (idem)

⁴²⁸ “Un corps mis une fois en mouvement par une cause quelconque, doit y persister toujours uniformément & en ligne droite, tant qu'une nouvelle cause différente de celle qui l'a mis en mouvement, n'agira pas sur lui, c'est - à - dire qu'à moins qu'une cause étrangère & différente de la cause motrice n'agisse sur ce corps, il se mouvra perpétuellement en ligne droite, & parcourra en tems égaux des espaces égaux.”(idem)

Enfim, o corolário que implica a existência de um movimento acelerado ou retardado, na verdade, antecipa a demonstração da segunda lei.⁴²⁹ A expressão ‘segue-se disso’ pode ser assim interpretada: a passagem do estado de repouso ao estado do movimento e a mudança que afeta o corpo em movimento, para d’Alembert, são fenômenos homogêneos. Um ponto que nos pareceu muito claro com essas duas leis é que não há uma causa motora inerente aos corpos. A matéria é, por sua natureza, passiva.

Para provar a segunda lei, d’Alembert se apoia (de novo) no “princípio da razão suficiente”:

Não há razão para o corpo se desviar para a direita mais do que para a esquerda; então no primeiro caso, onde supomos que ele [o corpo] seja capaz de se mover por ele mesmo durante um certo tempo, independente da causa motora, ele se moverá por ele mesmo durante um tempo uniforme e em linha reta.⁴³⁰

Há uma sutileza nessa prova que diz respeito ao seguinte problema: uma vez que o movimento seja dado, ele será retilíneo (“Não há razão para que o corpo se desviar para a direita mais do que para a esquerda”). O argumento afirma que se o corpo está com um movimento retilíneo deverá permanecer com esse mesmo movimento *e com velocidade constante*. Esse argumento, porém, pode ser usado somente para justificar a mudança da direção da velocidade e não da sua intensidade. A explicação (mais uma vez) foi baseada na uniformidade do espaço:

Um corpo que pode mover-se por ele mesmo de forma uniforme & em linha reta durante um certo tempo, deve continuar perpetuamente a se mover por ele mesmo dessa maneira, se nada o impede: porque suponhamos o corpo partindo de A & capaz de percorrer por ele mesmo uniformemente a linha AB; sejam tomados sobre a linha AB dois pontos quaisquer C e D, entre A & B; o corpo estando em D está precisamente no mesmo estado de quando está em C, exceto se ele está em outro lugar. Então, deve ocorrer a este corpo o mesmo que ocorria quando estava em C. Estando em C, ele pode se mover por ele mesmo de forma uniforme até B. Então, estando em D, ele poderá se mover por ele mesmo de forma uniforme até o ponto G, tal que $DG = CB$, & assim sucessivamente.⁴³¹

⁴²⁹ Cf. Le Ru, Veronique, *d’Alembert philosophe*, prefácio de Maurice Cavelin, Librairie Philosophique J. VRIN, 1994. cap 3

⁴³⁰ “...il n’y a pas de raison pour que le corps s’écarte à droite plutôt qu’à gauche; donc dans ce premier cas, où l’on suppose qu’il soit capable de se mouvoir de lui - même pendant un certain tems, indépendamment de la cause motrice, il se mouvra de lui même pendant ce tems uniformément & en ligne droite.(idem)

⁴³¹ Or un corps qui peut se mouvoir de lui - même uniformément & en ligne droite pendant un certain tems, doit continuer perpétuellement à se mouvoir de la même maniere, si rien ne l’en empêche: car supposons le corps partant de A, (*fig. 32. Méchan.*) & capable de parcourir de lui - même uniformément la ligne AB; soient pris sur la ligne AB deux points quelconques C, D, entre A & B; le corps étant en D est précisément dans le même état que lorsqu’il est en C, si ce n’est qu’il se trouve dans un autre lieu. Donc il doit arriver à ce corps la même chose que quand il est en C. Or étant en C, il peut (*hyp.*) se mouvoir de lui - même uniformément

Devido a essa propriedade do espaço, afirmou d'Alembert, uma vez que o movimento seja uniforme e retilíneo ele jamais, por ele mesmo, irá acelerar ou retardar seu movimento ficando assim “claro que esta ação deve permanecer de forma continuada a mesma, & produzir constantemente o mesmo efeito.”⁴³² O argumento está logicamente incorreto ou, no mínimo, incompleto. Curiosamente, Aristóteles usou esse mesmo argumento para “provar” que o vácuo não existia. No vácuo, o corpo não teria nada para continuar projetando-o para frente. Além disso, no vácuo não há lugar natural, pois, as regiões seriam iguais entre si, assim não haveria razão para um corpo parar num lugar ao invés de outro uma vez que tivesse sido colocado em movimento já que, segundo a filosofia natural de Aristóteles, o que faz um corpo se mover é sua busca ao seu lugar natural. E o que torna o argumento contra o vácuo mais interessante foi o fato de Aristóteles ter enunciado a Lei da Inércia, de uma forma muito similar a que d'Alembert enunciou:

Além disso, ninguém poderia dizer porque algo uma vez colocado em movimento deveria parar em algum lugar; pois por que deveria parar aqui ao invés de ali? De modo que uma coisa ou estará em repouso ou deverá mover *ad infinitum*, ao menos que algo mais poderoso se coloque em seu caminho.⁴³³

Como o ar resiste ao movimento, se for retirado de um ambiente por completo, um corpo poderia permanecer em repouso, porque não haveria nada para impulsioná-lo para frente, ou, se ele estivesse em movimento, teria que ter a mesma velocidade para sempre. Como isso era impossível para Aristóteles, ele recusou a ideia do vácuo exatamente por ele ter a propriedade de realizar o previsto pelo princípio da inércia. Enfim, partindo de uma mesma hipótese os dois filósofos chegam à conclusões contrárias!

No *Tratado da Dinâmica*, d'Alembert investigou a possibilidade do movimento inercial depender da ação contínua de uma causa para o movimento. Essa possibilidade ficou explícita na prova do princípio da composição dos movimentos que veremos a seguir.

jusqu'en *B*. Donc étant en *D*, il pourra se mouvoir de lui - même uniformément jusqu'au point *G*, tel que $DG = CB$, & ainsi de suite.

⁴³²“(…) il est clair que cette action doit demeurer continuellement la même, & produire constamment le même effet.”

⁴³³ ARISTOTLE, *Physics*, traduzido por R.P. Hardie and R.K.Gaye, citado em Cohen, M.R., Drabkin, I.E., *A Source Book in Greek Science*, Harvard University, Cambridge, 1958, pp.203-204. Cf FRANKLIN, A., “Principle of Inertia in the Middle Ages”. *American Journal of Physics*, 44, pp. 529-544, 1976.

Porém, vale lembrar que d’Alembert pretendia mostrar que a mecânica é independente de suposições sobre a forma como a causa metafísica atua. A força real, ou seja, a verdadeira causa metafísica não seria relevante porque os mesmos princípios são aplicados sem a necessidade de nos referirmos a elas. No entanto, na introdução do *Tratado* e no verbete ‘causas finais’ que discutiremos no próximo capítulo, percebemos que d’Alembert elaborou dois princípios, são eles: “um corpo não pode ser tirado do repouso se não pela ação de uma causa estranha” e “a lei mais simples que um móvel pode observar durante o movimento é a lei da uniformidade, e é por consequência aquela que ele deve seguir”⁴³⁴. Em contrapartida, vimos também, quando analisamos o verbete “causa mecânica”, que d’Alembert a definiu na *Enciclopédia* como “tudo o que produz mudança no estado do corpo, isto é, que o coloque em movimento ou que o faz parar, ou que altera seu movimento.”⁴³⁵ Não discutir a natureza da matéria ou não utilizar o conceito de ‘força’ basta para evitar a metafísica?

A explicação da segunda lei é dividida em duas partes. O primeiro caso foi já tratado aqui: o movimento, uma vez que tenha sido dado, deve ser necessariamente uniforme. O segundo caso, exposto da mesma forma tanto na *Enciclopédia* quanto no *Tratado*, diz respeito ao caso de uma causa motora exercer uma ação contínua sobre os corpos, pois,

Uma vez que se suponha uma causa qualquer estranha e diferente da causa motora atuar sobre o corpo, nada que faça a causa motora aumentar ou diminuir, segue-se disso que sua ação contínua será uniforme e constante, e que durante o tempo em que atuar, o corpo mover-se-á em linha reta e uniformemente. A mesma razão que faz com que a causa motora atue de maneira constante e uniformemente durante um certo tempo, permanecendo sempre como nada se opusesse à sua ação, está claro que esta ação deve permanecer continuamente a mesma e produzir constantemente o mesmo efeito.⁴³⁶

⁴³⁴ “Un corps ne peut se donner le Mouvement à lui-même.”, “(..)la loi la plus simple qu’un mobile puisse observer dans son Mouvement, est la loi d’uniformité, et c’est par conséquence celle qu’il doit suivre (...)” (*Traité de dynamique* (1758), discurso preliminar, p. viij-ix)

⁴³⁵ Cause, *en Méchanique & en Physique*, se dit de tout ce qui produit du changement dans l’état d’un corps, c’est - à - dire, qui le met en mouvement ou qui l’arrête, ou qui altere son mouvement. (d’Alembert, 1755, 789)

⁴³⁶ Dans le second cas, puisqu’on suppose qu’aucune cause étrangere & différente de la cause motrice n’agit sur le corps, rien ne détermine donc la cause motrice à augmenter ni à diminuer; d’où il s’ensuit que son action continuée sera uniforme & constante, & qu’ainsi pendant le tems qu’elle agira, le corps se mouvra en ligne droite & uniformément. Or la même raison qui a fait agir la cause motrice constamment & uniformément pendant un certain tems, subsistant toujours tant que rien ne s’oppose à son action, il est clair que cette action doit demeurer continuellement la même, & produire constamment le même effet. Donc, &c. (D’Alembert, J.R., *Enciclopédia*, 7:110 e *Traité de dynamique* (1758), p 6)

O axioma que está implícito no segundo caso narrado por d'Alembert é o da causalidade segundo o qual da identidade das causas podemos inferir a identidade dos efeitos. D'Alembert justificou a extensão da sua prova no caso da segunda lei, pois, todas as provas que foram dadas até então por outros filósofos da conservação do movimento não foram totalmente convincentes porque foram “todas fundadas, ou sobre uma força que se imagina na matéria”⁴³⁷ – pelo qual verificamos o corpo resistir a qualquer mudança de estado - ou sobre “a indiferença da matéria tanto ao movimento quanto ao repouso”⁴³⁸. No primeiro caso, imaginar um ‘ser’ na matéria não pode servir, disse d'Alembert, para provar a lei, pois, “quando o corpo está em movimento, mesmo que uniforme, o movimento que ele tem num instante qualquer é distinto e como se fosse isolado do movimento que ele teve ou terá nos instantes precedentes e seguintes”⁴³⁹. No *Tratado*, d'Alembert usou a expressão “nada em comum” quando comparou um estado precedente do corpo ao estado seguinte (ainda que esse movimento seja uniforme!). Curiosamente, ele omitiu essa expressão na *Enciclopédia*. Porém, em ambas as obras, ele afirmou que o corpo está continuamente começando a se mover e tenderia ao repouso se a mesma causa não atuasse constantemente⁴⁴⁰. A concepção do movimento que sustentou esse argumento está longe de ser clara. Supôr uma resistência natural ao movimento e uma tendência ao repouso, já que a cada instante do movimento o corpo é tirado do repouso, significaria supôr uma resistência natural da matéria a uma mudança de estado. O que permitiu d'Alembert afirmar que um corpo a cada instante não tem nada em comum com o instante precedente?

Pierre Costabel interpretou essa passagem de d'Alembert fazendo uma ligação com a análise infinitesimal do movimento. Se considerarmos uma duração infinitamente pequena, então, concluiu Costabel, o movimento é um deslocamento infinitamente pequeno tomado a cada instante. O julgamento sobre o movimento do corpo se estabelece por uma

⁴³⁷“... sur une force qu'on imagine dans la matiere...” (D'Alembert, J.R., *Enciclopédia*, 7:110 e *Traité de dynamique* (1758),p 7)

⁴³⁸ “...l'indifférence de la matiere au mouvement comme au repos...” (idem)

⁴³⁹ “...car lorsqu'un corps se meut, même uniformément, le mouvement qu'il a dans un instant quelconque, est distingué & comme isolé du mouvement qu'il a eu ou qu'il aura dans les instans précédens ou suivans.” (idem)

⁴⁴⁰ Le corps est donc en quelque maniere à chaque instant dans un nouvel état; il ne fait, pour ainsi dire, continuellement que commencer à se mouvoir, & on pourroit croire qu'il tendroit sans cesse à retomber dans le repos, si la même cause qui l'en a tiré d'abord, ne continuoit en quelque sorte à l'en tirer toujours. (idem)

relação ao repouso e sobre a forma de uma tendência instantânea.⁴⁴¹ Mas, não estaria d’Alembert com essa passagem contrariando a própria lei da inércia? A inércia, para d’Alembert, é uma propriedade do corpo ou surge devido a uma causa externa a ele? De novo: evitar uma discussão metafísica sobre a natureza da matéria foi o suficiente para eliminar a metafísica da Mecânica?

Sabemos que a tese sobre a indiferença da matéria ao movimento e ao repouso foi sustentada por Galileu⁴⁴², por Descartes⁴⁴³ e por Newton⁴⁴⁴ de uma forma mais elaborada. A *vis insita* foi considerada como um princípio interno ao corpo e é tanto maior quanto maior for a quantidade de matéria que esse corpo possui. Newton, porém, diferentemente de Descartes, baseou sua primeira lei do movimento na relação entre ‘força’ – como uma ação externa que gera mudança no movimento – e ‘inércia’ - como uma *propriedade* fundamental da matéria que fazem os corpos manterem seus estados, seja ele de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme. Vimos, no item 2.2.4 dessa tese, que Newton definiu ‘força inata, essencial e inerente de um corpo (*vis insita*) como “um *poder* pelo qual todo corpo resiste ou continua em seu estado seja de repouso ou de movimento uniforme em linha reta”⁴⁴⁵. O conceito de ‘força de inércia’ implica, visto somente por essa definição, uma força interna nos corpos. Mas, Newton, como vimos, repensou sobre toda essa questão, e passou a tratar *vis insita* exclusivamente em termos da força pelo qual o corpo resiste a mudanças do seu estado e não mais como uma força pelo qual o corpo mantém o seu estado⁴⁴⁶.

⁴⁴¹ Apud Firode, Alain. *La Dynamique de d’Alembert*, Vrin, 2001. p 87/ Le Ru Veronique, *d’Alembert philosophe*, prefácio de Maurice Cavelin, Librairie Philosophique J. VRIN, 1994.p56

⁴⁴² Galileu,G., *Diálogo Entre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano*, traduzido para o português por Pablo Rubén Mariconda, Discurso Editorial/ Imprensa Oficial, São Paulo, p.228, 2004.

⁴⁴³ R.Descartes, *Princípios de Filosofia* (Rideel, São Paulo, 2007), p. 78.

⁴⁴⁴ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte em 1729. Apêndice histórico e explicativo por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1934. 13

⁴⁴⁵ ibidem p 2

⁴⁴⁶ Cf Harman, P.M. *Methaphysics and Natural Philosophy – The Problem of Substance in Classical Physics*, The Harvester Presss. Sussex, New Jersey, 1982. pp 12-16 e Gaugroker, Stephen, *Descartes’s system of natural philosophy*, United Kingdom at the University Press, Cambridge, 2002. p 440-454

Ou seja, o conceito de inércia que explica a perseverança de um corpo em manter seu estado de repouso ou movimento uniforme em linha reta é concebido, por Newton, como uma propriedade das substâncias materiais. Para justificar o fato de também a inércia ser um conceito matematicamente exato, pela segunda lei, verificamos que se uma força for impressa ao corpo haverá uma modificação na quantidade de movimento do mesmo. Newton percebeu que essa variação era suscetível de formulação quantitativa exata. Sob aplicação de uma mesma força, corpos diferentes partem diferentemente do estado do repouso ou do movimento retilíneo e uniforme, em outras palavras, eles são acelerados de formas diferentes. Assim, podemos tomar todos os corpos como possuidores da *vis inertiae*, ou inércia, que é uma característica matematicamente exata tanto quanto seja mensurável pela aceleração aplicada a eles por uma dada força externa⁴⁴⁷. Quando falamos de corpos como massas, queremos dizer que, além das características geométricas, eles possuem esta qualidade mecânica de *vis inertiae*.

Porém, para d'Alembert o argumento de Newton não possuía “o grau de evidência necessário para convencer o espírito”⁴⁴⁸, pois com relação a indiferença da matéria ao movimento e ao repouso,

tudo o que esse princípio apresenta, ao meu ver, bem diferente da mente, é que ele não é essencial à matéria sempre para se mover, ou estar sempre em repouso; mas não segue dessa lei que um corpo em movimento possa tender continuamente ao repouso, não que o repouso lhe seja mais essencial do que o movimento, mas porque pode parecer que seria necessário outra coisa à um corpo por estar em repouso, que ser um corpo, e que para o movimento ele teria que ter algo a mais, e que deveria ser por assim dizer, continuamente reproduzido nele.⁴⁴⁹

Mantendo-se fiel a sua proposta de explicar os fenômenos naturais utilizando o menor número de princípios possíveis, d'Alembert preferiu demonstrar a continuação do movimento no lugar de conceber metafisicamente a matéria. A demonstração, como vimos

⁴⁴⁷ Cf. Newton p 2

⁴⁴⁸ “(...)n'ont point le degré d'évidence nécessaire pour convaincre l'esprit (...)” (D'Alembert, J.R., *Encyclopédia*, 7:110 e *Traité de dynamique* (1758),p 7)

⁴⁴⁹ A l'égard de l'indifférence de la matiere au mouvement ou au repos, tout ce que ce principe présente, ce me semble, de bien distinct à l'esprit, c'est qu'il n'est pas essentiel à la matiere de se mouvoir toujours, ni d'être toujours en repos; mais il ne s'ensuit pas de cette loi, qu'un corps en mouvement ne puisse tendre continuellement au repos, non que le repos lui soit plus essentiel que le mouvement, mais parce qu'il pourroit sembler qu'il ne faudroit autre chose à un corps pour être en repos, que d'être un corps, & que pour le mouvement il auroit besoin de quelque chose de plus, & qui devroit être pour ainsi dire continuellement reproduit en lui.

anteriormente, no entanto, é uma aplicação do princípio da razão dos postulados da causalidade e da identidade dos fenômenos no tempo. A concepção da descontinuidade do movimento, que já havia aparecido num argumento precedente, aparece novamente. E como no argumento precedente, a explicação da continuidade indefinida do movimento requer a hipótese (aristotélica) de um causa motora atuando também continuamente.

D'Alembert insistiu e afirmou que podemos provar o princípio da força da inércia experimentalmente: se um corpo em repouso permanece em repouso - a não ser que algo tire dessa condição - e se algumas vezes vemos um corpo ser movido - sem que nós conheçamos a causa que o mova - podemos julgar, assegurou d'Alembert, por analogia, pela uniformidade das leis da natureza e pela incapacidade da matéria se mover por ela mesma, que a causa também é real. E mais: embora não exista nenhum corpo que conserve eternamente o seu movimento (porque há sempre algum tipo de resistência na natureza), verificamos que o movimento pode existir por um tempo bastante longo, ou seja, que as causas que retardam o movimento sejam mínimas, de onde podemos concluir que o movimento não acabaria se não houvesse as forças de resistência.

O filósofo terminou o verbete na *Enciclopédia* fazendo um grande discurso sobre a atração e uma crítica direta às ideias de Euler. A maior parte dos movimentos que vemos acontecer ocorre devido a um impulso dado por um outro corpo, assim, a primeira ideia que surge para um filósofo que observa um corpo caindo, observou d'Alembert, é que ele seja empurrado por um fluido invisível. Porém, refletindo mais sobre o assunto, o mesmo filósofo, continuou d'Alembert, pode crer que possa haver um outra causa do movimento que seja diferente do impulso. Ora, Euler defendeu que a atração ,quando considerada como um fenômeno diferente do impulso, vai de encontro ao princípio da força de inércia porque um corpo não pode por ele mesmo entrar em movimento se não por uma causa qualquer.⁴⁵⁰ Para responder a esse argumento, d'Alembert afirmou, sob uma posição claramente anti-metafísica, que no enunciado do princípio da inércia “é feita uma abstração de todas as causas (sejam elas quais forem) que possam alterar o movimento do corpo”⁴⁵¹.

⁴⁵⁰ D'Alembert não entrou em maiores detalhes sobre as ideias de Euler sobre a inércia. Para maiores esclarecimentos sobre este tema ver Arana, Juan, *La mecanica y el espíritu Leonhard Euler y los orígenes del dualismo contemporáneo*, Editorial Complutense, 1994.

⁴⁵¹ “...on fait abstraction de toutes les causes (quelles qu'elles puissent être) qui peuvent altérer le mouvement du corps, soit que nous puissions comprendre ou non la maniere d'agir de ces *forces*”.

D'Alembert indicou sua insatisfação da demonstração do princípio da inércia ao tentar mais tarde demonstrá-lo de uma maneira diferente em 1769 no trabalho intitulado “*Mémoire sur les Principes de la Mécanique*”⁴⁵². Nesse trabalho, ele tentou novamente demonstrar o princípio da inércia, porém, dessa vez, matematicamente. Ainda assim, a demonstração não faz juz ao seu projeto: fundar na razão os princípios da mecânica recusando a contingência dos fatos experimentais e a arbitrariedade dos axiomas. A tentativa de demonstrar matematicamente ilustra a dificuldade enfrentada por d'Alembert que concluiu dizendo que

nós não pretendemos dar as provas precedentes por conclusivas como as demonstrações geométricas, mas nós acreditamos que as considerar somente como provas metafísicas, elas podem servir para estabelecer um princípio da inércia que não parece dever ser observado como um simples princípio da experiência.⁴⁵³

4.5.1 O Princípio da Composição dos Movimentos

Como vimos, o princípio da inércia de d'Alembert não passou de uma reformulação da primeira lei de Newton, embora o termo força tenha sido evitado. É claro que a segunda lei de Newton não poderia ser simplesmente reformulada. A interpretação de d'Alembert sobre a força externa fez com que ele considerasse a segunda lei de Newton como uma mera definição. Usando o corolário da primeira e da segunda leis de Newton como um ponto de partida, ele enunciou o princípio da composição de movimentos como se segue:

Se duas potências (puissances) arbitrárias atuarem simultaneamente sobre um corpo no ponto A para movê-lo, uma uniformemente de A para B em um certo tempo, a outra de A para C no mesmo intervalo de tempo, e que completem o paralelogramo ABDC, eu digo que o corpo A percorrerá a diagonal AD

⁴⁵² “*Mémoire sur les Principes de la Mécanique*”, *Mem. Acad. Scie.*, Paris, 1769, p 278-286. Citado por: Le Ru Veronique, *d'Alembert philosophe*, prefácio de Maurice Cavelin, Librairie Philosophique J. VRIN, 1994. p 59 e Paty, M., *Theorie et Pratique de la Connaissance chez D'Alembert*, tese de doutorado., Université des Sciences Humaines, Strasbourg, 1977. p 309.

⁴⁵³ “nous ne prétendons pas donner les preuves précédents pour aussi concluantes que des démonstrations géométriques, mais nous croyons qu'à les considérer seulement comme des preuves métaphysiques, elles peuvent servir à établir le principe de la force d'inertie qui ne paraît pas devoir être regardé comme un simple principe d'expérience”. Citado por: Le Ru Veronique, *d'Alembert philosophe*, prefácio de Maurice Cavelin, Librairie Philosophique J. VRIN, 1994. p 59 e Paty, M., *Theorie et Pratique de la Connaissance chez D'Alembert*, tese de doutorado., Université des Sciences Humaines, Strasbourg, 1977. p 309.

uniformemente, no mesmo intervalo de tempo que ele teria percorrido AB ou AC.^{454,455}

Em um artigo publicado em 1726 intitulado *Examen principiorum mechanica et demonstratione geometricae de compositione et resolutione virium*, Daniel Bernoulli se propôs a mostrar que a lei da composição das forças é uma verdade *necessária* e não *contingente*⁴⁵⁶. Já vimos que essa preocupação de encontrar verdades puramente racionais esteve presente em grande parte do trabalho de d'Alembert, porém, também a encontraremos em outros autores do século XVIII tais como Euler e Bernoulli. Nesse artigo, especificamente, além de discutir sobre as verdades necessárias e contingentes, Bernoulli demonstrou que a resultante de duas forças iguais e perpendiculares é igual a diagonal do quadrado cujos lados são formados por essas forças. Bernoulli analisou também o caso de duas forças diferentes em intensidades e perpendiculares entre si e prova que a resultante é igual a diagonal do retângulo cujos lados são formados pelas duas forças. Finalmente, Bernoulli tratou de duas forças formando um ângulo qualquer entre elas.

O princípio do movimento composto não é mesmo auto-evidente e d'Alembert foi coerente quando afirmou que o princípio requer uma prova. O que impede o corpo de se mover na direção dada pela maior velocidade? D'Alembert substituiu as forças pelos movimentos que elas acarretam fazendo assim, a composição das forças, dada como primeiro corolário das duas primeiras leis de Newton⁴⁵⁷, ser vista como movimentos produzidos por “potências arbitrárias”. Para provar esse princípio d'Alembert deu por certo que basta

⁴⁵⁴ “ Si deux puissances quelconques agissent á la fois sur un corps au point A pour le mouvoir, l'une de A em B uniformément pendant um certain tems, l'autre de A em C uniformément pendant le même tems, et qu'on achève le parallélogramme ABCD; j edis que le corps A parcourra la diagonale AD uniformément, dans le même tems qu'il eût parcouru AB ou AC. (D'Alembert, J.R., *Traité de dynamique* (1758), p 35)

⁴⁵⁵ Em uma linguagem moderna, o princípio enuncia que as forças obedecem à lei de adição vetorial segundo a qual a soma de dois vetores tendo uma origem em comum é representada geometricamente por um vetor de mesma origem cujo módulo e direção são considerados a partir da diagonal do paralelogramo formado pelos dois vetores

⁴⁵⁶ Citado por: Dugas, René. *Histoire de la Mécanique*, Neuchatel, 1950. p 223

⁴⁵⁷ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte, New York, 1848. p 84.

imaginar que o ponto A se mova uniformemente sobre a reta AB com a velocidade que ele recebe na direção AB e que no mesmo tempo a linha ou a reta AB se move sobre AC com a velocidade que o corpo A recebe na direção AC.⁴⁵⁸

De fato, não há dificuldade em demonstrar que o movimento do ponto A, para um observador em um referencial exterior e imóvel, faz-se segundo a diagonal do paralelogramo cujos lados são AC e AB. A força resultante foi tomada, por d'Alembert, como a velocidade resultante que pode também ser decomposta em duas outras velocidades que correspondam, cada uma, aos lados de um paralelogramo cuja diagonal é constituída pelo vetor velocidade resultante.

No verbete “Composição do movimento” (Composition du mouvement) na *Encyclopédia*, d'Alembert, referiu-se diretamente ao artigo de Bernoulli dizendo que tratava-se de uma “dissertação onde é demonstrado a *composição* dos movimentos por um longo mecanismo de proposições”⁴⁵⁹, já “o autor do *Tratado da Dinâmica* também tentou demonstrar com todo rigor o princípio”⁴⁶⁰ e “cabem aos sábios decidir se ele foi bem sucedido”⁴⁶¹. Deixando a modéstia de lado e aceitando de bom grado o papel que d'Alembert nos deixou, continuemos nossa análise.

O princípio do movimento composto foi demonstrado considerando que o movimento resultante da composição de forças seja um movimento retilíneo e uniforme. As discussões realizadas por d'Alembert no princípio da inércia possibilitaram esse raciocínio. E ele novamente usou o princípio da razão suficiente para provar que o móvel deve permanecer no plano definido pelos dois lados do paralelogramo⁴⁶². Vimos, quando

⁴⁵⁸ “ Il suffirait imaginer que le point A se meuve uniformément sur une règle AB avec la vitesse qu'il a reçue suivant AB et qu'en même temps la ligne ou règle AB se meuve suivant AC avec la vitesse que lê corps A a recue suivant AC”(idem, p 37)

⁴⁵⁹ “M. Daniel Bernoulli a donné dans le *premier volume des mémoires de l'académie de Petersbourg*, une dissertation où il démontre la *composition* des mouvemens par un assez long appareil de propositions...” (d'Alembert, *Encyclopédia*, p 770)

⁴⁶⁰ “ L'auteur du traité de Dynamique, imprimé à Paris en 1743, a aussi essayé de démontrer en toute rigueur le principe de la *composition* des mouvemens. C'est aux savans à décider s'il a réussi.”(idem)

⁴⁶¹ C'est aux savans à décider s'il a réussi. (idem)

⁴⁶² “...il n y a raison pourquoi elle s'écarte de ce plan plutôt d'un côté que de l'autre” (Traité de Dynamique, p 35)

analisamos o princípio da inércia, que esse argumento é incompatível com as exigências de não considerar a metafísica que o próprio d'Alembert impôs à sua filosofia.

O método usado para demonstrar a direção do movimento resultante, explicou d'Alembert na *Enciclopédia*:

consiste em supôr que o corpo está sobre um plano e que este plano pode deslizar entre dois trilhos por um movimento igual e contrário a um dos movimentos componentes, enquanto que os dois trilhos conduzem o plano por um movimento igual e contrário ao outro movimento componente. É fácil de ver que o corpo, nesta composição, permanece em repouso no espaço absoluto.⁴⁶³

A prova dada por d'Alembert pressupõe que o ponto conserva constantemente, no curso de seu trajeto, cada uma das duas tendências ao movimento dada no ponto de partida. Tudo se passa como se supuséssemos que duas forças de direções diferentes que atuam no mesmo corpo inicialmente continuassem a atuar durante todo o movimento. A despeito de não citar em nenhum momento Bernoulli no *Tratado da Dinâmica*, d'Alembert observou que

em geral, a maioria das demonstrações dessa proposição é fundada considerando duas potências AB e AC atuando sobre o corpo A durante todo o tempo de seu movimento, o que não é precisamente o estado da questão.⁴⁶⁴

Se supusermos que o plano em que o corpo se encontra possa estar animado de dois movimentos de translação: um igual e oposto a AB e outro igual e oposto a AC , para um espectador imóvel no espaço indefinido (absoluto) o corpo deve necessariamente parecer em repouso. No entanto, a demonstração pressupôs implicitamente que a ação de uma força não interfere na outra, ou seja, depende de suposições tiradas da experiência.

4.5.2 O Princípio do Equilíbrio

O princípio do equilíbrio constituiu a última lei fundamental da mecânica e pode ser visto como uma (re)formulação do princípio da conservação da quantidade de movimento:

⁴⁶³ “Sa méthode consiste à supposer que le corps soit sur un plan, & que ce plan puisse glisser entre deux coulisses par un mouvement égal & contraire à l'un des mouvemens *composans*, tandis que les deux coulisses emportent le plan par un mouvement égal & contraire à l'autre mouvement *composant*. Il est facile de voir que le corps dans cette supposition demeure en repos dans l'espace absolu.” (Enciclopédia, p 770)

⁴⁶⁴ “Em general la plupart des démonstrations communes de cette proposition sont fondées sur ce qu'on regarde les deux puissances suivant AB e AC , comme agissant sur le corps A pendant tout le tems de son mouvement, ce qui n'est pas précisément l'état de la question”. (D'Alembert, J.R., *Traité de dynamique* . 1758. p 37)

Se dois corpos cujas velocidades são inversamente proporcionais às suas massas têm direções opostas, de tal maneira que um não possa se mover sem deslocar o outro, haverá um equilíbrio entre eles.⁴⁶⁵

Nos dois primeiros princípios, os conceitos de tempo, espaço e velocidade foram usados. No terceiro, no entanto, um novo conceito aparece: massa. Contrariando o que ele sempre afirmou que faria, d'Alembert usou um conceito que não depende do espaço do tempo, da velocidade e nem mesmo da impenetrabilidade.

Na *Encyclopédia*, a demonstração feita no verbete “Equilíbrio” seguiu por um caminho diferente do *Tratado* e é muito mais simples. A demonstração proposta no *Tratado* foi dividida em duas partes. Inicialmente, d'Alembert procurou encontrar uma situação onde o equilíbrio resultasse diretamente da natureza dos corpos e do movimento que eles possuem sem que fosse necessário considerar a força como o produto da massa pela velocidade. A primeira parte da demonstração “não sofre nenhuma dificuldade”⁴⁶⁶ porque “se dois corpos são iguais e possuem a mesma velocidade é evidente que eles permanecerão em repouso [ao colidirem]” porque “não há razão para que um corpo se mova mais do que o outro...”⁴⁶⁷. Ora, por que d'Alembert desconsiderou a possibilidade deles mudarem de direção?

A resposta dada para essa pergunta é encontrada no início do capítulo III do *Tratado*, mais precisamente no artigo 36, que trata dos movimentos anulados ou modificados pelos obstáculos. Reproduziremos o raciocínio de d'Alembert numa linguagem mais atual:

A velocidade inicial v de um corpo que irá colidir com um obstáculo *inabalável* pode ser decomposta em duas velocidades⁴⁶⁸: v' , a velocidade que ele terá depois do choque, podendo ser escrita como $-xv$, sendo x um número desconhecido que é preciso

⁴⁶⁵ “Si deux corps dont les vitesses sont en raison inverse de leur masses, ont des directions opposées, de telle manière que l'un ne puisse se mouvoir sans déplacer l'autre, il y aura équilibre entre ces deux corps.” (*Traité de Dynamique*, p50-51)

⁴⁶⁶ “...la démonstration ne souffre aucune difficulté”. (idem p 51)

⁴⁶⁷ “Si les deux corps sont égaux et leur vitesses égales, il est évident qu'ils resteront tous deux en repos. Car il n'y a point de raison pourquoi l'un se meuve plutôt que l'autre dans la direction qu'il a...” (idem)

⁴⁶⁸ D'Alembert considera o movimento inicial, o seja, a velocidade inicial) de um corpo antes de colidir com um obstáculo como composto do movimento final resultante (ou seja, a velocidade final) e do movimento perdido na colisão. Esse raciocínio é contra-intuitivo, pois, costumamos considerar o movimento resultante como sendo o composto do movimento inicial e do movimento perdido. (cf. *Traité da Dynamique*, p xiii)

determinar (se possível); e $v - v'$ que representa a velocidade que foi perdida na colisão. Então $v = v' + (v - v')$ ou $v = -xv + [v - (-xv)]$.

Quando discutimos *força* no item 4.4 deste capítulo, mostramos que d'Alembert considerou medi-la de acordo com o tipo de obstáculo e que, portanto, não existe inconveniente medir diferentemente as forças no caso do equilíbrio e no caso do movimento retardado porque a palavra força só tem sentido em relação ao obstáculo e é ele que deve servir para medi-la. Nessa demonstração, d'Alembert concentrou-se sobre o que podemos conhecer do movimento perdido na colisão com esse tipo de obstáculo 'inabalável' para sabermos o que for possível do movimento final.

Então, para conhecermos a velocidade final $v' = -xv$, é necessário conhecermos a velocidade perdida $v - v'$ ou $v + xv$. A questão toda se resume em encontrar o valor de x . Porém, "não há razão", diz d'Alembert, para que x seja um número determinado. A única condição em que podemos determinar a velocidade $v + xv$ é aquela que deve ser destruída pelo obstáculo e "não há razão" para que o obstáculo aniquile uma velocidade diferente, por exemplo, $v + yv$. Por isso, o fator x será zero e, por consequência v' também. Segue-se disso que quando dois corpos são iguais e suas velocidades também, ao colidirem, entrarão em repouso, pois, não podem se mover em uma direção contrária. A colisão fará que todo o movimento seja aniquilado.⁴⁶⁹ A definição de 'equilíbrio entre dois corpos' pode ser entendida, assim, como a mútua obstrução do movimento.

Essa demonstração de d'Alembert pode ser considerada um bom exemplo de como o filósofo tirou a matemática do nível intermediário - entre o fenômeno natural e sua fundamentação mecânica. Nessa demonstração vemos claramente que ele fez uma identificação entre a mecânica e a matemática colocando esta última no nível de fundamentação. A distinção entre matemática e mecânica começa a perder o sentido.

Na segunda parte da demonstração, d'Alembert tratou do caso dos corpos terem massas e velocidades diferentes. Ele, no entanto, reduziu essa segunda situação à primeira e fez com que o choque de dois corpos diferentes e com velocidades diferentes e inversamente proporcionais às massas fosse equivalente à muitos corpos de massas iguais e

⁴⁶⁹ "...d'ailleurs il est clair par l'article 36..." (Traité da Dynamique, p 51)

mesma velocidade. A tentativa de d'Alembert foi mostrar que esta lei é única, ou seja, o equilíbrio só podia ser reproduzido nessa situação:

De tudo isso segue-se que existe apenas uma lei possível do equilíbrio, um só caso em que ele ocorre, a dizer, aquele das massas inversamente proporcionais às suas velocidades, portanto, um corpo em movimento moverá sempre um corpo em repouso, ou um corpo em movimento comunicando uma parte do seu [movimento], deve manter tanto que for possível, isto é, só deve comunicar aquilo que for necessário para que os dois corpos juntos após o choque tenham a mesma velocidade. Desses dois princípios resultam leis do movimento e da Dinâmica, e resulta de tudo o que foi dito, que essas leis são não somente as mais simples e as melhores, mas ainda as únicas que o Criador pôde estabelecer depois das propriedades que ele deu á matéria.⁴⁷⁰

Verificamos que o terceiro princípio também se apoia no princípio da razão suficiente e que d'Alembert se iludiu de fato sobre o caráter de evidência. No caso do terceiro princípio, o caso geral foi obtido por redução a um caso mais simples em que os corpos possuem mesma massa e velocidades iguais e opostas. Como garante d'Alembert que o caso mais simples é mais evidente que o caso geral, onde corpos de massas diferentes e velocidades diferentes colidem?

Como afirmou Paty, se o terceiro princípio “perde em generalidade pela sua formulação, ele ganha em clareza”⁴⁷¹. O terceiro princípio, que seria o equivalente à terceira lei de Newton (“A uma ação corresponde sempre uma reação igual e oposta...”) torna-se uma expressão sobre a conservação da quantidade de movimento para dois corpos que entram em contato. Sabemos que no *Principia*, de fato, o conceito de força é controverso. Vimos que na segunda lei do movimento, a força F foi considerada como proporcional a mudança do movimento sem consideração explícita ao tempo⁴⁷². Como

⁴⁷⁰ “De tout cela il s'ensuit, qu'il n'y a qu'une seule loi possible d'équilibre, un seul cas où il ait lieu, celui des masses en raison inverse des vîtesses; que par conséquent un corps en mouvement en mouvera toujours un autre en repos: or ce corps en mouvement, en communiquant une partie du sien, en doit garder le plus qu'il est possible, c'est - à - dire, n'en doit communiquer que ce qu'il faut pour que les deux corps aillent de compagnie après le choc avec une vîtesse égale. De ces deux principes résultent les lois du mouvement & de la Dynamique; & il résulte de tout ce qui a été dit, que ces lois sont non seulement les plus simples & les meilleures, mais encore les seules que le Créateur ait pu établir d'après les propriétés qu'il a données à la matiere. “ (*Encyclopédia*, no verbete “Equilibre”, p 873)

⁴⁷¹ Paty, M., Tese de doutorado: *Théorie et Pratique de la Conaissance chez jean d'Alembert*, vol II, p 305.

⁴⁷² Bernard Cohen defende que a segunda lei de Newton, como enunciada no *Principia* se aplica somente para forças impulsivas, e justifica o fato de Newton ter separado a primeira da segunda lei do movimento. Nós somente vemos o efeito de forças contínuas atuando e a segunda parte da primeira lei é necessária para determinar que esta ação está acontecendo. Isto não é necessário para forças impressas, tais como as de pressão ou de percussão, sobre as quais versa a segunda lei. Quando elas atuam vemos causa e efeito simultaneamente. Cohen, assim, defende que a primeira e a segunda lei lidam com forças motivas impressas

explicar o equilíbrio estático sem considerar as forças? D'Alembert conseguiu resolver essa dificuldade lógica recorrendo ao 'movimento virtual'⁴⁷³, ou seja, através de um conceito que não possui uma quantidade mensurável.

4.6 - A Mecânica Racional de Jean le Rond d'Alembert

D'Alembert procurou demonstrar os “princípios” que fundamentam a mecânica a partir “da consideração somente ao movimento, considerado da maneira mais simples & a mais clara”⁴⁷⁴ e estimou que “ tudo o que vemos de forma bem distinta no movimento dos corpos é que ele percorre um certo espaço, & que ele emprega um certo tempo para percorrê-lo”⁴⁷⁵; as causas motoras são sacrificadas em nome da clareza, sendo substituídas somente pelo “movimento que elas produzem”⁴⁷⁶. De toda a reflexão feita sobre os três princípios d'Alembert disse que

segue-se disso que as leis da Estática da Mecânica, (...), são tais que resultam da existência da matéria e do movimento. A experiência nos prova que essas leis são observadas em efeito nos Corpos que nos rodeiam. Então, as leis do equilíbrio e do movimento, tais que a observação nos fazem conhecer, são verdades necessárias.⁴⁷⁷

Ou seja, a matéria abandonada por ela mesma não precisaria de outras leis para que seu movimento fosse explicado. Se a mecânica se fundamenta realmente nos três princípios

de tipos diferentes: uma contínua e a outra um impulso instantâneo e que, a força contínua, analisada na primeira lei, não pode ser comparada a um impulso e nem mesmo a uma soma de vários “socos” que, supostamente, seriam separados por um intervalo de tempo extremamente pequeno. Ver em: COHEN, B.I. “Newton’s Second Law and the Concept of Force in the Principia” in: R.Pelter (ed.) *The Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton (1666-1966)*, The M.I.T. Press, p. 143-185, 1970.

⁴⁷³ Tendência contrária dos corpos a se mover.

⁴⁷⁴ “...de la considération seule du mouvement, envisagé de la manière la plus simple & la plus claire...”

⁴⁷⁵ “tout ce que nous voyons bien distinctement dans le Mouvement d’un Corps, c’est qu’il parcourt un certain espace, & qu’il employe un certain temps à la parcourir.”

⁴⁷⁶ “Mouvement qu’elles produisent.”

⁴⁷⁷ “De toutes ces réflexions, il s’ensuit que les lois de la Statique et de la Mécanique, exposées dans ce Livre, sont celes qui résultent de l’existence de la matière et du mouvement. Or l’expérience de la matière et du mouvement. Or l’expérience nous prouve que ces lois s’observent em effet dans les Corps qui nous environnent. Donc les lois de l’équilibre et du mouvement, telles que l’observation nous les fait connoître, sont de vérité nécessaire. (*Traité*, p xxvj)

que seriam, por sua vez, baseados na razão, essa ciência pode ser considerada como puramente racional, sem precisar recorrer a experiência para justificá-la. Esse era o plano de d'Alembert. Vimos, porém, que os limites impostos pelo filósofo de querer considerar somente o movimento, rejeitando a noção de 'força', não foram suficientes para fundamentar - sem a presença da metafísica - a mecânica cuja natureza exige mais do que considerações tomadas *a priori*.

Na definição IV no *Principia*, Newton definiu "força impressa" como a ação exercida sobre um corpo para mudar o seu estado de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme. Poderíamos traduzir esta definição em uma expressão matemática, pois, dito dessa forma a força exprime a mudança da quantidade de movimento e não faz qualquer referência à causa dessa mudança. No mais, a expressão matemática da segunda lei ($F = ma$) também apresenta dificuldades quanto ao seu sentido, pois, podemos medir a aceleração de um corpo, porém, a força e a massa se definem uma pela outra com a ajuda dessa relação especificamente.

O conceito de massa tomado como "quantidade de matéria" proporcional ao peso, tal como Newton definiu, é bastante vago. Newton considerou a massa como sendo uma relação da densidade e do volume do corpo e a sua definição foi circular, pois, a densidade foi definida como a massa em função do volume. D'Alembert, no verbete 'massa' na *Encyclopédie*, definiu o termo fazendo referência à Newton. A massa foi definida inercialmente e medi-la não foi diferente de medir o 'peso'.

Ce grand géometre ayant suspendu à des fils ou verges d'égle longueur, des poids égaux de différentes matieres, comme d'or, de plomb, renfermés dans des boîtes égales, & de même matiere, a trouvé que tous ces poids faisoient leurs oscillations dans le même tems. Or la résistance étoit égale pour tous, puisque cette résistance n'agissoit que sur des boîtes égales qui les renfermoient. Donc la cause motrice de ces poids y produisoit la même vîtesse; donc cette cause étoit proportionnelle à la masse de chaque poids; donc la pesanteur qui étoit la cause motrice, étoit dans chaque poids oscillant proportionnelle à la masse.⁴⁷⁸

Rejeitando a 'força' por ser uma noção vaga e definindo-a cinematicamente, d'Alembert acreditou livrar a mecânica de representações irracionais. Porém, um conceito

⁴⁷⁸ Ce grand géometre ayant suspendu à des fils ou verges d'égle longueur, des poids égaux de différentes matieres, comme d'or, de plomb, renfermés dans des boîtes égales, & de même matiere, a trouvé que tous ces poids faisoient leurs oscillations dans le même tems. Or la résistance étoit égale pour tous, puisque cette résistance n'agissoit que sur des boîtes égales qui les renfermoient. Donc la cause motrice de ces poids y produisoit la même vîtesse; donc cette cause étoit proportionnelle à la masse de chaque poids; donc la

físico que deveria aos seus olhos ser estritamente matemático, apresentou, como vimos, uma certa confusão, pois, o conceito é carregado de imagens que contaminam sua determinação racional.

De uma maneira geral, 'força' pode ter vários significados: aquilo que causa o movimento, que mantém o corpo em seu 'estado natural', que modifica o movimento ou ainda, que caracteriza o próprio movimento (força viva), que mantém os corpos em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme (força de inércia), etc. Foi tanta a obscuridade na "causa motora" que fez d'Alembert, como ele mesmo afirmou, até "desviar a vista". Mas, de onde viria tanta imprecisão?

Para d'Alembert a ambiguidade do conceito de 'força' encontrava-se na famosa querela das forças vivas que teve seu início quando Leibniz fez sua primeira objeção ao princípio cartesiano da conservação da quantidade de movimento mv e da estimativa de força por essa grandeza. Essa crítica é encontrada num curto artigo na *Acta Eruditorum* de março de 1686, intitulado *Breve demonstração do erro memorável de Descartes*⁴⁷⁹ ... Leibniz a repete de uma maneira praticamente inalterada no *Discurso da metafísica*, escrito no mesmo ano, e na *Carta a Bayle*, escrita no ano seguinte. Seus argumentos contra Descartes são também encontrados com adições em vários trabalhos posteriores, particularmente nas *Observações à parte geral dos princípios de Descartes*, no *Espécime dinâmico* e no *Exame da física de Descartes*.

Para os cartesianos, um corpo em movimento tem força, e, portanto, num *plenum* comunica movimento àqueles corpos com os quais está em contato imediato. Esta força é conservada em sua totalidade, e, por ser medida pela quantidade de movimento mv , ela é, em última análise, redutível à extensão:

Os cartesianos pretendem geralmente que se conserve a mesma soma de força, que sempre estimam pela quantidade de movimento. E, segundo eles, se alguns corpos transferem sua força ou uma parte de sua força a alguns outros, haverá no conjunto de todos esses corpos a mesma quantidade de movimento, ou a soma

pesanteur qui étoit la cause motrice, étoit dans chaque poids oscillant proportionnelle à la masse. (Enciclopédia, p 10: 178)

⁴⁷⁹ G.W. Leibniz, (1686) "Brevis Demonstratio Erroris memorabilis Cartesii et aliorum circa Legem naturalem" ,*Acta Eruditorum*, Março, p. 161-163. Traduzido para o Inglês por Loemker, L.E. (ed)

"Gottfried Wilhelm Leibniz (Philosophical Papers and Letters)" , *The New Synthese Historical Library*, v. 2, Kluwer Academic Publishers, 1969, 1989 (primeiramente publicado por Chicago University Press, 1956), p. 296-302. Traduzido para o Espanhol in: Cañedo-Argüelles, J.A.(ed) *Escritos de Dinâmica (Gottfried Wilhelm Leibniz)*, Tecnos, 1991, p. 3-8.

dos produtos das massas multiplicadas por suas velocidades, que a que havia antes.⁴⁸⁰

Leibniz demonstrou que essa força de caráter puramente geométrico (pois a natureza do corpo consiste em sua geometria) não é conservada. Além disso, mostrou também que para manter a lei da conservação do movimento no mundo, seria necessário reavaliar a força por meio de um princípio metafísico. Demonstrando que a força não seria redutível à extensão ficou claro a sua crítica à Descartes que acreditou que os princípios gerais da natureza corpórea consistem somente nas propriedades geométricas.

Então, embora tanto os cartesianos quanto Leibniz tenham admitido a existência e conservação de algo, ou força, nas interações mecânicas, há sérias divergências a respeito da natureza desse algo e de como estimá-lo.

Vimos, no item 4.4.1, que d'Alembert mostrou que é a escolha entre os dois obstáculos que permite medir a “capacidade de ação” de um corpo, obtendo-se ora mv ora mv^2 . Ou seja, não existe inconveniente medir diferentemente as forças no caso do equilíbrio e no caso do movimento retardado porque a palavra força só tem sentido em relação ao obstáculo e é ele que deve servir para medi-la, segundo o filósofo.

De fato, a querela da força viva foi baseada sobre uma definição incorreta da quantidade de movimento (produto da massa pela velocidade) que considerou somente as velocidades na sua forma aritmética, ou seja, não levou em consideração o caráter vetorial dessa grandeza. Se considerarmos a quantidade de movimento levando em conta o sentido do movimento, a sua conservação procede nos choques elásticos assim como a força viva. E ainda, como d'Alembert demonstrou no *Tratado da Dinâmica*, a conservação da força viva não é um princípio evidente, e pode ser deduzido das leis da dinâmica.

Quando as forças dos corpos em movimento e os obstáculos são iguais, dá-se o equilíbrio e a quantidade de movimento é conservada, pode-se, assim, nesse caso representar uma medida para a força como mostramos no item 4.4.1. No caso do movimento retardado por um obstáculo, “o número de obstáculos vencidos está como o quadrado das velocidades” e a força viva pode ser observada como a força do movimento. Enfim, como já dissemos, d'Alembert mostrou que não existe inconveniente medir diferentemente as forças no caso do equilíbrio e no caso do movimento retardado.

⁴⁸⁰ Leibniz, Carta a Bayle (fevereiro de 1687) In. GP, III, p 43 [Cañedo-Argüelles, J. A.; Donís, M.R. (orgs.) *Escritos de dinâmica*, p 14-15]

Verificamos, quando analisamos o verbete ‘causa’ no item 4.3, que para d’Alembert um corpo, por ele mesmo, não pode entrar em movimento ou modificar o estado de seu movimento. E ainda, a ação da causa que produz os efeitos é estranha aos corpos e se aplica de forma diferente em cada caso. D’Alembert concluiu que

os diferentes efeitos são evidentemente produzidos por uma mesma causa, assim aqueles que disseram que a força estava às vezes como a velocidade, às vezes como seu quadrado [da velocidade], só podiam ouvir falar do efeito quando ele era expressado por um determinado tipo. Essa diversidade de efeitos tendo todos da mesma causa, pode servir, para dizer de passagem, para mostrar o pouco da exatidão e da precisão do axioma tantas vezes posto em prática, sobre a proporcionalidade da causa e de seus efeitos.⁴⁸¹

Na sua argumentação, vimos que três tipos de efeito provêm de uma mesma causa (o impulso) cuja natureza não foi especificada por d’Alembert. Vimos que a *causa*, para d’Alembert, possui dois tipos: aparentes ou invisíveis. As primeiras, que se manifestam juntamente com seus efeitos e que são regidas por leis conhecidas, “surgem da ação mútua entre as partículas que os corpos exercem uns sobre os outros devido à impenetrabilidade”⁴⁸² e se reduzem ao impulso. As segundas se manifestam somente pelos efeitos observados e incluem como exemplo a gravitação e outras ações à distância. Podemos dizer, então, que o *impulso* é a causa comum dos três tipos de efeitos apontados por d’Alembert. De fato, podemos ter três aplicações diferentes da ação do impulso no mesmo corpo que produzem três tipos de efeitos, mas isso não vem ao caso. O ponto é que d’Alembert não pareceu levar em consideração a sua própria crítica sobre a concepção da força pensada como causa real do movimento. Ele utilizou a noção de força aceleradora no mesmo sentido que Newton. A força aplicada seria, para Newton, “a ação pela qual o estado do corpo é mudado, seja seu estado de repouso, seja o do movimento retilíneo e uniforme”⁴⁸³, vemos essa força em um choque, através de uma pressão ou através da força

⁴⁸¹ “Or ces différents effets sont évidemment produits par une même cause; donc ceux qui ont dit que la force était tantôt comme la vitesse, tantôt comme son carré, n’ont pu entendre parler que de l’effet, quand ils se sont exprimés de la sorte. Cette diversité d’effets provenant tous d’une même cause, peut servir, pour le dire en passant, à faire voir le peu de justesse et de précision de l’axiome prétendu, si souvent mis en usage, sur la proportionnalité des causes à leurs effets.” (*Traité de Dynamique*, (1758), discurso preliminar, p xx-xxj) Citado por Le Ru, Veronique, *d’Alembert philosophe*, J. Vrin, 1994. p 79 e

⁴⁸² (“...”) viennent de l’action mutuelle que les corps exercent les uns sur les autres à raison de leur impénétrabilité(...)”(d’Alembert, 1755, 789)

⁴⁸³ Newton, I., *The Mathematical Principles of Natural Philosophy*, Traduzido para o inglês por Andrew Motte, Daniel Adee, 107 Fulton Street, 1848. pp75-76

centrípeta. Relativamente à força centrípeta, Newton definiu muitas quantidades: a *quantidade absoluta da força centrípeta* teria uma noção vaga, simplesmente causal, em proporção da eficácia da causa que a propaga o corpo ao centro; a *quantidade aceleradora da força centrípeta* seria definida precisamente com sendo “proporcional à velocidade que ela produz em um tempo dado”; a *quantidade motora da força centrípeta* seria “proporcional ao movimento que ela produz em um tempo dado”. Somente as duas últimas teriam noções precisas, entendida a primeira como a grandeza cinemática da aceleração que exprime a mudança da velocidade em um tempo determinado e a segunda pelo produto da massa pela aceleração. A força aceleradora seria uma quantidade geométrica considerando o movimento como uma propagação espacial e a força motora teria um caráter físico com a massa do corpo sendo levada em consideração.⁴⁸⁴

Tanto a força aceleradora como a força motora aparecem, como vimos no item 4.5.1, no *Tratado da Dinâmica*. A primeira estaria ligada à verdade necessária, a segunda, à verdade contingente. A força aceleradora está conectada à velocidade e ao tempo pela relação $dv = adt$. Então, por definição, a força aceleradora é o elemento da velocidade, assim como por definição a velocidade é o elemento do espaço percorrido. No caso do movimento uniforme, a velocidade é definida como uma relação do espaço percorrido em um determinado tempo. No caso do movimento acelerado ou retardado, é preciso considerar os elementos diferenciais e a velocidade passa a ser definida como $v = ds/dt$, sendo ds um elemento do espaço. Por isso, a força aceleradora para d’Alembert foi uma noção derivada. A forma matemática que ele usou para defini-la mostrou isso claramente. No caso da força motora, ela é como seria para Newton: o produto da massa por um elemento da velocidade.

Equivocariam-se, porém, aqueles que afirmam que a mecânica de d’Alembert se reduziu à cinemática. Ainda que seu propósito fosse tratar o movimento considerando no lugar das ‘forças’ apenas as variáveis deste movimento, ou seja, a velocidade, a aceleração, o espaço percorrido e o tempo gasto para percorrê-lo e qualquer outra função formada dessas variáveis, isso não quer dizer que d’Alembert ignorasse as ‘causas’. Ele não pretendia descrever as mudanças do movimento e enunciar leis? Ora, os efeitos que estão

⁴⁸⁴ Newton, I., *The Mathematical Principles of Natural Philosophy*, Traduzido para o inglês por Andrew Motte, Daniel Adee, 107 Fulton Street, 1848. pp75-76

inscritos nessas leis particulares e que são constatados nas mudanças de movimento não estão delimitados por essa descrição de mudanças que ocorrem por alguma causa? Escrever uma equação diferencial não exigiu um tipo de causalidade física? E essa causa não seria aquela que é conhecida pelos seus efeitos?

Resumindo: Os ‘princípios’ do fundamento a mecânica d’Alembertiana são três: o princípio da inércia, o dos movimentos compostos e do equilíbrio. Todos aqui analisados de forma detalhada nos itens 4.5.2, 4.5.3 e 4.5.4, respectivamente. As demonstrações desses princípios ocupam a “Primeira Parte” do *Tratado da Dinâmica* e, combinados entre eles conduzem “à solução de todos os problemas onde se considera o movimento dos Corpos e como ele pode ser alterado por um obstáculo impenetrável & móvel”.⁴⁸⁵ O fruto de tal combinação foi o “princípio geral”, chamado de “princípio de d’Alembert” que foi tratado na segunda parte do *Tratado da Dinâmica*. Esse princípio ofereceu o meio para “resolver todas as questões da Dinâmica por um mesmo Método”.⁴⁸⁶

Para o estabelecimento da forma de um problema de dinâmica, d’Alembert considerava os seguintes movimentos do sistema:

1. o movimento efetivamente tomado(pE) – que se deve encontrar,
2. o movimento recebido ou adquirido(pA) – por impulso ou por atração e que se acrescenta ao movimento de inércia, anteriormente adquirido. Esse movimento é calculado a partir da “força aceleradora”, definida por d’Alembert como a aceleração recebida pelos elementos do sistema e
3. o movimento perdido pelas ligações(pL) – obtido pelo estudo do sistema em equilíbrio.⁴⁸⁷

Por ter colocado em operação a causalidade física, um problema da dinâmica para um sistema material era escrito como um balanço da composição das quantidades de movimento, tomadas vetorialmente, reais e virtuais da parte do sistema. A causalidade passou a ser dada na própria forma das equações sem que fosse necessária uma

⁴⁸⁵ “...à la solution de tous les Problèmes où l’on considère le mouvement d’un Corps en tant qu’il peut être altéré par un obstacle impénétrable & mobile.”

⁴⁸⁶ “résoudre toutes les questions de Dynamique par une même Méthode”

⁴⁸⁷ Uma forma bastante clara de como d’Alembert aplicou esse princípio foi mostrada por Dias em: Dias, P. C., $\mathbf{F=ma}$?! O nascimento da lei dinâmica, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.28, n2, p 205-234

interpretação que fixasse as condições de utilização. Assim, compondo-os numa notação moderna, ainda que na perspectiva de d'Alembert, podemos escrever que: $pE = pA - pL$.

Mais ainda: O “princípio geral da dinâmica” tal como se acha exposto no verbete “*Dynamique*” ou no início da segunda parte do *Tratado* parte de ideia que, em um fenômeno qualquer de interação mecânica, os movimentos iniciais, que possuíam cada corpo independente de suas relações com os outros corpos, podem ser decompostos cada um, devido ao princípio da composição de movimentos, em duas componentes. A primeira sendo o movimento resultante que os corpos terão efetivamente em função de sua ação mútua, a segunda, o movimento perdido ou adquirido devido aos outros corpos:

Imaginemos que está sendo impresso em vários corpos, os movimentos que podem conservar devido à sua ação mútua e que eles sejam forçados a interagir e alterar os outros. É certo que o movimento que cada corpo tinha primeiro pode ser considerado como composto por dois movimentos quaisquer (...), e que tomamos por uma das componentes do movimento aquele que cada corpo adquire devido à ação de outros corpos.⁴⁸⁸

Portanto, se no movimento impresso inicialmente, há como componente o movimento resultante, isso significa necessariamente que há uma outra componente que não serve para nada (porque os corpos animados de um só movimento impresso irão adquirir deles mesmo o movimento resultante, sem a necessidade de outros movimentos desempenhem algum papel). Deve-se, por consequência, concluir que essas duas componentes se neutralizam de forma recíproca e que o equilíbrio se faça presente:

donc l'autre mouvements composant doit être tel qu'il ne dérange rien dans le premier mouvement composant, c'est-à-dire que ce second mouvement doit être tel pour chaque corps, que s'il eût été imprimé seul et sans aucun autre le système fût demeuré en repos.⁴⁸⁹

Dessa forma, há necessariamente em cada fenômeno dinâmico um caso de equilíbrio. Foi exatamente a presença do caso do equilíbrio em todos os fenômenos de transmissão do movimento que permitiu d'Alembert introduzir um método geral para resolver os problemas de dinâmica: o “princípio de d'Alembert”. O princípio se baseia na

⁴⁸⁸ “Imaginons qu'on imprime à plusieurs corps, des mouvements qu'ils ne puissent conserver à cause de leur action mutuelle, et qu'ils soient forcés d'alterer et de changer en d'autres. Il est certain que le mouvement que chaque corps avait d'abord peut être regardé comme composé de deux autres mouvements à volonté (...), et qu'on prendre pour l'un des mouvements composants celui que chaque corps doit prendre en vertu de l'action des autres corps. Em *Encyclopédie*, art “*Dynamique*”

⁴⁸⁹ Idem.

ideia fundamental que a condição dos movimentos “perdidos” ou “adquiridos” determina estritamente as leis as quais a transmissão de movimento obedece, isto é, o processo propriamente dinâmico. Os movimentos efetivos são de uma forma ou de outra, segundo d’Alembert devido ao fato de os movimentos “adquiridos” ou “perdidos” poderem se equilibrar. As leis de transmissão do movimento derivam, assim, da condição de equilíbrio subjacente a todo e qualquer fenômeno dinâmico. “Por isso é fácil de ver que todas as leis do movimento dos corpos se reduzem às leis de equilíbrio” e que “o princípio do equilíbrio é o mais essencial da mecânica”.⁴⁹⁰

Enfim, um corpo *A* altera o movimento do corpo *B*, por exemplo, ao colidir porque *A* transmite o seu movimento para *B*, ou seja, porque *A* produz em *B* um movimento que *B* não possuía inicialmente. Assim, nós, por hábito, consideramos o movimento resultante da interação mecânica como um movimento composto compreendido pelo movimento inicial e pelo movimento recebido. O princípio de d’Alembert nos convida a representar a ação de um corpo sobre outro de uma maneira radicalmente diferente: o movimento inicial que o corpo possuía antes da colisão, de um ponto de vista matemático, é considerado como composto de um movimento final e um movimento “perdido”. Assim, o movimento resultante não é mais considerado como produto de uma interação mecânica. De alguma forma, ele já estava lá, presente no movimento inicial. A interação mecânica é negativa e não produz movimento! Os corpos que atuam entre si não transmitem nada: eles se privam de movimentos que são mutualmente incompatíveis para dar lugar aos movimentos compatíveis virtualmente presentes nos movimentos iniciais. A interação mecânica assim considerada é pensada como um fenômeno de destruição mútua, isto é, um fenômeno de equilíbrio e não como um processo de transmissão de movimento.

D’Alembert não negou que os corpos transmitem realmente movimento, mas, graças ao seu princípio, ele pôde de alguma forma contornar o fenômeno obscuro e metafisicamente incompreensível e levar em conta o conjunto de interações dinâmicas sem supor outra coisa além de um processo “claramente” inteligível pela impenetrabilidade dos corpos e da destruição dos movimentos incompatíveis de forma mútua. Assim, ele mantém a mecânica dentro de um quadro teórico por um sistema limitado ao conceito de matéria em movimento, excluindo qualquer consideração obscura.

⁴⁹⁰ Encyclopédie, verbete “Equilibre”

É interessante pensarmos se os princípios de d'Alembert não são “novos” ou não em consideração às leis de Newton. Há uma diferença clara nas implicações filosóficas da sua formulação: trata-se de analisar o movimento através de expressões espaço-temporais e de considerar os princípios como racionais e não mais como empíricos. Houve uma reorganização: o que para Newton foi um corolário (a composição das forças), para d'Alembert foi um proposição principal com uma modificação da ‘força’ pelo ‘movimento’, como vimos. Com isso fica claro que d'Alembert adaptou as leis de Newton à suas próprias exigências conceituais.

4.7 Considerações Finais

Ao final do item 4.5.1 colocamos algumas questões tais como: se considerarmos que o objeto da mecânica é o movimento dos corpos assim como as interações entre eles, tais como choque e pressão, será que é correto falar em “matemática aplicada” à ciência? Haveria outra forma de representar o movimento se não pela matemática? Não parece razoável, visto pelos olhos de quem contribuiu para a estruturação da mecânica, que esses filósofos naturais estavam lidando com entidades matemáticas por sua própria natureza? Após a discussão realizada, podemos vislumbrar que, a despeito da matemática envolvida, não podemos considerar a mecânica racional como um exercício formal sem significado metafísico, pois, seus conceitos e suas leis primárias estão com raízes fincadas em uma realidade, ou seja, os símbolos matemáticos e as mais abstratas equações referem-se à matéria e ao movimento como elementos existentes em uma dada noção de realidade física. Por exemplo: A crítica de d'Alembert ao conceito de força, como verificamos, está ligada aos problemas relacionados à causalidade. Definir matematicamente, recusar qualquer outro significado, repudiar as causas e as forças faz com que o fenômeno do movimento por si bastar e esteja livre de quaisquer considerações tomadas fora da física?

O projeto de fazer da mecânica uma ciência matemática e rigorosa fundamentada pelo menor número de princípios necessitou de uma crítica severa dos conceitos para restringir o campo dessa ciência. Essa ineficiente fronteira epistemológica, como aqui mostrado, foi a “razão” que, carecendo das considerações exigidas, tentou limitar o objeto do conhecimento. Ora, o postulado de uma razão fornecedora dos conceitos fundamentais

da mecânica não parece introduzir uma concepção metafísica da natureza da linguagem que oferece a todos os homens um sentido comum mínimo, porém, suficientes para fundar o pensamento científico?

Vimos como, apoiando-se sobre os aspectos filosóficos da ideia de causalidade, esta foi estabelecida em ruptura com o sentido metafísico que lhe estava associado. As leis do movimento, formuladas através de princípios e expressas pelo cálculo diferencial, permitiu d'Alembert conceber a 'causalidade física' de uma forma inteiramente indissociável de seu efeito, que é a mudança de movimento. Mostramos que os respectivos pensamentos de Newton e d'Alembert sobre as noções de 'causa' e 'força' não eram correspondentes no que diz respeito à natureza propriamente física da mudança. D'Alembert considerava a mudança produzida como imanente ao movimento segundo a causa circunscrita pelo seu efeito. Assim, evitou recorrer à noção externa de força. A única força imanente ao movimento era a 'força aceleradora', definida por d'Alembert, como vimos, a partir do próprio movimento. Grosso modo, podemos dizer que equacionando o movimento ficamos livres da preocupação sobre o modo de ação da causa. Como vimos, não foi suficiente considerar o efeito da causa que fornece a equação diferencial do movimento como mostrado no item 4.5.1.

Enfim, a análise crítica de d'Alembert sobre a noção de causalidade, feita desde as primeiras páginas no *Tratado da Dinâmica* e presente em alguns verbetes da *Enciclopédia*, teve como objetivo eliminar da noção de causa as "obscuridades da metafísica". Podemos, depois disso, não somente conceber o movimento e sua permanência natural afirmada pelo princípio da inércia, como também analisar como este se transforma. Não se trata, como vimos, de negar que existe uma causa para a mudança do movimento. Lembremo-nos que no verbete 'causa' na *Enciclopédia* foi definido como "tudo aquilo que produz uma mudança no estado do corpo, isto é, que põe em movimento ou que para, ou que altera o movimento". D'Alembert ainda acrescentou que "é uma lei geral da natureza que todo o corpo persiste em seu estado de repouso ou de movimento até que aconteça alguma *causa* que mude esse estado". Então, admitindo o movimento natural inercial que se perpetua, uma vez que tenha sido adquirido, fica claro que o movimento que começa a existir é o que foi modificado em relação ao movimento inercial. Ainda que o propósito de d'Alembert tenha sido o de compreender os movimentos restringindo-os aos seus efeitos e sem

preocupar com a natureza das causas, os efeitos só puderam ser descritos de uma forma muito limitada.

A força como um simples nome, a mecânica entendida como a ciência dos efeitos e a matematização de determinados conceitos são pontos marcantes em toda obra de d'Alembert. O estudo dos princípios na obra dalambertiana ofereceu-nos a possibilidade de certificarmos como o método de d'Alembert foi indissociável de um projeto filosófico. Seja através de uma crítica à axiomática newtoniana considerando a resistência como um nome ou seja através do reconhecimento da inércia como um efeito, verificamos uma intervenção da metafísica. Como medir a resistência de um corpo em movimento? Há necessidade de considerar uma propriedade intrínseca à matéria? Que papel cabe ao meio externo que também oferece uma força de resistência ao movimento? No estudo dos choques como foi quantificado a 'força de percussão'? É possível a colisão ser reduzida à cinemática? Como interpretar a conservação da quantidade de movimento que foi uma grandeza usada por Newton na definição de força? A conceitualização da inércia, como vimos, foi essencial para a crítica de d'Alembert aos axiomas de Newton, mas o que é esse algo a mais que d'Alembert indicou que os corpos em movimento possuem em relação aos corpos em repouso? E ainda, com que propósito d'Alembert chamou a nossa atenção para verificarmos que precisamos fazer um esforço se quisermos nos manter em movimento?

A mecânica, ainda que possa ser matematizada, possui uma particularidade: as suas grandezas não permitem, a despeito de serem abstratas, descrever os fenômenos do mundo físico sem a necessidade de que esse próprio mundo seja concebido idealmente. Ou melhor, a mecânica por sua natureza não permite discursos que possam ser reduzidos a uma clareza racional. Por exemplo, a dependência do movimento em relação ao *tempo*. Ora, a ideia de poder mensurar o tempo supõe que o próprio tempo seja físico. O que dizer sobre certas propriedades que são condições para que o movimento exista e que são capazes de provocar, inclusive, a sua mudança, tal como a *impenetrabilidade*?

D'Alembert pretendia se apoiar, para fazer uma mecânica puramente racional, em princípios. Porém, suas demonstrações como verificamos se apoiam sobre elementos matemáticos tais como as equações diferenciais, por exemplo, que não foram suficientes para deduzir *a priori* o princípio da inércia, por exemplo. Enfim, d'Alembert ambicionou derivar os princípios sem ter que discutir a natureza da matéria e usar entes metafísicos

como ‘força’ e sim das propriedades uniformes do espaço e do tempo. A demonstração, no entanto, que é aparentemente uma dedução pura, é na verdade, como vimos nesse capítulo, apenas uma aplicação do princípio da razão dos postulados da causalidade e da identidade dos fenômenos no tempo. Mais ainda, d’Alembert justificou o quadro conceitual da mecânica racional a partir de sua concepção de razão e de natureza!

E ainda, a aceleração, ou melhor, a força aceleradora e a velocidade são tanto quanto a força relações matemáticas. D’Alembert, enfim, fracassou duplamente no seu projeto, pela sua ambição tanto de fundar a mecânica sem usar pressupostos metafísicos quanto por descartar a necessidade da experiência. Ficam, porém, de toda essa análise, duas suspeitas: os princípios da mecânica não são passíveis de serem deduzidos e não há outra forma de se considerar os princípios senão como um axioma.

Uma última consideração: Discutimos nesta tese o papel da razão no Iluminismo sem, contudo, mencionar a paisagem anti-dinâmica presente no início do século XVIII. O ‘ocasionalismo’ e todo o seu exame crítico de causalidade não foi analisado aqui, embora tenha feito parte da paisagem intelectual dessa época. Também omitimos todo o estudo de Nicolas Malebranche (1638-1715), citado na obra de d’Alembert, onde foi feita uma crítica ao conceito newtoniano de *vis insita* e *vis inertiae*. Seguindo alguns argumentos de Malebranche, a questão da resistência de um corpo ao repouso é destituída de sentido, só o movimento pode ser encontrado na origem de toda ação. A ‘força de inércia’, nesse contexto, não passa de um mero nome, um efeito constatado, porém, que não provém de uma resistência e não se refere em nenhum caso a uma realidade dinâmica inerente à matéria. Certamente, o estudo de Malebranche teve uma influência direta na filosofia da natureza de d’Alembert por tudo o que aqui foi comentado.

O capítulo seguinte será destinado a discutir um tema que, explícita ou implicitamente, teve intervenções de grandes figuras da filosofia natural da época em que estamos focados: o princípio da mínima ação. Pierre de Fermat, Descartes, Huyghens, Newton, Leibniz, Johann Bernoulli, Jaime Bernoulli, Maupertuis, Euler, Voltaire, d’Alembert e Lagrange são alguns nomes que aparecem na história deste princípio em sua defesa ou em seu ataque. Optamos por discuti-lo pois, além desses grandes nomes envolvidos, há uma forte mensagem metafísica nele contida em sua fundamentação: a natureza obedece a vontade ditada de um “Ser Superior”. O princípio da mínima ação, um

princípio cujo enunciado se pode deduzir como consequência das leis básicas da mecânica, ilustra muito bem o início de uma edificação matemática e a correspondente “perda progressiva do epíteto metafísico”. A formulação matemática dada por Euler ao princípio constitui uma grande ponte para a construção lagrangeana de um método para determinar os máximos e os mínimos donde se pode extrair a resolução de “qualquer problema da mecânica”. D’Alembert, como veremos, atacou a mensagem metafísica do princípio e defendeu sua natureza demonstrável ou “necessária”. Curiosa e digna de análise essa postura dalembertiana, pois o conteúdo teleológico compreende a maior parte da fundamentação do princípio.

5. O PRINCÍPIO DA MÍNIMA AÇÃO. UM MEIO DE INVESTIGAÇÃO.

De uma forma geral, podemos dizer que o *princípio da mínima ação* implica que alguns fenômenos naturais podem ser descritos matematicamente através da minimização de determinada quantidade física. A ideia de que a natureza segue um princípio do mínimo esforço, caminhos mais simples e mais fáceis evitando desperdícios, já estava presente nas obras de Aristóteles que afirmava que a natureza não faz nada em vão. Ainda que o argumento da perfeição e da simetria tivesse sido o mais importante, os aristotélicos chegaram também a “justificar” a circularidade das órbitas celestiais apoiados no fato do círculo ser a figura geométrica que possui a maior área tendo o menor perímetro. O princípio, presente sob a forma filosófica na obra de pensadores escolásticos, apareceu também em estudos da Antiguidade. Heron de Alexandria, por exemplo, propôs que a trajetória percorrida pela luz seria sempre a mais curta e forneceu através dessa constatação a explicação para a igualdade entre o ângulo de incidência e reflexão da luz⁴⁹¹. Uma forma mais atual de descrever esse comportamento é dizer que a estacionaridade de uma determinada quantidade física é obtida através do emprego dos princípios variacionais⁴⁹² (dos quais o *princípio da mínima ação* é apenas um exemplo).

Por estarem associados a uma descrição mais abrangente dos fenômenos que, em certa medida, a noção de causa final parece sempre estar presente, o estudo da história dos princípios variacionais deixa claro algumas correlações entre ideias científicas, conjecturas metafísicas e concepções religiosas que estiveram em alguns casos bem explícitas nas criações desses princípios, assim como, interpretações sobre estética e elementos culturais que variam de acordo com o local e a época estudada.

Durante o Iluminismo, época destacada nesta tese, muitas das disputas e discussões que envolviam os filósofos naturais implicavam discussões sobre a metafísica na mesma medida em que os princípios “científicos” eram enunciados. Possivelmente, o mais explícito uso da metafísica durante essa época ocorreu na formulação de um dos primeiros

⁴⁹¹ SCHRECKER, Paul , Notes sur l'évolution du principe de la moindre action, in: *Isis* 33, 1941/42, p. 329-334. / Basdevant, J.L., *Variational Principles in Physics*, Springer Science, 2007, p10

⁴⁹² O princípio variacional é utilizado com o cálculo de variações, os quais desenvolvem métodos para encontrar funções que minimizem ou maximizem os valores de quantidades que dependam de tais funções.

princípios variacionais, o *princípio da mínima ação* de Pierre Louis-Moreau de Maupertuis (1698-1759) como parte de uma reformulação dos métodos da mecânica.

No artigo submetido à *Academie Royale des Sciences* em Paris em 14 de abril de 1744 intitulado “A harmonia das diferentes leis da natureza que até aqui pareciam incompatíveis”⁴⁹³, Maupertuis introduziu o termo “quantidade de ação” como o núcleo de um princípio mínimo que governava o movimento da luz. Na sequência dos fatos, Maupertuis estendeu a noção de ‘ação’ para a análise das colisões elásticas e inelásticas, definindo ‘ação’ como produto da massa, velocidade e distância percorrida através de um tempo dado. Na sua forma mais geral, o princípio afirma: “A quantidade de ação necessária para qualquer mudança na natureza é a menor possível”⁴⁹⁴. Apesar do fato de o princípio estendido para a mecânica tenha se mostrado bastante restrito, foi uma fértil tentativa, como veremos adiante, de abordar fenômenos mecânicos baseados em causas finais.

De uma forma geral, procuramos entender qual o *status* epistemológico do princípio da mínima ação, em que contexto o princípio foi formulado, o que ficou da formulação original, discutir a recepção dada ao princípio e o porquê de nem sequer Maupertuis ser citado por Pierre Duhem em seu clássico *L'Évolution de la Mécanique*⁴⁹⁵ ou/e ter sido restringido a um parágrafo na obra de Michel Blay⁴⁹⁶. Sobre isso, Hankins afirmou que, somente após o princípio ter sido matematicamente depurado por Euler e liberto de seus ardis teológicos, se tornou o princípio fundamental da mecânica analítica⁴⁹⁷. Em particular, pretendemos usar esse estudo para tentar esclarecer algumas outras questões pertinentes à

⁴⁹³ Maupertuis, P. L., “Accord de différentes loix de la nature qui avoient jusqu'ici paru incompatible” em: *Collection Académique, composée des mémoires, Actes ou journaux des plus Célèbres ACADÉMIES & SOCIÉTÉS LITTÉRAIRES de l'Europe concernant L'HISTOIRE NATURELLE, LA BOTANIQUE, LA PHYSIQUE, LA CHYMIE, LA CHIRURGIE, L'ANATOMIE, LA MÉCANIQUE, &Cc.* Visualização completa na internet. Citado em: Clark, W., Golinski, J., e Schaffer, S., *The Sciences in enlightened Europe*, The University of Chicago Press, Chicago, London, 1999 [no capítulo 8 escrito por Mary Terral (Metaphysics, Mathematics, and the Gendering of Science in Eighteenth-Century France)] p 249. Traduzido para o português em: Moreira, I.C., Maupertuis (1698-1759) e o Princípio da Mínima Ação, em *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol 21, nº 1, Março, 1999.

⁴⁹⁴ Idem

⁴⁹⁵ Duhem, P., *L'Évolution de la Mécanique*, J. Vrin, 1992

⁴⁹⁶ Blay, M. *La Science du Mouvement: De Galilée à Lagrange*, Berlin, 2002. P36

⁴⁹⁷ Hankins, Thomas L., *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, 1985.

nossa da tese: O que constitui uma lei natural? Em que medida a linguagem matemática serve para descrever a natureza? Os princípios de origem metafísica ainda têm lugar na física? Para tanto, entender o porque da (re)formulação do princípio da mínima ação de Euler ter “vingado” no lugar do argumento de Maupertuis se torna um caminho na tentativa de responder ou explicitar mais ainda outras questões como as que acabamos de colocar.

5.1 Pierre-Louis-Moureau de Maupertuis. Uma breve biografia.

Em 1714, Maupertuis foi estudar no *Collège de la Marche* em Paris onde permaneceu somente por dois anos. Ao regressar para *Saint Malo*, cidade onde nasceu, começou a estudar música, mas logo demonstrou forte interesse pela matemática. Em 1718, Maupertuis ingressou no regimento *de la Roche Guyon* como tenente dos mosqueteiros, posição cobiçada por muitos jovens da época. O filósofo, porém, desistiu em 1722 de sua carreira como oficial da cavalaria e foi viver em Paris. Em 1723, tornou-se adjunto na *Academie des Sciences* e no ano seguinte produziu seu primeiro trabalho “*Sur la forme des instruments de musique*”, um estudo sobre o efeito da forma de um instrumento sobre as notas que eram produzidas. Outros trabalhos se seguiram: sobre máximos e mínimos em 1726, sobre a ciclóide em 1727, e sobre curvas em 1727, 1728 e 1729. Durante este período, no entanto, Maupertuis também mostrou interesse em uma área que hoje chamamos de biologia. Ele atuou como secretário do naturalista Bignon e escreveu um artigo sobre a salamandra onde demonstrou seu interesse como observador da natureza. Em 1728, Maupertuis visitou Londres e durante essa breve visita tornou-se um membro da *Royal Society*.⁴⁹⁸

A fim de ampliar o alcance de seus conhecimentos matemáticos, Maupertuis foi para a Basiléia para estudar com Johann Bernoulli, em 1729⁴⁹⁹. Nesse período, teve contato com a teoria dos vórtices de Descartes, com a filosofia natural de Leibniz e de Newton. De volta a Paris em julho de 1730, Maupertuis começou a escrever artigos sobre mecânica na qual ele usou a experiência que ele já havia desenvolvido através de seus estudos sobre

⁴⁹⁸ Brunet, P., *Etude Biographique*, Paris, Libraire Scientifique Albert Blanchard, 1929. p10-13 . Também em: Hockey, T.. *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*. New York: Springer. 2007.p 747

⁴⁹⁹ Idem p16.

curvas. Em 1731, ele havia escrito seu primeiro trabalho sobre astronomia (*Problème Astronomique*⁵⁰⁰) e outro sobre equações diferenciais (*Sur la séparation des indéterminées dans les équations différentielle*⁵⁰¹), e desenvolveu rapidamente uma reputação como um matemático e cientista. Em 1732, ele publicou um artigo na *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* que tratou da rotação dos corpos, discutindo em particular a natureza dos anéis de Saturno e a forma que um corpo em rotação assume. Nesse mesmo ano declarou-se partidário da teoria da gravitação universal de Newton. Seu artigo *Sur les lois de l'attraction*, publicada pela *Academie des Sciences* constituiu o primeiro artigo explicitamente newtoniano publicado em Paris⁵⁰². Sua preocupação se focou em testar uma das previsões newtonianas sobre a forma achatada da terra nos pólos. Em Maio de 1735, a Academia de Paris enviou duas expedições para efetuar medidas da Terra. Uma para o Peru que foi liderada por La Condamine, outra para a Lapônia, liderada por Maupertuis com o objetivo de medir o comprimento de um grau ao longo do meridiano. As medidas efetuadas em 1736 por Maupertuis e seus companheiros Aléxis Claude Clairaut e Charles-Étienne Camus confirmaram a previsão de Newton sobre a forma da Terra⁵⁰³. Levando em consideração que a filosofia mecanicista de Descartes era concorrente com a de Newton, pode-se imaginar a influência que o relato de Maupertuis teve para a rejeição da teórica cartesiana. Essas considerações nos permitem compreender a observação feita por d'Alembert no *Discours préliminaire de l'Encyclopédie*:

Maupertuis foi o primeiro que se atreveu a declarar-se abertamente newtoniano. Ele acreditava que se podia ser um bom cidadão, sem adotar cegamente a física de seu país, e para confrontar essa física requer uma coragem que devemos lhe ser gratos.⁵⁰⁴

⁵⁰⁰ Apud Brunet, p 18

⁵⁰¹ idem

⁵⁰² idem, p19

⁵⁰³ idem p35

⁵⁰⁴ “Maupertuis fut le premier qui ait osé parmi nous se déclarer ouvertement newtonien. Il a cru qu'on pouvait être bon citoyen sans adopter aveuglément la physique de son pays, et pour attaquer cette physique il a besoin d'un courage dont on doit lui savoir gré.” Em *Oeuvres de d'Alembert*, Tome Premier, A. Belin, Paris, 1821, p73

A figura de Maupertuis ilustra bem a relação entre poder e ciência em sua época e por isso achamos válido essa breve bibliografia. Convidado pelo rei Frederico II, seu amigo e protetor que tinha como objetivo trazer filósofos e cientistas para Berlim, em 1740, Maupertuis partiu para a Alemanha para ser o presidente da Academia de Berlim⁵⁰⁵. Em 1741, juntou-se ao rei em assuntos militares e acabou tornando-se prisioneiro pelos austríacos que não tardaram a liberá-lo⁵⁰⁶. Maupertuis voltou para Paris e foi nomeado diretor assistente da *Academie des Sciences*⁵⁰⁷. Em 1744, Frederico, após receber pelas mãos de Maupertuis a notícia da vitória francesa, convidou o filósofo novamente a integrar a Academia de Berlim como presidente, cargo que ocupou durante oito anos a partir de 1746⁵⁰⁸. Os franceses, liderados por Jacques Cassini, não nutriam bons sentimentos em relação a Maupertuis, seu compatriota que fora abrilhantar a academia e a corte da Alemanha⁵⁰⁹.

Maupertuis publicou em muitas áreas: matemática, geografia, filosofia, moral, biologia, astronomia e cosmologia. Uma publicação importante sobre a história natural foi *Vênus Física* em 1745 onde discutiu a teoria da formação do embrião^{510,511}. Este e outros trabalhos similares sobre a hereditariedade propunham uma série de conjecturas em que discutia a origem das “raças humanas”.

Somente no final de sua carreira Maupertuis publicou o artigo sobre pelo qual é mais conhecido e que iremos discutir nesse trabalho de forma mais detalhada: o princípio da mínima ação, uma tentativa de unificar as leis do universo e provar a existência de Deus. Em 1751, houve uma polêmica envolvendo o princípio que se iniciou com Samuel Koenig escrevendo um artigo no famoso jornal *Acta eruditorum*, em que ele não somente mostrava

⁵⁰⁵ Brunet, p 88

⁵⁰⁶ Idem p91

⁵⁰⁷ idem p100

⁵⁰⁸ idem p 110

⁵⁰⁹ idem pp 111-114.

⁵¹⁰ Idem p 105

⁵¹¹ A tradução desse trabalho foi feita por Maurício de Carvalho Ramos em 2005. [Ramos, M.C., A Vênus física de Maupertuis: antigas idéias sobre a geração reformadas pelo mecanicismo newtoniano *Sci. stud.* vol.3 no.1 São Paulo Jan./Mar. 2005]

que na prova dada por Maupertuis continham vários erros matemáticos, mas também citava uma carta escrita em 1707 por Leibniz onde ele afirmava que “nas variações dos movimentos, [a ação] usualmente se torna mínima ou máxima”⁵¹², ou seja, Leibniz teria formulado originalmente o princípio⁵¹³. Iniciou-se assim uma grande discussão sobre a prioridade e os méritos de Maupertuis que se posicionou com extrema firmeza, exigindo provas – jamais encontradas - da autenticidade da carta de Leibniz e conseguindo da Academia de Ciências em Berlim um posicionamento ao seu favor.⁵¹⁴ Euler se colocou de forma decidida ao lado de Maupertuis e contra ele, Voltaire, antes seu amigo, que a partir de 1752 passou a ridicularizá-lo publicamente numa sátira chamada *Diatrise du Docteur Akakia*. Nessa obra, Maupertuis representava “um homem que teria ganhado, por exemplo, 1200 ducados para falar sobre matemática e metafísica e por ter dissecado sapos”, “um daqueles que são conhecidos no mundo pelo desejo de se fazer conhecer”, “um arlequim disfarçado de arcebispo”, etc...⁵¹⁵. Temos que concordar nesse ponto com Pierre Brunet: possivelmente a controvérsia teria sido finalizada sem maiores polêmicas se não fosse a interferência venenosa de Voltaire⁵¹⁶.

Em 1756, após a morte de Jacques Cassini, Maupertuis retorna a ser membro da *Academie des Sciences*⁵¹⁷. Aconselhado a viajar para a Itália por razões de saúde, Maupertuis parte rumo a Basileia em 1757, onde morre, com 61 anos, em 27 de julho de 1759.

⁵¹² “ J’ai remarqué que dans les modifications de mouvements elle devient ordinairement un maximum ou un minimum”. Citado por Dugas, R., *Histoire de la Mécanique*, Neuchatel, 1050. p 259

⁵¹³ Dugas, R., *Histoire de la Mécanique*, Neuchatel, 1050. p 259

⁵¹⁴ “Sur le principe de la moindre action. Examen de la dissertation de M. le professeur Koenig, inserée dans les Actes de Leipzig pour le mois de mars 1751”, *Mémoire de l’Acad. De Berlin*, tome VII, p 199 e p 219. Ver também do mesmo autor “Dissertatio de principio minimae actionis una cum examine objectionum prof Hoenigii, 1 vol, Berlim, 1753. Citados por Brunet, P., *Etude Biographique*, Paris, Libraire Scientifique Albert Blanchard, 1929. p 143

⁵¹⁵ “...un homme qui aurait douze cents ducat de pension pour avoir parlé de mathématique et de métaphysique, pour avoir disséqué deux crapauds...”, “...un de ceux qui ne sont connus dans le monde que par l’envie de se faire connaitre...”, “ ... arlequin déguisé en archeveque...”, *Oevres*, tomo 39, p 473. Citado por Brunet, P., *Etude Biographique*, Paris, Libraire Scientifique Albert Blanchard, 1929. p 148

⁵¹⁶ Brunet, p 157.

⁵¹⁷ idem p 169

5.2. Quantidade de Ação

Para dar ao leitor desta tese a ideia do que realmente vem a ser o princípio da mínima ação, iremos apresentá-lo tal como ele foi fundamentado por Maupertuis numa comunicação submetida à *Academie Royale des Sciences* em Paris em 14 de abril de 1744 intitulado “A harmonia das diferentes leis da natureza que até aqui pareciam incompatíveis”⁵¹⁸. Nesse artigo, Maupertuis introduziu o termo “quantidade de ação” como o núcleo de um princípio mínimo que governava o movimento da luz onde retomava a polêmica entre Fermat e os cartesianos e os argumentos de Leibniz.

As discussões relativas à elaboração de um princípio que regulasse determinadas propriedades da natureza, intensificaram-se num debate sobre as leis da refração da ótica que opôs Fermat aos cartesianos. Fermat se colocou contra essa corrente. A *Lei dos Senos* para a refração foi proposta por Descartes. Dentro das concepções cartesianas, a categoria de causas finais não deveriam fazer parte das descrições físicas, pois eram consideradas “metafísicas” e passíveis de serem descartadas. No *Dióptrica*⁵¹⁹, Descartes apresentou a dedução dessa lei baseada em algumas suposições tais como a de um mundo sem vácuo e a de que a luz se propaga instantaneamente como uma tendência do meio sutil a se mover. O raciocínio de Descartes para a refração assentava em associar essa “tendência a se mover” ao movimento de um projétil que se podia decompor em duas componentes: uma perpendicular à superfície de separação dos dois meios e a outra paralela a essa mesma superfície. Assim, para a refração, mantinha-se o princípio de não modificar a componente paralela do movimento, alterando-se somente a componente perpendicular, na medida em que a velocidade do movimento diferia nos dois meios. Um pressuposto físico essencial, na

⁵¹⁸ Maupertuis, P. L., “Accord de différentes loix de la nature qui avoient jusqu’ici paru incompatible” em: *Collection Académique, composée des mémoires, Actes ou journaux des plus Célèbres ACADÉMIES & SOCIÉTÉS LITTÉRAIRES de l’Europe concernant L’HISTOIRE NATURELLE, LA BOTANIQUE, LA PHYSIQUE, LA CHYMIE, LA CHIRURGIE, L’ANATOMIE, LA MÉCANIQUE, &Cc.* Visualização completa na internet. Citado em: Clark, W., Golinski, J., e Schaffer, S., *The Sciences in enlightened Europe*, The University of Chicago Press, Chicago, London, 1999 [no capítulo 8 escrito por Mary Terral (Metaphysics, Mathematics, and the Gendering of Science in Eighteenth-Century France)] p 249. Traduzido para o português em: Moreira, I.C., Maupertuis (1698-1759) e o Princípio da Mínima Ação, em *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol 21, nº 1, Março, 1999.

⁵¹⁹ Descartes, R., *Oeuvres*, publicadas por C. Adam & P. Tannery. 13 tomos. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin, 1987, VI

concepção cartesiana, era também a ideia de que a luz tem mais facilidade de se mover nos meios mais densos. Essa hipótese ia de encontro à ideia de Fermat de que a luz deveria se mover com uma velocidade menor nos meios mais densos. A lei da refração proposta por Fermat apoiava-se no princípio de que “a natureza age sempre pelas vias mais curtas e mais fáceis”⁵²⁰. Este caminho “mais curto” corresponde à elaboração do princípio do mínimo, com um caráter fortemente matematizado. Nesse princípio, a quantidade a ser matematizada é o tempo que a luz gasta para se propagar de um ponto a outro. No caso específico para a refração, a luz busca percorrer um trajeto maior no meio menos denso, no qual tem uma velocidade maior. A conclusão final de Fermat foi a já conhecida lei dos senos de Descartes, mas com o resultado físico inverso: a razão entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração seria igual a velocidade dos dois meios. Assim, a trajetória real da luz surge como uma necessidade de aproveitar ao máximo o meio no qual ela se move com maior facilidade, ou seja, com maior velocidade. A réplica dos cartesianos veio em uma carta escrita por Claude Clerselier:

O princípio que tomais como fundamento de vossa demonstração, ou seja, que a natureza age sempre pelas vias mais curtas e mais simples, é apenas um princípio moral e nada físico, não é e não pode ser a causa de qualquer efeito da natureza (...) Não o é, porque não é este princípio que a faz agir, mas sim a força secreta e a propriedade que há em cada coisa, que nunca é determinada para este ou aquele efeito por esse princípio, mas pela força que existe em todas as causas que concorrem em conjunto para uma mesma ação, e pela disposição que se encontra realmente em todos os corpos sobre as quais essa força age (...)⁵²¹

Além disso, cabe a pergunta: por que a luz não seguiria em linha reta se a trajetória deve ser a mais curta e simples? O caminho mais simples é o mais rápido? Por que não o mais curto? Como pode saber o raio para onde ir quando muda de meio? Do ponto de vista dos cartesianos, esse princípio apelava para um permanente intervenção de uma inteligência superior que regula todos os atos da natureza, ou seja, haveria uma correspondência entre o princípio de Fermat e as causas finais aristotélicas. Neste ponto, Fermat respondeu com ironia:

...não pretendo nem jamais pretendi ser o confidente secreto da natureza. Ela tem vias obscuras e ocultas que não tentei jamais penetrar; eu apenas havia lhe

⁵²⁰ Fermat, P., *Oeuvres*, publicadas por P. Tannery e Ch. Henry. 5 volumes. Paris: Gauthier-Villar, 1891-1922, [1891], 356

⁵²¹ Fermat, P., *Oeuvres*, publicadas por P. Tannery e Ch. Henry. 5 volumes. Paris: Gauthier-Villar, 1891-1922, [1891], 466. Apud Fitas, A. J.S., *O Princípio da Menor Ação: uma história de Fermat a Lagrange (acompanhado de uma coletânea de textos)*, Caleidoscópio Edição Artes Gráficas AS, 2012.

ofertado um pequeno auxílio de geometria acerca da refração, se ela tivesse necessidade disso. Mas, porque o Senhor me assegura que ela pode cumprir suas tarefas sem a geometria e se contenta com o caminho que Descartes lhe prescreveu, eu abandono de bom coração, em vossas mãos, minha pretensa conquista física. É suficiente para mim que o Senhor me deixe de posse de meu problema de geometria inteiramente puro e in abstracto, por meio do qual se pode encontrar a rota de um móvel que passa por dois meios diferentes e que busca concluir seu movimento de maneira mais rápida possível.⁵²²

Maupertuis recusou a hipótese de Fermat, até então sem comprovação empírica, de que a luz se move mais lentamente nos meios mais densos:

Ora, posto esse fato, que a luz se move com maior velocidade nos meios mais densos, todo o edifício de Fermat e Leibniz tinham construído desabou: a luz, quando atravessa diferentes meios, nem vai pelo caminho mais curto nem pelo de menor tempo.⁵²³

Maupertuis se equivocou em colocar Fermat e Leibniz lado a lado. Posteriormente, ele reconheceu o erro⁵²⁴. De fato, Leibniz também havia proposto o princípio do caminho de menor resistência para a luz⁵²⁵ mas, para ele, diferentemente de Fermat, pelo fato das partículas dos meios mais densos estarem mais juntas, a velocidade da luz será maior nesse meio, pois nele a luz é impedida de se difundir contribuindo, segundo Leibniz, para acelerar o fluxo. Ou seja: quanto maior a resistência maior a velocidade e em menos tempo se faz o percurso. A fundamentação de Leibniz é que a “causa final não serve somente à virtude e à piedade na ética e na teologia natural, mas também à própria física na busca e descoberta de verdades ocultas”⁵²⁶. Leibniz chegou a formular matematicamente o princípio⁵²⁷, mas não

⁵²² Ibid, 483. Apud Fitas e Moreira, I.C., Maupertuis (1698-1759) e o Princípio de Ação Mínima, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol 21, no 1, Março, 1999.

⁵²³ Maupertuis, P. L., “Accord de différentes loix de la nature qui avoient jusqu’ici paru incompatible” em: *Collection Académique, composée des mémoires, Actes ou journaux des plus Célèbres ACADÉMIES & SOCIÉTÉS LITTÉRAIRES de l’Europe concernant L’HISTOIRE NATURELLE, LA BOTANIQUE, LA PHYSIQUE, LA CHYMIE, LA CHIRURGIE, L’ANATOMIE, LA MÉCANIQUE, &Cc.* 1744, p 16.

⁵²⁴ Maupertuis, Les Lois du Mouvement et du Repos déduites d’un Principe Metaphysique. *Mémoires de l’Académie Royale et des Belles Lettres*: 267-294. 1756. ,IV, 23

⁵²⁵ Leibniz, G.W., *Unicum opticae, catoptricae et dioptricae principium*, Acta Eruditorum 185 (1682).

⁵²⁶ Idem.

⁵²⁷ Em notação atual, podemos escrever: $\delta(\Sigma \mathbf{R} \cdot \Delta s) = 0$, onde \mathbf{R} é uma quantidade que mediria a resistência do meio (que não foi definido de forma clara por Leibniz) e s é a variável que descreve o trajeto.

deixou claro como deveria ser feita a medida dessa resistência e muito menos aplicou o seu princípio a casos específicos.

Retomando o artigo de Maupertuis: percebemos que ele buscou um princípio metafísico mais geral. “Que preferência poderia haver aqui do tempo em relação ao espaço? Não podendo a luz ir ao mesmo tempo pelo caminho mais curto e pelo do tempo mais rápido, por que razão iria ela por um desses caminhos em vez de ir pelo outro?”. O que ocorre, disse Maupertuis, é que a luz toma um caminho que tem uma vantagem “mais real”: o caminho que ela segue é aquele “pelo qual a quantidade de ação é a menor”⁵²⁸.

Maupertuis determinou uma grandeza que era igual ao produto da distância pela velocidade⁵²⁹. Nos dois casos da reflexão e da refração, “a velocidade da luz permanecendo a mesma, a menor *quantidade de ação* dá ao mesmo tempo o caminho mais curto e o tempo mais rápido”.

De uma forma geral, podemos dizer que o princípio da mínima ação, a base fundamental da mecânica analítica, afirma que o movimento entre dois estados, *A* e *B*, se dá de tal forma que a ação realizada pelo sistema entre esses dois estados é mínima, sendo a ação definida como a integral de *L* (diferença entre a energia cinética e potencial) em relação ao tempo. Suponha, então, que tenhamos um objeto que se movimenta em um campo gravitacional qualquer do espaço que está inicialmente em um ponto e se move livremente até algum outro ponto. Joguemos para o alto sob um ângulo qualquer com o chão. Ele vai para cima e para baixo, de uma posição inicial, x_1 , a uma final, x_2 , em um determinado intervalo de tempo, como mostra a parábola da figura 2. Agora, suponhamos que, para ir da mesma posição inicial a mesma posição final, o objeto fizesse um movimento diferente, por exemplo, como mostra a figura 3.

⁵²⁸ Maupertuis, 1744

⁵²⁹ Vimos que Fermat demonstrou que a passagem de um raio luminoso de um meio para outro deveria ser feita de acordo com uma lei que relacionava os senos dos ângulos de incidência e de refração com as velocidades que os raios luminosos percorrem cada meio. Descartes, como já afirmado, chegou a mesma equação, mas com uma razão inversa para as velocidades: $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2}$. Se considerarmos d_1 e d_2 , as distâncias percorridas pelo raio luminoso nos meios 1 e 2, Fermat minimizou a função $y = \frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2}$, ou seja, o tempo total do percurso. Maupertuis minimiza a função $y = d_1 v_1 + d_2 v_2$.

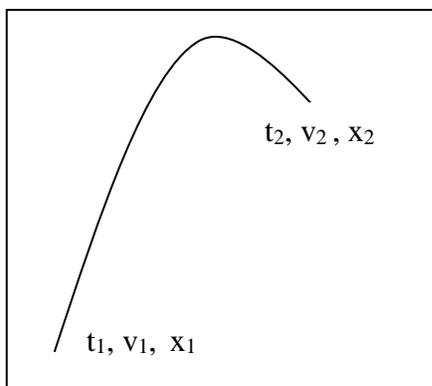


Fig 2. Movimento real

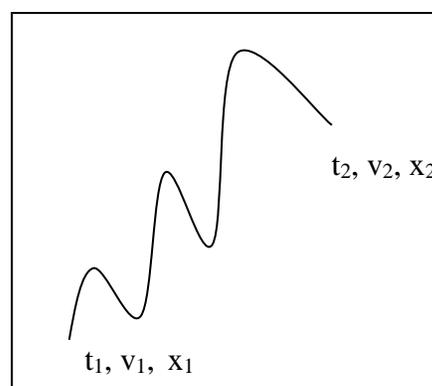


Fig 3. Movimento imaginado

Se calcularmos a energia cinética⁵³⁰ em cada instante do caminho da figura 3, subtrairmos da energia potencial⁵³¹ e integrarmos em relação ao tempo durante o caminho completo, constataremos que o número obtido é maior do que o resultado para o movimento real, ilustrado pela figura 2. Em outras palavras, podemos calcular a energia cinética menos a energia potencial e integrar em qualquer trajetória que quisermos:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - mgx \right] dt$$

A trajetória verdadeira é aquela para a qual a integral acima tem o menor valor. Se desprezarmos as forças dissipativas em um sistema, tais com as forças de atrito e resistência do ar, a segunda lei de Newton poderia, ao invés de ser escrita na forma $F=ma$, ser enunciada da seguinte maneira: a energia cinética média menos a energia potencial média é a menor possível para a trajetória de um objeto movendo-se de um ponto para outro.

Maupertuis finalizou o seu raciocínio com um parágrafo que deixa claro que, para ele, o princípio da mínima ação não se resumia a uma lei natural e sim como um exemplo pelo qual age uma “inteligência superior” responsável, para o filósofo, por toda e qualquer ação natural e que atua com o propósito de poupar (*épargne*) a Natureza:

Não se pode duvidar que todas as coisas são reguladas por um Ser Supremo que, quando imprimiu à matéria forças que atestam o seu poder, destinou-a a executar os efeitos que marcam a sua sabedoria; e a harmonia destes dois atributos é tão perfeita que, sem dúvida, todos os fenômenos da Natureza se poderiam deduzir de cada um deles tomado separadamente. Uma mecânica cega e necessária obedece aos desígnios da inteligência mais esclarecida e mais livre, e se nosso espírito fosse suficientemente vasto, veria igualmente as causas dos fenômenos

⁵³⁰ Energia associada ao movimento do corpo.

⁵³¹ Energia associada a posição do corpo em um campo gravitacional.

físicos, seja calculando as propriedades dos corpos, seja procurando o que havia de mais conveniente para eles executarem.⁵³²

5.3 A importância do princípio da mínima ação para a Mecânica:

Pelo que foi exposto na seção anterior, percebemos que Maupertuis assumiu que há uma analogia entre a luz e corpos em movimento. O conceito de ação, então, pode ser interpretado como um movimento que precisa de uma causa contínua: “Uma certa ação é necessária para transportar um corpo de um ponto a outro. Esta ação depende da velocidade e da distância que ele atravessa”.⁵³³ Estaria Maupertuis pensando em ‘força’ quando formulou seu conceito e ‘ação’? Acreditamos que não, pois, a ‘ação’ aparece na medida em que um corpo se move de um lugar para outro com uma determinada velocidade. Maupertuis esclareceu que para uma partícula a quantidade de ação é “a soma das distâncias, cada uma multiplicada pela velocidade que um corpo passa através dela”, ou seja, a soma do produto da velocidade e da distância percorrida pela partícula.⁵³⁴ De fato, o conceito de ação parece não exprimir uma ‘força’ propriamente - ou melhor, como a causa dos efeitos - e sim uma atividade dessa força. Não se trata de um princípio puramente cinemático, mas sim de um princípio teleológico que substitui o conceito de ‘força’ e se coloca entre o observador e o conhecimento do efeito.

Quando discutimos a controvérsia mv e mv^2 no item 4.4, mostramos que d’Alembert afirmou que essas equações, na verdade, expressam efeitos e não a causa do movimento em si. Tudo indica que Maupertuis também fez essa distinção. Mas, no caso de d’Alembert, foi considerado que a verdadeira causa era transcendente ao conhecimento e que não poderia, portanto, ser expresso em uma equação matemática. Maupertuis colocou a equação no mesmo patamar das verdadeiras causas. Além disso, percebemos que d’Alembert fez uso

⁵³² Maupertuis, P. L., “Accord de différentes loix de la nature qui avoient jusqu’ici paru incompatible” em: *Collection Académique, composée des mémoires, Actes ou journaux des plus Célèbres ACADÉMIES & SOCIÉTÉS LITTÉRAIRES de l’Europe concernant L’HISTOIRE NATURELLE, LA BOTANIQUE, LA PHYSIQUE, LA CHYMIE, LA CHIRURGIE, L’ANATOMIE, LA MÉCANIQUE, &Cc.* P 21. Apud Fitas, A. J.S., *O Princípio da Menor Ação: uma história de Fermat a Lagrange (acompanhado de uma coletânea de textos)*, Caleidoscópio Edição Artes Gráficas AS, 2012.

⁵³³ Idem p 17

⁵³⁴ “à la somme des espaces multipliés chacun par la vitesse avec laquelle le corps les parcourt” (idem)

do conceito de ‘causa eficiente’ e Maupertuis, de ‘causa final’, ou seja, enquanto um desloca a questão de causa eficiente para o ‘efeito’, o outro parte do ‘efeito’ para a causa final.

D’Alembert mostrou no verbete *causas finais* citando “a natureza tem horror ao vácuo” que a metafísica das causas finais é estéril e perigosa. O filósofo também criticou um segundo princípio metafísico usado por Leibniz que afirma que “a natureza prefere sempre os caminhos mais curtos e mais rápidos”, mostrando que o princípio nos induz ao erro. Ainda que seja verdade que “na reflexão nos espelhos planos e convexos, o caminho de um raio é o mais curto possível isso não ocorre nos espelhos côncavos”⁵³⁵, além disso, no caso da refração o caminho preferencial é aquele que ocorre no menor tempo. Por que preferir o tempo à distância senão por uma razão puramente arbitrária? A explicação das ‘causas finais’, portanto, não é única.

No artigo *ação*⁵³⁶ da *Encyclopédia*, o autor elogiou Maupertuis por ter “conseguido combinar a metafísica das causas finais com as verdades fundamentais da mecânica”⁵³⁷. No entanto, parece que houve uma concessão, pois, d’Alembert mostrou-se curioso de ver como Maupertuis se apoiou nos princípios das causas finais para encontrar algumas leis da natureza “desde que tenhamos determinado as leis depois dos princípios da mecânica claros e incontestáveis.”⁵³⁸

Ou seja, para d’Alembert, o princípio de Maupertuis não deve de nenhuma maneira às causas finais e sim à física. Isso fica mais claro quando no *Elementos da Filosofia* é declarado definitivamente que é preciso expulsar da ciência “as demonstrações que muitos

⁵³⁵ En effet, il est vrai que dans la réflexion sur les miroirs plans & convexes, le chemin du rayon est le plus court qu’il est possible: mais il n’en est pas de même dans les miroirs concaves; & il est aisé de démontrer que souvent ce chemin, au lieu d’être le plus court, est le plus long. (idem)

⁵³⁶ D’Alembert, J. R., *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, etc.*, eds. Denis Diderot and Jean le Rond D’Alembert. University of Chicago: ARTFL Encyclopédie Project (Spring 2011 Edition), Robert Morrissey (ed), <http://encyclopedie.uchicago.edu/>, (1750), 110

⁵³⁷ “su allier la métaphysique des causes finales avec les vérités fondamentales de la mécanique...” (d’Alembert, 1750, 119)

⁵³⁸ “... pourvû qu’on ait commencé par déterminer ces lois d’après des principes de mécanique clairs & incontestables. (d’Alembert, 1755, 789)

filósofos deram das leis do movimento baseando-se nas causas finais, ou seja, do ponto de vista que o Autor da natureza tinha a oferecer ao estabelecer essas leis”⁵³⁹.

Foi exposto, ainda nesse artigo, como Maupertuis formulou o princípio da mínima ação baseando-se numa reflexão sobre o princípio de Fermat e sobre a teoria corpuscular da luz de Newton. A dificuldade que Maupertuis se confrontou foi a incompatibilidade entre o princípio de Fermat e a teoria corpuscular, explicou-nos d’Alembert. A primeira, fundada metafisicamente sobre a hipótese de um tempo de percurso mínimo dos raios luminosos se exprime, como sabemos, na lei da relação constante dos senos dos ângulos de incidência e do refratado, relação que está em razão direta com as velocidades. A teoria corpuscular da luz leva à razão inversa. Maupertuis, colocando como princípio metafísico a existência de uma quantidade “fornecida pela natureza”⁵⁴⁰, concordou com a relação mecânica corpuscular considerando por quantidade mínima não mais o tempo percorrido, e sim o produto da massa pela velocidade e pelo espaço percorrido, chamado por ele de “quantidade de ação” conciliando, assim, a explicação de Newton com princípios metafísicos.

Maupertuis, como já afirmado, assumiu que há uma analogia entre a luz e as partículas em movimento em “*A harmonia das diferentes leis da natureza que até hoje pareciam incompatíveis*” (1744)⁵⁴¹. O conceito de ação é baseado na ideia de que o movimento precisa de uma causa contínua. Quando um corpo é transportado de um ponto para outro, afirmou Maupertuis⁵⁴², é preciso uma ação. Então, pensamos que não é errado concluir que o conceito de ação se origina, de fato, da mecânica.

⁵³⁹ “(...)les demonstrations que plusieurs philosophes ont données des lois du mouvement d’après les causes finales, c’est à dire d’après les vues que l’auteur de la nature a dû se proposer en établissant ces lois” em: *Ouvres Complètes de D’Alembert*, Tome premier, I^{re} Partie. Contenant: Éloge de d’Almbert- Mémoire de d’Alembert, Portrait de d’Alembert- Discours Préliminaire de l’Encyclopédie. - Explications du Système Figuré – Explications de Systeme de Bacon – Élémens de Philosophie, Paris, 1821. p 313

⁵⁴⁰ Cette quantité d'action, dit - il, est la vraie dépense que la nature ménage. (d’Alembert, 1750, 119)

⁵⁴¹ Maupertuis, “Accord des différentes loix...” em *Collection Académique, composée des mémoires, Actes ou journaux des plus Célèbres ACADÉMIES&SOCIÉTÉS LITTÉRAIRES de l’Europe concernant L’HISTOIRE NATURELLE, LA BOTANIQUE, LA PHYSIQUE, LA CHYMIE, LA CHIRURGIE, L’ANATOMIE, LA MÉCANIQUE, &Cc.*

⁵⁴²Cf. Maupertuis, “Accord des différentes loix de la nature qui avoiet jusquici paru incompatibles” em *Collection Académique, composée des mémoires, Actes ou journaux des plus Célèbres ACADÉMIES&SOCIÉTÉS LITTÉRAIRES de l’Europe concernant L’HISTOIRE NATURELLE, LA BOTANIQUE, LA PHYSIQUE, LA CHYMIE, LA CHIRURGIE, L’ANATOMIE, LA MÉCANIQUE, &Cc.*

Uma observação rápida antes de prosseguirmos: No século XVII, havia uma controvérsia sobre a natureza da luz. Duas teorias eram concorrentes: a teoria corpuscular de Newton e a teoria ondulatória de Huygens. Ambas as teorias explicavam de forma satisfatória os fenômenos de reflexão e de refração. Em 1803, Thomas Young realizou uma importante experiência utilizando uma fenda dupla cujos resultados encontrados (a primeira medida experimental do comprimento de onda da luz) reforçaram as ideias de Huygens. Os debates prosseguiram, mas a hegemonia da teoria ondulatória aumentou consideravelmente com a teoria proposta por Maxwell no século XIX: a de que a luz era uma onda eletromagnética. Em 1905, Albert Einstein publicou um artigo que desafiava a teoria ondulatória da luz, argumentando que a luz interage com a matéria não como ondas contínuas, como Maxwell havia visualizado, mas como minúsculos “pacotes” de energia que nós agora chamamos de fótons. Essa teoria aponta que a luz tem um caráter dual, ou seja, pode ser considerada tanto onda como partícula.

Retomando: A comparação que Maupertuis fez entre os fenômenos ópticos e as leis da mecânica dá-nos margem para crer que a luz, para ele, poderia ser considerada como um fenômeno mecânico. Vale lembrar que Maupertuis explicou o conceito de ‘ação’ usando como modelo o movimento de uma partícula:

Quando um corpo é transportado de um ponto a um outro, é preciso para isso uma certa ação, essa ação depende da velocidade que o corpo possui & do espaço que ele percorre, mas ela não é nem o espaço nem a velocidade tomados separadamente.⁵⁴³

Mas há algo acrescentar: por ser uma lei que as forças precisam obedecer, o princípio da mínima ação, em termos ontológicos, não é somente um princípio de ações, mas também de forças. Assume-se que as forças têm uma base na estrutura da realidade. Dessa forma, o conceito de ação pôde ser estendido para a mecânica não porque luz e matéria tenham uma natureza substancial similar, mas também porque elas têm a mesma natureza estrutural. Voltaremos mais tarde a aprofundar a análise dessa observação.

Maupertuis aplicou esse princípio na óptica, na dinâmica e na estática e ainda, baseado nele, derivou a prova da existência de Deus. Teria, de fato, para Maupertuis, a luz

⁵⁴³ “Lorsqu’un corps est porté d’un point à un autre, il faut pour cela une certaine action, cette action dépende de la vitesse qu’a le corps & de l’espace qu’il parcourt; mais elle n’est ni la vitesse ni l’espace pris séparément. (...) [idem p51].

e a matéria uma natureza substancial similar? No artigo de Maupertuis, ficou explícito que tanto os fenômenos ópticos quanto os mecânicos podem, para ele, ser explicados pelas mesmas leis. E assim, o fato de a luz andar em linha reta em um meio uniforme corresponde ao fato de um corpo caminhar em linha reta com velocidade constante a menos que uma força atue sobre ele - este é o princípio da inércia na mecânica. A lei da reflexão da luz pode ser demonstrada ao fazer colidir obliquamente uma bola com uma superfície. Verificaremos que o ângulo de incidência será igual ao ângulo de reflexão reforçando a equivalência ente os fenômenos óticos e mecânicos. No caso da terceira lei da óptica, a lei da refração, Maupertuis não encontrou uma situação semelhante correspondente na mecânica em que um corpo passe de um meio para outro com uma resistência diferente.

Recapitulando a discussão: partindo de um trabalho de Fermat chegamos à conclusão de que a velocidade da luz é *menor* nos meios mais densos e que o trajeto da luz seria aquele no qual o tempo do percurso era o mínimo possível. No entanto, pela teoria cartesiana que considera a luz como constituída de partículas chegamos a uma conclusão diferente: a de que a luz deveria ter uma velocidade *maior* nos meios mais densos. Maupertuis resolveu esse conflito propondo que o caminho preferido pela luz seria aquele no qual a *quantidade de ação* fosse mínima, sendo a ‘ação’ definida como o produto da massa pela velocidade e pela distância percorrida pela partícula⁵⁴⁴. Ao discutir as várias explicações para as leis da refração que até então já havia sido propostas, Maupertuis dividiu as explicações em três classes, sendo que as duas primeiras são baseadas em princípios que também se aplicam a corpos materiais. Uma compreenderá todas as explicações que admitem somente os “mais simples e comuns princípios mecânicos”⁵⁴⁵, a outra, as explicações que assumem, juntamente com os princípios mecânicos, “uma tendência da luz se dirigir em direção ao corpo, seja como uma atração da matéria, seja como efeito de alguma causa”⁵⁴⁶. A terceira classe, enfim, compreende as explicações que se baseiam somente em princípios metafísicos. São “as leis as quais a própria natureza

⁵⁴⁴ Idem

⁵⁴⁵ “principes les plus simples et les plus ordinaires de la Mécanique.” [idem p48]

⁵⁴⁶ “une tendance de la lumiere vers les corps, soit qu’on la considere comme une attraction de la matiere, soit comme l’effet de telle cause qu’on voudra.” [idem p 48]

parece ter sido guiada por uma inteligência superior que na produção dos efeitos procede sempre da maneira mais simples”⁵⁴⁷. Curiosamente, Maupertuis escolheu o caminho da metafísica em detrimento dos princípios mecânicos. Se as forças não são conhecidas de forma suficiente para elaborarmos uma explicação mecânica para um determinado fenômeno, por que não nos baseamos em princípios metafísicos para tentar explicá-lo ao invés de ficarmos recorrendo às características mais complexas? Essa seria certamente uma possível pergunta feita por Maupertuis que explicaria sua preferência e todo o seu discurso anterior.

Quanto à questão colocada acima se teria ou não, para Maupertuis, a luz e a matéria a mesma natureza substancial, Mary Terral, autora do livro *The man who flattened the earth: Maupertuis and the sciences in the enlightenment*, responderia afirmativamente. Segundo Terral, todo o argumento de Maupertuis assume que a luz tem um caráter corpuscular e que para extirpar a anomalia que ele encontrou entre o fenômeno óptico da refração e um não-correspondente fenômeno mecânico, ele sugeriu destacar a semelhança fundamental entre os corpúsculos de luz e os corpos macroscópicos. Se a luz é corpuscular e obedece a um princípio mínimo, corpos maiores deveriam seguir o mesmo exemplo, disse Terral. Seguindo esse paralelo, ela concluiu que a suposição de Maupertuis sobre a teoria corpuscular da luz o levou a uma mecânica não-newtoniana.⁵⁴⁸

No entanto, não há nenhuma afirmativa clara no texto de Maupertuis para essa questão e podemos, inclusive, permitimo-nos uma outra resposta. Em termos ontológicos, o princípio da mínima ação é uma lei que uma “força” precisa obedecer e acreditamos que isso é o mesmo que dizer que a força tem uma base na estrutura da realidade material e podemos entender que o princípio constitui uma transição da fundação substancial para uma estrutural da força já mencionado anteriormente.

No verbete *ação* d’Alembert propôs uma resolução para o problema do princípio de Maupertuis quando aplicado à luz incidindo em um meio diferente, ou seja, quando refratada, concordar com a lei de Fermat sobre a constância dos senos, mas com uma

⁵⁴⁷ “ de ces loix auxquelles la nature elle-même paroît avoir été assujettie par une intelligence supérieure qui, dans la production de les effets, la fait toujours procéder de la maniere la plus simple”. [idem p 48]

⁵⁴⁸Cf. Terral, M., *The man who flattened the earth:Maupertuis and the sciences in the enlightenment*, The University of Chicago Press, London, 2002. pp 177,178

relação inversa das velocidades⁵⁴⁹. E disse ser “estranho que muitos Filósofos que escreveram sobre a refração, não terem imaginado uma maneira tão simples de conciliar a metafísica com a mecânica; era necessário para tanto fazer uma pequena mudança no cálculo de Fermat”.⁵⁵⁰ Essa citação de d’Alembert é bem curiosa, pois, a ‘pequena mudança’ consiste em substituir a relação de Fermat $dS_1/v_1 + dS_2/v_2 = 0$ - onde dS_1 e dS_2 correspondem, respectivamente ao espaço percorrido no primeiro meio e no segundo meio e v_1 e v_2 , às respectivas velocidades -, por $v_1 dS_1 + v_2 dS_2 = 0$. Ora, sabemos que matematicamente essa mudança está longe de poder ser considerada mínima. Por que d’Alembert a considerou, então, pequena? Paty respondeu a essa pergunta dizendo que, aos olhos de d’Alembert, realmente, esses dois princípios são profundamente análogos.⁵⁵¹ De fato, o mais importante para d’Alembert não é a função matemática e sim a ideia da existência de um mínimo!

Qualquer parte que pegarmos sobre a Metafísica que lhe serve de base, como sobre a noção que M. de Maupertuis deu a quantidade de ação, não será menos verdade que o produto do espaço pela velocidade ser um minimum nas leis mais gerais na natureza.⁵⁵²

Sem dúvida, assim considerado, foi realmente uma pequena mudança.

Aplicando o princípio da mínima ação à teoria dos choques, Maupertuis mostrou que os resultados são válidos não somente para choques elásticos - aos quais se aplica a conservação das forças vivas - como também para choques inelásticos. A partir daí, Maupertuis generalizou o princípio da mínima ação para toda a mecânica.

⁵⁴⁹ A antinomia do princípio de Fermat e o princípio de ação mínima trata-se, na verdade, da antinomia entre as concepções ondulatória (de Christiaan Huygens) e a corpuscular (de Newton) da luz.

⁵⁵⁰ “Il est singulier que tant de Philosophes qui ont écrit sur la réfraction, n'ayent pas imaginé une maniere si simple de concilier la métaphysique avec la mécanique; il ne falloit pour cela que faire un assez léger changement au calcul fondé sur le principe de M. de Fermat.” (d’Alembert, 1750, 119)

⁵⁵¹ Cf. Paty, M., *Theorie et Pratique de la Connaissance chez D’Alembert*, tese de doutorado., Université des Sciences Humaines, Strasbourg, 1977. p 318.

⁵⁵² Quelque parti qu'on prenne sur la Métaphysique qu lui sert de base, ainsi que sur la notion que M. de Maupertuis a donnée de la quantité d'action, il n'en sera pas moins vrai que le produit de l'espace par la vitesse est un *minimum* dans les lois les plus générales de la nature. (d’Alembert, 1750, 119)

Enfim, após ser matematicamente depurada e liberta de seus ardis teológicos⁵⁵³, tornou-se um princípio fundamental na mecânica analítica. Os conceitos de ação, *vis viva* ou ‘energia’ como mais tarde veio a ser chamada, não foram reconhecidos por Newton como importantes⁵⁵⁴, mas afastaram, no entanto, *a posteriori*, o conceito newtoniano de ‘força’ do seu lugar no centro da física moderna.

Para d’Alembert, no conceito ‘quantidade de ação’ não há nada além do que uma função matemática de velocidade e de espaço. Esta é uma característica geral de todo conceito físico aos olhos do filósofo que no verbete *cosmologia* da *Enciclopédia* deixou isso claro.

Em geral, todos os teoremas sobre a ação definidos como quiserem, sobre a conservação das forças vivas, sobre o movimento nulo ou uniforme do centro de gravidade e sobre outras leis semelhantes, são apenas teoremas matemáticos mais ou menos gerais, e não princípios filosóficos.⁵⁵⁵

Porém, os limites são todos tangenciados claramente por um outro conceito: força. E, como vimos no capítulo anterior, mais precisamente no item 4.4 no artigo ‘força’ na *Enciclopédia*, o autor do *Tratado da Dinâmica* reduz toda a polêmica acima à questão de ‘definição’.

5.4 A crítica recebida após o seu nascimento.

Apesar de sua grande importância, o princípio da mínima ação teve um nascimento confuso e rodeado de disputas. Em 1751, por exemplo, Maupertuis foi acusado pelo holandês Samuel Koenig (1712-1757) por ter copiado a ideia de Leibniz. Koenig apresentou uma carta em que Leibniz teria anunciado em 1707 o princípio. Iniciou-se uma grande polêmica contada por vários autores onde Maupertuis responde diretamente somente a algumas dessas críticas. A controvérsia envolveu François Marie Arouet, o nosso famoso

⁵⁵³ O seu argumento de que o princípio fornecia uma prova metafísica da existência de Deus não tinha grande fundamento, pois, a ação despendida toma sempre um valor extremo, mas por vezes ele é máximo e não mínimo.

⁵⁵⁴ Na verdade, ele não possuía esses conceitos.

⁵⁵⁵ En général tous les théoremes sur l'action définie comme on voudra, sur la conservation des forces vives, sur le mouvement nul ou uniforme du centre de gravité, & sur d'autres lois semblables, ne sont que des théoremes mathématiques plus ou moins généraux, & non des principes philosophiques. (d’Alembert, 4, 294)

Voltaire que assumiu a defesa de Koenig e o grande defensor de Maupertuis: Leonhard Euler que apresentou uma versão do princípio da mínima ação sob forma de uma integral cuja variação seria nula, servindo como ponto de partida para os desenvolvimentos posteriores de Lagrange, Hamilton e outros.⁵⁵⁶ Mas, como dissemos no início do capítulo, o estudo que aqui apresentamos sobre o princípio da mínima ação visa esclarecer em que medida podemos dizer que existe uma correlação entre ideias científicas, conjecturas metafísicas e também em que medida a linguagem matemática serve para descrever a natureza. A estratégia que usamos para melhor entender essas questões, assim como esclarecer como os conceitos mecânicos passaram a ser vinculados às estruturas espaço-temporais não mais havendo necessidade de se referir às substâncias individuais, foi analisar detalhadamente a crítica feita ao princípio em tela por uma figura-chave do século do Iluminismo: d'Alembert. Considerado um dos maiores matemáticos e físicos de seu tempo, d'Alembert foi quem ajudou a desenvolver novos métodos de cálculo matemático e unificou os princípios da mecânica dos sólidos e dos fluidos⁵⁵⁷. Mas não nos limitaremos a isso. Na próxima seção examinaremos melhor a atuação de Euler nessa parte da história.

O artigo “causa” na *Encyclopédia* tem um caráter geral e possui seis sub-artigos dos quais d'Alembert escreveu dois: “Causas finais” e “causa, na mecânica & na física”.⁵⁵⁸ O

⁵⁵⁶ Cf. Le Ru, Veronique, *d'Alembert philosophe*, J. Vrin, 1994, p 102/ Boudri, J. Christian. *What Was Mechanical About Mechanics: the Concept of Force Between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange*, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2002. cap 5/ Terral, M., *The man who flattened the earth:Maupertuis and the sciences in the enlightenment*, The University of Chicago Press, London, 2002, cap 9/ Hankins, Thomas L. *Jean d'Alembert: science and the Enlightenment*, Oxford University Press, 1970, [1990], p,52-53. / MARTINS, Roberto de Andrade & SILVA, Ana Paula Bispo da. Voltaire, Maupertuis e o debate sobre o princípio de ação mínima no século XVIII: aspectos científicos e extra-científicos. [Voltaire, Maupertuis and the debate about the principle of least action in the 18th century: scientific and extrascientific features]. *Filosofia Unisinos* 8 (2): 146-169, 2007.

⁵⁵⁷ As primeiras contribuições de d'Alembert em matemática trataram dos problemas de integração de sistemas de equações diferenciais. O filósofo forneceu a solução de diversos sistemas de equações que aparecem nos problemas de integração de funções racionais que são expressas sob a forma de quociente de polinômios, e estudou a condição de integrabilidade das equações diferenciais lineares. Outra contribuição importante diz respeito às equações com derivadas parciais, cuja teoria ele foi o primeiro a desenvolver. De maneira geral, as equações com derivadas parciais ainda não tinham sido nem resolvidas nem consideradas sistematicamente como um objeto próprio de análise. Tendo sido levado a elas por causa de problemas da física, a resolução das equações permitiu matematizar a física dos meios contínuos (fluidos) tão bem como a dos campos definidos sobre o *continuum* espacial. Esses foram apenas alguns exemplos. [Cf.Paty, Michel. *D'Alembert- A razão físico matemática no século do Iluminismo*. Tradução: Flávia Nascimento. São Paulo: Estação Liberdade, 2005. Cap 5]

⁵⁵⁸ Os outros quatro sub-artigos são sobre o uso dos termos médicos, judiciários e clesiásticos.

artigo geral foi escrito por Abbé Yvon e tratou apenas o problema mente-corpo, questões sobre que tipo de causalidade podem existir quando a mente é livre e ativa e o corpo determinado e passivo. O sub-artigo “causas finais” pode ser visto como uma transição de artigo geral para o sub-artigo. O sub-artigo “causa, na mecânica & na física” já foi discutido no capítulo anterior, no item 4.3. D’Alembert definiu o conceito de causa final na *Encyclopédia*⁵⁵⁹ somente implicitamente, incluindo nele um princípio metodológico:

O princípio de causas finais consiste em procurar as causas dos efeitos da natureza por um fim que seu autor precisa ter tido em mente quando produziu estes efeitos. Podemos dizer de modo mais geral que o princípio das causas finais é encontrar as leis dos fenômenos por princípios metafísicos.⁵⁶⁰

D’Alembert manifestou-se contra esse princípio e percebemos que essa objeção sobre a ideia aristotélica de que a natureza luta para alcançar um determinado fim tem uma natureza epistemológica. As “causas finais” de Aristóteles não tem espaço na filosofia natural de d’Alembert, pois, de fato, o conceito de causa final e a visão mecanicista da matéria como passiva são ideias contraditórias.

Seguindo o artigo:

Esse termo foi muito usado na Filosofia antiga, onde se tornava a razão de muitos fenômenos, de alguma maneira, por tantos os bons quantos os maus princípios metafísicos.⁵⁶¹

O filósofo mostrou que é exatamente na possibilidade de conhecer e aplicar os princípios metafísicos que nos deparamos com um muro intransponível.

Por exemplo: a água sobe nas bombas porque a matéria tem horror ao vácuo; eis um princípio metafísico absurdo pelo qual explicou-se o fenômeno. Como o chanceler Bacon, esse gênio sublime, não parecia fazer muito uso das causas finais na física. *Causarum finalium, disse ele, investigatio sterilis est, & tanquam virgo Deo consecrata, nil parit. De augm. scient. lib. III. c. v.* Quando o grande gênio assim falava, ele certamente tinha em mente o princípio das causas finais, utilizado até mesmo de uma forma mais razoável do que os escolásticos a

⁵⁵⁹ *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, etc.*, eds. Denis Diderot and Jean le Rond D’Alembert. University of Chicago: ARTFL Encyclopédie Project (Spring 2011 Edition), Robert Morrissey (ed), <http://encyclopedia.uchicago.edu/>.

⁵⁶⁰ “Causes finales. (*Métaphys.*) Le principe des *causes finales* consiste à chercher les *causes* des effets de la nature par la *fin* que son auteur a dû se proposer en produisant ces effets. On peut dire plus généralement, que le principe des *causes finales* consiste à trouver les lois des phénomènes par des principes métaphysiques”. (d’Alembert, 1755, 789)

⁵⁶¹ “Ce mot a été fort en usage dans la Philosophie ancienne, où l’on rendoit raison de plusieurs phénomènes, tant bien que mal, par des principes métaphysiques aussi tant bons que mauvais.” (d’Alembert, 1755, 789)

utilizavam. Porque horror ao vácuo, por exemplo, é um princípio mais do que estéril, pois, é um princípio absurdo.⁵⁶²

Após dizer que a natureza que percebemos é muito pequena e o objetivo do Criador sempre nos escapará, d'Alembert criticou um segundo princípio metafísico usado por Leibniz para explicar as leis que regem o fenômeno da luz: “a natureza prefere sempre os caminhos mais curtos e mais rápidos”⁵⁶³.

De fato, é verdade que na reflexão nos espelhos planos & convexos, o caminho de um raio é o mais curto possível: porém, isso não ocorre nos espelhos côncavos; & é fácil demonstrar que os raios seguem o caminho, ao invés do mais curto, o mais longo.⁵⁶⁴

A conclusão de d'Alembert é clara: nenhum conhecimento confiável sobre a natureza pode ser fundamentado pelos princípios metafísicos que são estéreis, absurdos e perigosos. D'Alembert citou Maupertuis e Fermat nesse artigo criticando de forma positiva principalmente a postura do primeiro. Já que é perigoso servir-se das *causas finais a priori* para encontrar as leis dos fenômenos

pode ser útil e ao menos curioso de ver como os princípios das causas finais são consistentes com as leis dos fenômenos desde que tenhamos determinado as leis depois dos princípios da mecânica claros e incontestáveis. E isso foi o que M. de Maupertuis se propôs a fazer em relação à refração em particular no memória impressa entre aqueles da academia de ciências, 1744.⁵⁶⁵

De fato, como dissemos no item anterior, em 1744 Maupertuis apresentou para a *Academie Royale* um artigo intitulado “A harmonia das diferentes leis da natureza que até

⁵⁶² Par exemple on disoit: *l'eau monte dans les pompes, parce que la matiere a horreur du vuide*; voilà le principe métaphysique absurde par lequel on expliquoit ce phénomène. Aussi le chancelier Bacon, ce génie sublime, ne paroît pas faire grand cas de l'usage des *causes finales* dans la Physique. *Causarum finalium*, dit - il, *investigatio sterilis est, & tanquam virgo Deo consecrata, nil parit. De augm. scient. lib. III. c. v.* Quand ce grand génie parloit ainsi, il avoit sans doute en vû le principe des *causes finales*, employé même d'une maniere plus raisonnable que ne l'employoient les scholastiques. Car l'horreur du vuide, par exemple, est un principe plus que stérile, puisqu'il est absurde. (d'Alembert, 1755, 789)

⁵⁶³ La nature, dit - il, agit toujours par les voies les plus simples & les plus courtes. (idem)

⁵⁶⁴ En effet, il est vrai que dans la réflexion sur les miroirs plans & convexes, le chemin du rayon est le plus court qu'il est possible: mais il n'en est pas de même dans les miroirs concaves; & il est aisé de démontrer que souvent ce chemin, au lieu d'être le plus court, est le plus long. (idem)

⁵⁶⁵ il peut être utile, & il est au moins curieux de faire voir comment le principe des *causes finales* s'accorde avec les lois des phénomènes, pourvu qu'on ait commencé par déterminer ces lois d'après des principes de mécanique clairs & incontestables. C'est ce que M. de Maupertuis s'est proposé de faire à l'égard de la réfraction en particulier, dans un *mémoire imprimé parmi ceux de l'académie des Sciences, 1744.* (idem)

aqui pareciam incompatíveis”⁵⁶⁶ onde ele introduziu o termo “quantidade de ação” – que d’Alembert comentou no verbete ‘ação’ – ao buscar um princípio no campo da óptica.

Vale repetir que Maupertuis aplicou esse princípio na óptica, na dinâmica e na estática e ainda, baseado nele, derivou a prova da existência de Deus:

Não se pode duvidar que todas as coisas sejam regidas por um Ser supremo que, ao mesmo tempo que imprimiu forças à matéria que atestam sua potência, a destinou a executar tarefas que confirmam Sua sabedoria. E a harmonia desses dois atributos é tão perfeita que sem dúvida, todos os fenômenos da Natureza poderão ser deduzidos de cada um tomado separadamente. Uma mecânica cega e necessária obedece ao traçado da Inteligência mais esclarecida e mais livre e se nosso espírito fosse suficientemente vasto, ele via igualmente as causas dos fenômenos físicos, seja calculando as propriedades dos corpos ou buscando o que houvesse de mais conveniente para ser executado por eles.⁵⁶⁷

Ou seja, ele atribuiu um valor de prova para as leis na base da evidência matemática e a universalidade, na base da relevância da leis. Se essas leis podem ser derivadas de um Ser Supremo, para Maupertuis, isso seria uma prova poderosa da existência de Deus. Essa prova, que nasce de um argumento equivocado⁵⁶⁸, não passou despercebida aos olhos de d’Alembert que mencionou o ponto de vista físico-teológico de Maupertuis de uma maneira bastante positiva. É curiosa essa postura simpática de d’Alembert em relação à Maupertuis, pois, o princípio da mínima ação pode ser descrito como se utilizasse, em certo sentido, a ideia das causas finais. Um princípio teleológico é colocado entre nós e nosso conhecimento dos efeitos: o movimento seguido pelo sistema, do ponto de partida até o ponto de chegada já é conhecido. E isso, como ficou claro no capítulo anterior, foi considerado um absurdo para d’Alembert. Como já dissemos, enquanto d’Alembert buscou

⁵⁶⁶ Maupertuis, P. L., “Accord de différentes loix de la nature qui avoient jusqu’ici paru incompatible” em: *Collection Académique, composée des mémoires, Actes ou journaux des plus Célèbres ACADÉMIES & SOCIÉTÉS LITTÉRAIRES de l’Europe concernant L’HISTOIRE NATURELLE, LA BOTANIQUE, LA PHYSIQUE, LA CHYMIE, LA CHIRURGIE, L’ANATOMIE, LA MÉCANIQUE, &Cc.* Visualização completa na internet. Citado em: Clark, W., Golinski, J., e Schaffer, S., *The Sciences in enlightened Europe*, The University of Chicago Press, Chicago, London, 1999 [no capítulo 8 escrito por Mary Terral (Metaphysics, Mathematics, and the Gendering of Science in Eighteenth-Century France)] p 249.

⁵⁶⁷ “On ne peut pas douter que toutes choses ne soient réglées par un Etre suprême qui, pendant qu’il a imprimé à la matière des forces qui dénotent sa puissance, l’a destinée à exécuter des effets qui marquent sa sagesse; & l’harmonie de ces deux attributs est si parfaite, que sans doute tous les effets de la Nature se pourroient déduire de chacun pris séparément. Une mécanique aveugle & nécessaire suit les desseins de l’Intelligence la plus éclairée & la plus libre, & si notre esprit étoit assez vaste, il verroit également les causes des effets Physiques, soit en calculant les propriétés des corps, soit en recherchant ce qu’il y avoit de plus convenable à leur faire exécuter”. [ibid p52].

⁵⁶⁸ Se $A \rightarrow B$, e se B é verdadeiro, então A é verdadeiro.

deslocar a questão da *causa eficiente* para ao *efeito*, Maupertuis foi do *efeito* para a *causa final*.

Talvez seja exatamente a prova da existência de Deus, mencionada por ele em seu artigo, que seja o responsável pela empatia de d'Alembert pelo princípio da mínima ação, pois, através desse princípio vemos que é possível basear a teologia natural em princípios mecânicos.

5.5 A Ação de Euler.

Por ser uma lei que as forças precisam obedecer, o princípio da mínima ação, em termos ontológicos, não é somente um princípio de ações, mas também de forças. Assume-se, como já dissemos e agora tentaremos esclarecer, que as forças têm uma base na estrutura da realidade. Dessa forma, o conceito de ação pôde ser estendido para a mecânica, na nossa opinião, não pela possibilidade de a luz e a matéria terem uma natureza substancial similar, mas sim por elas terem a mesma natureza estrutural.

Em 1744, em um artigo intitulado *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio pblematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*,⁵⁶⁹ Euler formulou a fundamentação matemática do princípio da mínima ação. Neste trabalho, encontramos o método desenvolvido por Euler para encontrar curvas que, sob condições particulares, exibem características específicas para um maior ou menor grau⁵⁷⁰. Tal método se tornou necessário já no final do século XVII quando Johann I. Bernoulli estudou o problema da braquistócrona: a trajetória de uma partícula que, sujeita a um campo gravitacional constante, sem atrito e com velocidade inicial nula, se desloca

⁵⁶⁹ Método para encontrar as linhas curvas que gozam das propriedades de máximo e mínimo ou a solução do problema dos isoperímetros no seu sentido mais amplo. Visualização completa na internet.

⁵⁷⁰ Segundo o teorema de Euler, quando uma partícula viaja entre dois pontos fixos, ela toma o caminho para o qual $\int v(\mathbf{r})d\mathbf{r}$ é mínimo. Seu resultado é baseado no cálculo de variações. O que Euler demonstra é que a integral da ação é um mínimo, um máximo ou mesmo um ponto intermediário de derivada nula. O princípio na forma que foi enunciado por Euler é relativo às trajetórias virtuais que são vizinhas à trajetória real da partícula. “A diferença entre as integrais $\int v d\mathbf{r}$ tomadas ao longo da trajetória real e dos caminhos virtuais vizinhos, entre os dois pontos, é uma grandeza infinitesimal de segunda ordem; os caminhos virtuais considerados são aqueles com velocidades que resultem na mesma energia que aquela suposta para a partícula”. (Yourgrau, W., Mandelstam, S., *Variational Principles in Dynamics and quantum theory*, Dover, 1968)

entre dois pontos no menor intervalo de tempo. Muitos matemáticos, incluindo Leibniz e Jakob Bernoulli, desenvolveram uma resposta para essa questão, mas ninguém antes de Euler foi capaz de generalizar a solução que poderia ser aplicada para outros problemas. Em décadas que se seguiram, soluções para problemas similares surgiram, mas elas continuavam tendo aplicações somente para problemas particulares⁵⁷¹. Euler discutiu a ocorrência de máximos e mínimos na natureza e como essas quantidades podem ser determinadas. Nesta obra, constam dois apêndices que correspondem à solução dos dois problemas físicos concretos que lhe foram colocados por Daniel Bernoulli: (1) *Additamentum I - De Curvis Elasticis* (Sobre a curva Elástica) que trata da elasticidade de uma lâmina apoiada numa extremidade e (2) *Additamentum II – de motu projecterum in medio non resistente, per Methodum maximorum ac minimorum determinando* (Como determinar o movimento de projéteis em um meio não resistente pelo método de máximos e mínimos).⁵⁷²

Se o Universo é ordenado na mais perfeita composição, poderia ter pensado Euler, um máximo e mínimo precisam aparecer em todos os fenômenos naturais. Assim, deveria ser possível calcular todas as ações que são movidas pelas causas finais, com a ajuda do *Methodus inveniendi* que calcula tão bem quanto utilizando as causas eficientes.⁵⁷³ Euler chamou de ‘método direto’ os cálculos baseados nas causas eficientes e quando nas causas finais de ‘método indireto’. No primeiro *Additamentum*⁵⁷⁴, Euler usou o conceito elaborado por Daniel Bernoulli de força potencial, $\int ds/r^2$. No segundo, ele usou um método para encontrar tais quantidades. Por meio daquilo que pode ser observado como efeitos produzidos por forças em movimento na forma de curvas, nós podemos ser capazes de

⁵⁷¹ Goldstine, H., *A History of the Calculus of Variations from the 17th through the 19th Century*. Berlin: Springer, 1980, p 67

⁵⁷² A tradução integral desse último *Additamentum* é encontrada em Fitas, A.J.S., *O Princípio da menor Acção. Uma história de Fermat a Lagrange (acompanhado de uma coletânea de textos)*, Caleidoscópio. 2012

⁵⁷³ “Cum igitur duplex pateat via effectus Naturae cognoscendi; altera per causas efficientes, quae Methodus directa folet; altera causas finales; Mathematicus utraque pari succesfu utitur. Quando scilicet causae efficientes nimis sunt absconditae, fionales autem nostram cognitionem minus effugiunt, per Methodum indirectam Questio solet resolvi; e contrario autem Methodus directa adhibetur, quoties ex causis efficientibus effectum definire licet.” (Euler, L., “Additamentum I. De curvis elasticis”, Anexo ao *Methodus inveniendi*, 1744. Visualização completa na internet. P 245)

⁵⁷⁴ *Additamenta* foram as aplicações do *Methodus inveniendi* à Mecânica.

descobrir uma quantidade extrema.⁵⁷⁵ Desde que os efeitos consistam de movimentos induzidos, Euler desejou em primeiro lugar examinar se a “minimização desses movimentos” fornecem o resultado esperado⁵⁷⁶.

Visto que todos os efeitos da natureza seguem uma lei de máximo ou mínimo, não há dúvida que nas curvas descritas pelos projéteis, quando solicitados por uma força qualquer, há lugar para uma determinada propriedade de máximo e mínimo. No entanto, definir a priori, a partir de princípios metafísicos, qual é essa propriedade não parece fácil.⁵⁷⁷

O método apontado por Euler não nos fornece um fundamento do princípio, o que vemos é que os resultados usando quantidades extremas obtidas pelo mínimo de uma determinada função e pelo “método direto” são igualmente seguros.

Euler provou, com cálculos feitos no *Additamentum II*, que a quantidade $\int mvds$ concorda com a equação da ‘ação’ de Maupertuis: $\sum v\Delta s$.⁵⁷⁸ “Logo que esta verdade seja demonstrada”, afirmou Euler antecedendo a demonstração, “será mais fácil investigar as leis íntimas da natureza das causas finais, corroborando essa asserção através de argumentos muito mais poderosos”. Ao final da demonstração, Euler afirmou:

A validade deste raciocínio não se compreende ainda suficientemente bem, todavia, como é consentâneo com a verdade, não há dúvida que, graças aos princípios *de uma metafísica mais sã*, ela pode ser destacada com maior evidência; uma questão que deixo em aberto para aqueles que professam a metafísica.⁵⁷⁹

Ora, o princípio variacional é melhor fundamentado pela matemática ou pela metafísica? Em que medida essas duas vias são excludentes? “Como se constata”,

⁵⁷⁵ “Quaenam autem sit ista proprietas, ex principis metaphysicis a priori definire non tam facile videtur: cum autem has ipsa curvas, ope Methodi directae, determinare liceat; hinc, debita adhibita attentione, id ipsum, quod in istis curvis esta maximum vel minimum, conclud poterit. Spectari autem potissimum debet effectus a viribus sollicitantibus oriundus ...” (Euler, L., “Additamentum II. De motu projectorum”, Anexo ao *Methodus inveniendi*, 1744. P309)

⁵⁷⁶ “Spectari autem potissimum debet effectus a viribus sollicitantibus oriundus; Qui cum in motu corporis genito consistat, veritati consentancum videtur hunc ipsum motum, feu potius aggratum omnium motuum qui in corpore projecto insunt, minimum esse debere.” (Idem)

⁵⁷⁷ Idem. tradução em Fitas, A.J.S., *O Princípio da menor Acção. Uma história de Fermat a Lagrange (acompanhado de uma coletânea de textos)*, p 280

⁵⁷⁸ Para saber mais sobre o método ver: Goldstine, Hermam H., *A History of the Calculus of Variations from de 17th through the 19th century*. New York: Springer-Verlag. 1980 e Woodhouse, Robert. *Treatise on Isoperimetrical problems and the Calculus of Variations*. Cambridge. 1810.

⁵⁷⁹ Idem, p320. Em Fitas p 291. Grifo nosso.

assegurou o matemático, “há duas vias para conhecer os efeitos da natureza, uma através das causas eficientes, (...) e outra através das causas finais. Um matemático usa ambas com o mesmo sucesso.” E assim, para Euler, “não só uma solução se confirma com a existência de outra, mas também nos agrada o consenso entre ambas”.⁵⁸⁰

Pela exposição inicial de Euler em seu *Methodus inveniendi*, observa-se que, no pensamento matemático, são explicitadas algumas razões de caráter metafísico e com alguns pontos que tangenciam a visão teleológica de Leibniz:

Já antes alguns geômetras ilustres reconheceram que o método exposto neste livro não é só extremamente útil para a própria Análise como também o é na resolução dos problemas físicos. Como o funcionamento da natureza universal é perfeitíssimo e foi construído por um Criador sapientíssimo, nada nela acontece que não se manifeste sempre algum princípio de máximo e mínimo. Por essa razão não há dúvida nenhuma que todos os efeitos da natureza podem determinar-se, justamente e bem, a partir das causas finais, aplicando o método de máximo e mínimos, e partindo das próprias causas eficientes. Na verdade existem tantos exemplos deste comportamento que não precisamos, em absoluto, para confirmação da verdade, de mais exemplos; mais vale que, nos fenômenos naturais, se investigue sobre a grandeza da qual se extrai o valor de máximo e de mínimo, um assunto que parece pertencer mais à filosofia do que à matemática (...)⁵⁸¹

Lembre-mos do que discutimos no item 3.2.1.3. desta tese. Retomaremos alguns pontos já discutidos para que se entenda a conexão entre Euler e Leibniz. No item 3.2.1.3, foram abordados os fundamentos da física de Leibniz e mostramos que o filósofo fez referência ao *Princípio da Razão Suficiente* em diversos textos. Por esse único princípio, a saber, que é preciso haver uma razão suficiente pela qual as coisas são antes assim que de outro modo, “demonstra-se a divindade e o resto da metafísica ou da teologia natural, e mesmo de certa maneira *os princípios físicos independentes da matemática*, isto é, os

⁵⁸⁰ Apud Fitas p 110.

⁵⁸¹ “Iam pridem summi quique Geometrae agnoverunt Methodi in hoc Libro traditae non solum maximum esse usum in ipsa Analysisi, sed etiam eam ad resolutionem Problematum physicorum amplissimum subsidium afferre. Cum enim Mundi universi fabrica sit perfectissima atque a Creatore sapientissimo absoluta, nihil omnino in mundo contingit, in quo non maximi minimive ratio quaequam eluceat; quamobrem dubium prorsus est nullum, quin omnes Mundi effectus ex causis finalibus ope Methodi maximorum et minimorum aequè feliciter determinari queant, atque ex ipsis causis efficientibus. ... Hoc modo curvatura funis seu catenae suspensae duplici via est eruta, altera a priori ex sollicitationibus gravitatis, altera vero per Methodum maximorum ac minimorum, quoniam funis eiusmodi curvaturam recipere debere intelligebatur, cuius centrum gravitatis infimum obtineret locum. Similiter curvatura radiorum per medium diaphanum variae densitatis transeuntium tam a priori est determinata, quam etiam ex hoc principio, quod tempore brevissimo ad datum locum pervenire debeant”. (Euler, L., “Additamentum II. De motu projectorum”, Anexo ao *Methodus inveniendi*, 1744. P 245, Traduzido por Fitas p 110)

princípios dinâmicos, ou da força".⁵⁸² A força lebniziana, como vimos, foi melhor entendida como uma reação a certos aspectos da concepção física cartesiana, uma concepção que era dominante no século XVII e que permaneceu influente no século seguinte. Para Leibniz, a despeito de Deus ser a causa irrevogável do movimento tal como é a causa de tudo no mundo, o movimento precisa ser derivado de algo pertencente ao próprio corpo.⁵⁸³ Repetindo brevemente o que já foi discutido: Embora Leibniz tivesse tentado explicar as leis da natureza que são conhecidas através da experiência,

eu observei que a consideração da mera massa extensa é insuficiente, e que é necessário também fazer uso da noção de força, que é perfeitamente inteligível, embora pertença ao esfera da metafísica.⁵⁸⁴

Leibniz, a partir da crítica à substância extensa cartesiana, colocou a 'força' como algo que consegue explicar a natureza do mundo físico e nesse ponto, dissemos, ele se aproximou da noção aristotélica de substância, pois o conceito lebniziano de força envolve uma tendência para a ação.⁵⁸⁵ Então, o comportamento dos corpos pode ser explicado ou como os escolásticos faziam (em termos de formas) ou como os contemporâneos de Leibniz estavam fazendo (em termos de leis de movimento). E, como mostrado por Garber, Leibniz afirmou que esses dois modos de explicação sempre irão coincidir.

Ou seja, Leibniz comprometeu-se, sem ter abdicado das conquistas do mecanicismo, com aspectos típicos da tradição aristotélica - como as noções de forma substancial, matéria primeira, matéria segunda, potencialidade, atualidade e causalidade final - quando concebeu as mônadas constituídas de enteléquia e de matéria primeira e todo o seu sistema de forças. Enfim, há nos corpos uma atividade ou força que faz parte do ordenamento natural e deve estar presente nas explicações sobre o funcionamento do mundo. É essa 'força' a responsável pela passagem do domínio estrito das substâncias ao domínio dos

⁵⁸² Leibniz, G. W., *Correspondências com Clarke* (1715-6). Trad. C.L. Mattos. São Paulo: Abril cultural, 1979, vol1. Grifo meu.

⁵⁸³ Leibniz, "Specimen dynamicum" (1695), in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 154

⁵⁸⁴ Leibniz, "New System of the nature of substances and their communication, and of the union which exists between the soul and the body", 1695, in: Leibniz, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998, p 145

⁵⁸⁵ GARBER, D. Leibniz and the Foundation of Physics: The Middle Years. In: OKRUHLIK, K.; BROWN, J. R. (Ed.). *The Natural Philosophy of Leibniz*. Dordrecht: Reidel, 1985. p. 27-130.

corpos materiais, da metafísica para a física. No *Discurso da Metafísica*, Leibniz afirmou que

(...) a via das causas eficientes, que efetivamente é mais profunda (...) é em contrapartida bastante difícil quando se desce ao pormenor (...) o caminho das causas finais é mais fácil e não deixa de servir muitas vezes para descobrir verdades importantes e úteis que se levaria muito mais tempo a procurar por esse outro caminho mais físico (...)⁵⁸⁶

Essa atitude possibilitou novas vertentes de investigações teleológicas como ficou claro, por exemplo, em nossa análise do princípio da mínima ação na mecânica. Temos fortes indícios para acreditar que a constatação feita por Leibniz dessas duas vias de investigação, a dizer, as causas eficientes e as causas finais, influenciou fortemente o trabalho de Euler na forma matemática de verificar o método. Euler, de fato, confrontou as soluções produzidas por ambos os métodos, e como veremos na próxima seção, as causas finais permitiram com que as soluções para diversos problemas na mecânica emergissem.

Certamente que, quando as causas eficientes estão suficientemente escondidas e, por outro lado, as causas finais estão mais ao nosso alcance, o problema costuma resolver-se pelo método indireto; caso contrário, aplica-se o método direto sempre que é permitido definir o efeito a partir das causas eficientes. Mas, *acima de tudo, deve ter-se em conta que o caminho para a solução pode ser descoberto por ambas as vias; deste modo não só uma solução se confirma totalmente pela existência da outra, mas também nos agrada o consenso entre ambas.*⁵⁸⁷

5.5.1 O método indireto aplicado

A seção que se segue pretende mostrar, pelas vias matemáticas, a presença da “metafísica mais sã” na formulação do princípio da mínima ação. A sequência de cálculos que se segue coincidirá com as resoluções obtidas pelo método direto.

No segundo parágrafo do *AdditamentumII*, Euler defendeu a tese que viria a provar:

Seja M a massa do projétil e, enquanto percorre o espaço elementar ds a sua velocidade, devida à altura, é \sqrt{v} . A quantidade de movimento do corpo nesse lugar será $M\sqrt{v}$ que, multiplicada pelo espaço elementar ds , dará $Mds\sqrt{v}$, o movimento do corpo como um todo ao longo do percurso correspondente ao espaço elementar ds . Então afirmo que a linha descrita pelo corpo será obtida de

⁵⁸⁶ Cf. Leibniz, “Discourse on Metaphysics”, traduzido por Daniel Garber e Roger Ariew, Hackett, 1991. p 24

⁵⁸⁷ Apud Fitas p 211. Itálico nosso.

tal forma que, de entre todas as linhas possuindo as mesmas extremidades, a expressão $\int M ds \sqrt{v}$ ou como M é constante $M \int ds \sqrt{v}$, é um mínimo.⁵⁸⁸

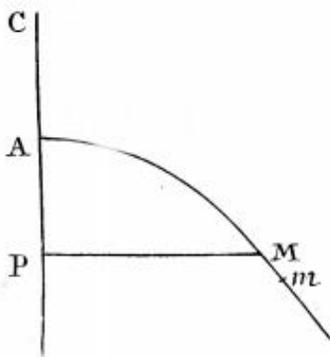
Por outro lado,

Se se considerar a curva procurada como conhecida, a velocidade \sqrt{v} , proveniente das forças solicitantes, pode ser definida a partir de quantidades que se relacionam com a curva e, conseqüentemente, a própria curva pode ser determinada pelo método de máximos e mínimos. Além disso, a expressão acima descrita, calculada a partir da quantidade de movimento, poderá igualmente equacionar-se a partir das forças vivas.⁵⁸⁹

Por isso,

Nem os que julgam necessário calcular as forças por intermédio das próprias velocidades, nem os outros que querem calcular essas forças por intermédio do quadrado das velocidades, não encontrarão aqui qualquer argumento que vá contra as próprias ideias.⁵⁹⁰

Em primeiro lugar, Euler se referiu a um corpo em movimento sem que este sofra a ação de qualquer força. A seguir, Euler analisou o caso que mais lhe interessou, onde se assume a presença de uma gravidade uniforme, “ação pela qual o corpo é projetado segundo a direção normal ao horizonte”. Seja AM a curva que o corpo descreve conforme a figura abaixo (figura 26 do *Additamentum II*), considere a reta AP como eixo das ordenadas e PM como eixo das abcissas, $x = AP$ como ordenada e $y = PM$ como abcissa e o elemento $Mm = ds$. Usando a mesma notação de Euler, podemos dizer que tem-se, pela natureza da sollicitação: $dv = gdx$ e $v = a + gx$.



A curva descrita pelo corpo será estabelecida de tal modo que $\int ds \sqrt{a + gx}$, onde x é a ordenada do corpo, seja mínimo. Suponha então que $dy = dx \sqrt{1 + pp}$, e o mínimo deve-se obter para $\int dx \sqrt{(a + gx)(1 + pp)}$. Ao final, Euler demonstrou que a equação encontrada representa uma parábola. A seguir, ele generalizou o seu método para o caso de um corpo

ser sollicitado, como o anterior, segundo a vertical, mas em qualquer lugar de cima para

⁵⁸⁸ Apud Fitas p 280

⁵⁸⁹ idem

⁵⁹⁰ idem

baixo e quando a força solicitante não fosse constante. E mais, Euler estendeu o método também para um corpo solicitado por duas forças ortogonais entre si e mostrou que o método também pode ser utilizado quer as forças sejam ortogonais ou não “desde que sejam duas quantidades que encontradas determinem precisamente o ponto da curva”.

Após apresentar todos esses casos, Euler afirmou que “fica claro o acordo perfeitíssimo entre o princípio estabelecido e a verdade; se este acordo terá também lugar em casos mais complicados é aquilo que, até certo ponto, podemos duvidar”. Para mostrar o alcance do método, Euler considerou que todo movimento dos projéteis pode ser dividido em dois gêneros: (1) aquele no qual a velocidade do corpo, numa determinada posição, depende só dessa posição – “o que acontece se o corpo é solicitado por forças com um ou vários centros fixos e que são funções das distâncias a esses centros”; (2) aquele no qual a velocidade do corpo não é determinada apenas pela posição – “o que acontece se os centros, pelos quais o corpo é solicitado, forem móveis ou se o movimento se faz em meio resistente”. E chegou, após analisar cada caso, às mesmas equações que encontraria se utilizasse o método direto.

Enfim, em todos os casos, Euler provou que a solução encontrada pelo método indireto é igual à determinada pelo método direto ou “pelos princípios da mecânica”. Somente o movimento perturbado pela resistência do meio é que pareceu não se incluir. Euler justificou esse fato: o corpo, ao alcançar o mesmo lugar por diferentes trajetórias, não adquire a mesma velocidade. Mas, se se suprimir toda a resistência ao movimento, existirá sempre essa propriedade permanente, isto é, a soma de todos os movimentos elementares será mínima. E ainda, essa propriedade não se verifica somente no movimento de um corpo único, mas também no movimento de vários corpos tomados em conjunto, que independentemente da forma que eles interajam entre si, a soma de todos os movimentos será mínima. E,

esse movimento que dificilmente se pode submeter ao cálculo, entende-se mais facilmente a partir dos primeiros princípios do que a partir do cálculo feito segundo ambos os métodos. Uma vez que os corpos, por causa da inércia, resistem a qualquer modificação de estado, obedecerão o menos possível às forças solicitantes, desde que sejam livres. Daqui resulta que no movimento operado, o efeito resultante das forças deva ser menor do que se o corpo ou os corpos tivessem sido solicitados de qualquer outro modo.⁵⁹¹

⁵⁹¹ Apud Fitas p 291.

Embora Euler não tenha conseguido encontrar uma fórmula geral para resolver todos os problemas, cabe uma pergunta: o fato da solução de cada caso tomado pelo matemático coincidir com as resoluções obtidas pelo método direto não seria um indicativo de uma “metafísica mais sã” ainda que a validade desse raciocínio não se compreenda suficientemente bem? Ou ainda: quando é encontrada uma função a minimizar que se manifesta matematicamente em muitas situações concretas, podemos sustentar com essa descoberta que existe um princípio metafísico que possa ser expresso matematicamente? Euler responderia a essa pergunta afirmativamente como veremos adiante.

Em 1750, Euler escreveu *Réflexions sur quelques lois générales de la nature qui s’observent dans les effets des forces quelconques*⁵⁹². Neste trabalho, Euler tratou do problema de “uma massa de fluido onde todas as partículas sofrem a ação de forças centrais” e procurou encontrar “a forma que deve tomar essa massa de fluido quando estiver em equilíbrio ou em repouso”. Isto feito, Euler prosseguiu tentando demonstrar que “essa figura é um *máximo* ou um *mínimo*”. Isso lhe permitiu determinar o significado da “designação *quantidade de ação das forças solicitantes*”⁵⁹³. Percebemos, claramente, a aceitação da ideia de que um princípio metafísico possa ajudar a esclarecer “a maneira de agir das forças em geral”:

Mas, visto que fui conduzido ao conhecimento deste *mínimo a posteriori*, trata-se agora de descobrir o raciocínio que nos possa conduzir *a priori* ao mesmo conhecimento. (...) Esses princípios uma vez descobertos permitirão esclarecer muito mais sobre as leis que a natureza exprime para um número infinito de efeitos, para a determinação das quais a própria mecânica ainda não atingiu um grau de perfeição suficiente; não há dúvida que a metafísica pode extrair desta descoberta alguns esclarecimentos sobre a maneira de agir dessas forças.⁵⁹⁴

Embora Euler por várias vezes tenha reconhecido publicamente a autoria de Maupertuis do princípio da mínima ação, os créditos por encontrar o método matemático para o princípio e por tê-lo aprofundado no uso de diversos problemas são atribuídos a ele próprio. De fato, o programa traçado nesse artigo visou a construção de uma ciência

⁵⁹² Euler, L. *Réflexions sur quelques lois générales de la nature qui s’observent dans les effets des forces quelconques*.

Publicado originalmente em *Memoires de l’academie des sciences de Berlin* . 1750, Tomo IV 189-218

⁵⁹³ Idem. p191

⁵⁹⁴ Idem .p 190.

matemática de compreensão geral da natureza. O começo da investigação seguiu das mesmas considerações feitas por Maupertuis, pois elas “conduzir-nos-ão a uma ideia mais precisa e mais fecunda do que se deve entender por *quantidade de ação das forças*”. Euler considerou que a ‘quantidade de ação’, é de “última importância em todas as ações das forças quando os corpos sob seu efeito ficam em equilíbrio ou em movimento” e isso foi mostrado “através de várias provas bastante convincentes” que foram dadas pela matemática ao longo do artigo; ou seja, a grandeza foi representada por uma fórmula cuja condição de máximo ou de mínimo está contida nas diferentes equações que conduziram à análise e à solução dos diferentes problemas da mecânica quando os corpos estão sob efeito das forças quer estejam eles em repouso ou quer estejam em movimento. Euler pretendeu, então, mostrar que a quantidade de ação das forças deveria entrar em “todas as fórmulas”, sendo o seu valor o menor possível nos efeitos que são produzidos por essas forças.

É uma regra, na generalidade bem aceita, que a natureza, em todos os seus efeitos, emprega a menor quantidade de ação possível, mas, na maior parte das vezes, é extremamente complicado determinar essa quantidade de ação para a economia da qual a natureza é tão cuidadosa.⁵⁹⁵

5.5.2 A harmonia encontrada

Em 1751, Euler publicou *Harmonia entre os princípios gerais do repouso e do movimento do Sr. Maupertuis* com o propósito de defender Maupertuis como autor do princípio da mínima ação. Euler apresentou em *Harmonia* uma versão do princípio da mínima ação sob forma de uma integral cuja variação seria nula, servindo como ponto de partida para os desenvolvimentos posteriores de Lagrange, Hamilton e outros. Se o título desse artigo por si só indica o empenho do matemático em defender o presidente da Academia de Berlim, o primeiro parágrafo dá-nos a total certeza sobre a disposição para essa defesa:

O sr. Maupertuis, nosso digno presidente, descobriu dois princípios gerais, um para o repouso ou equilíbrio e o outro para o movimento, e, em primeira análise, parece que não têm nada de comum, na medida em que se fundamentam em bases diferentes entre si. Eu pretendo mostrar que os dois princípios são sustentados pelos mesmos fundamentos.⁵⁹⁶

⁵⁹⁵ Idem

⁵⁹⁶ Euler, L., *Harmonie entre les principes generaux de repos et de mouvement de M. Maupertuis*. Publicado em *Memoires de l'academie des sciences de Berlin*. 1751, 1753, Tomo VII 169-198

Em 1740, Maupertuis formulou o princípio do repouso⁵⁹⁷ e deste princípio, ou melhor, desta “lei do repouso” podemos extrair o princípio da mínima ação que, como vimos, teve em sua apresentação a pretensão de ser um princípio universal sobre o qual as leis da mecânica seriam fundamentadas. Euler mostrou que não há razão para que esse método não possa também ser aplicado para o caso dos corpos em movimento. Tendo estabelecido este princípio para o repouso, “que há de mais natural senão manter que esse mesmo princípio seja válido para o movimento dos corpos quando provocado por forças análogas?”. Já que a intenção da natureza, para Euler, era a de poupar o mais possível na soma de esforços, por que esse desígnio não se estenderia também ao movimento considerando todos os esforços, “não só o que subsistem num instante, mas no conjunto de todos os instantes que dura o movimento”⁵⁹⁸

No artigo intitulado *Euler’s “Harmony” Between the Principles of “rest” and “Least Action”* escrito por Dias, encontramos, em uma linguagem mais clara, ainda que a notação usada por Dias seja muito fiel a do Euler, como foi estabelecida essa “harmonia” e como esse formalismo contribuiu para fundamentar a *Mecânica Analítica*.⁵⁹⁹ Parafrazeando Dias e com o intuito de tornar o mais acessível possível o raciocínio de Euler mesmo para o leitor não iniciado na linguagem do cálculo, resumirei parte desse artigo.

Euler definiu ‘esforço’ (effort) ou a soma dos esforços para qualquer instante do movimento “igual a Φ ”, e pondo “o elemento do tempo igual a dt ”, Euler afirmou que é necessário “que a integral $\int \Phi dt$ seja um *mínimo*”. Em uma linguagem matemática, como mostrou-nos Dias, temos:

$$\int_{t_{inicial}}^{t_{final}} \Phi dt = \sum_j \int_{t_{inicial}}^{t_{final}} \int_{trajetória} F_j \delta s_j dt$$

É nesta fórmula que está contida o princípio de Maupertuis “qui regarde le mouvement; quelque différent qu’il puisse paroître au premier coup d’oeil.” O símbolo δ

⁵⁹⁷ Maupertuis, P.L.M., “Loi du Repos des corps”, *Memoires de l’academie des sciences de Paris*, 1740, 170-176

⁵⁹⁸ Euler, 1751. p 156.

⁵⁹⁹ Dias, P.M.C., Euler’s “Harmony” Between the Principles of “rest” and “Least Action”, *Arch. Hist. Exact Sci.* 54 (1999) 67-86

não foi utilizado nem por Maupertuis e nem por Euler. Dias demonstrou o raciocínio de Euler usando a notação criada por Lagrange, quem reconheceu dois tipos de variação: δ , que identifica uma variação virtual, ou seja, uma possível variação; e d , que simboliza uma variação de qualquer quantidade. Para mostrar a “harmonia”, Euler afirmou que, quando o corpo se move, o esforço, Φ , exprime a força viva do corpo.⁶⁰⁰ Resumindo em uma linguagem matemática:

$$\text{Esforço} = \Phi = \sum_j \int_{\text{trajetória}} F_j \delta s_j$$

O Princípio do Repouso de Maupertuis, diz que Φ deve ser um mínimo ou máximo. A ação é definida como massa em movimento, logo:

$$\text{Ação} \equiv \int_{\vec{r}(t_{\text{inicial}})}^{\vec{r}(t_{\text{final}})} m\vec{v} \cdot d\vec{r} \equiv \int_{t_{\text{inicial}}}^{t_{\text{final}}} m\vec{v} \cdot (\vec{v} dt) = \int_{t_{\text{inicial}}}^{t_{\text{final}}} mv^2 dt = 2 \int_{t_{\text{inicial}}}^{t_{\text{final}}} T dt,$$

onde T é a energia cinética. Para provar que Φ , exprime a força viva do corpo, ou a energia cinética, Euler utilizou “os princípios da mecânica”, assim:

$$2m\vec{v} \cdot \delta\vec{v} = - \sum_j \overline{F_j} \delta\vec{r} \rightarrow 2m\vec{v} \cdot \delta\vec{v} = - \sum_j F_j \delta s_j$$

Integrando sobre a trajetória:

$$mv^2 = C - \int_{\text{trajetória}} \sum_j F_j \delta s_j$$

E, enfim, a “harmonia” entre os princípios pode ser estabelecida. Integrando entre dois instantes, teremos:

$$\int_{t_{\text{inicial}}=0}^{t_{\text{final}}=t} mv^2 dt = Ct - \int_0^t \phi dt.$$

Euler concluiu que, no caso de $\int \Phi dt$ ser um máximo ou mínimo, a quantidade $\int mv^2 dt$ deverá ser um mínimo ou máximo, considerando que a constante C presente na equação acima não perturba a “harmonia” entre a grandeza $\int mv^2 dt$ - ação - e a grandeza $\int \Phi dt$ - esforço. “Eis uma demonstração acabada sobre a identidade dos dois princípios do Sr Maupertuis”⁶⁰¹.

⁶⁰⁰ Euler, 1751, p 156

⁶⁰¹ Euler, 1751, p 162

Euler, como já mencionado, fez uso em suas demonstrações dos “princípios da mecânica”. Fitas afirmou categoricamente que Euler utilizou em seu artigo as leis de Newton⁶⁰². No entanto, se partirmos da equação de Newton, encontraremos uma equação que não foi a encontrada por Euler “não somente por um fator extra 2, mas também por ter um sinal errado”⁶⁰³. Dias reconheceu que os cálculos efetuados por Euler são “muito estranhos” e demonstrou que quaisquer que sejam os princípios que foram utilizados por Euler, eles seriam ‘compatíveis’ com a segunda lei de Newton.

Controvérsias à parte, possivelmente esse artigo de Euler pode ter sido a primeira tentativa de justificar uma lei geral da mecânica, desobrigando-se utilizar quaisquer recursos de natureza metafísica. Se há alguma dúvida sobre isso, ficamos na certeza de que vimos, em primeira instância, uma equação diferencial corresponder à condição necessária do enunciado de um princípio variacional no *Methodus inveniendi* ainda que tenha sido colocado na forma de um problema nos *Additamentum I e II*. Testemunhamos, ao analisar minuciosamente essas obras, que Euler apoiou-se em uma interpretação leibniziana das “causas finais”. Pela exposição inicial de Euler, em seu *Methodus inveniendi* observamos que, no pensamento matemático, explicitaram-se algumas razões de caráter metafísico e com alguns pontos que tangenciam a visão teleológica de Leibniz.

Não discutimos aqui, pelo risco de nos estendermos demais e nos distanciarmos do foco da tese, a influência na obra euleriana dos Bernoulli que participaram de um programa onde, partindo da solução de problemas particulares, tentava-se encontrar novos princípios e métodos. Os problemas, aos quais eles se voltaram, eram essencialmente de caráter físico-geométrico: buscava-se determinar uma trajetória, por exemplo, para condições particulares do movimento, o que implicava essencialmente determinar a curva matemática descrita e estudar as suas propriedades. Entre os problemas que os Bernoulli lançaram aos matemáticos, encontramos o célebre desafio de determinar a braquistócrona: a linha percorrida por um ponto material quando este se desloca de uma posição para outra ao

⁶⁰² Fitas, A.J.S., *O Princípio da menor Acção. Uma história de Fermat a Lagrange (acompanhado de uma coletânea de textos)*, Caleidoscópio. 2012. p121e 122.

⁶⁰³ Como mostrado por Dias, em 1748, os “Princípios da mecânica” utilizados por Euler são considerados por $mv \cdot \delta v = -\sum_j F_j \delta s_j$. Então, a “harmonia” é $(mv^2/2) = C - \Phi$. O fator 2 na versão de 1751 parece surgir para fazer a *vis viva* igual a mv^2 , que era sua definição na época. Para chegarmos aos “princípios da mecânica” utilizados por Euler, teríamos que partir de uma expressão, a dizer, $m(d^2r/dt^2) = -(1/2) \sum_j F_j$, que não é a equação de Newton.

longo de uma trajetória traçada no menor tempo possível. Estes desafios constantes, lançados publicamente no meio acadêmico, com o objetivo de resolver problemas que envolvem movimentos particulares, eram uma prática dos irmãos Bernoulli. Os problemas dos movimentos eram mais um pretexto do que um fim em si: eles eram reduzidos a problemas eminentemente geométricos. Contudo, embora não tenhamos mencionado anteriormente, reconhecemos que esse esforço em obter as soluções para essas provocações refletiram no desenvolvimento da Mecânica. Nos *Additamentum I e II*, Euler aplicou, atribuindo os devidos créditos, o método outrora usado no problema dos isoperímetros descoberto por Johann Bernoulli.

5.4 Considerações finais

Vale lembrar a posição de d'Alembert sobre o princípio da mínima ação. Vimos que o autor do *Tratado da Dinâmica* sublinhou aspectos bastantes fecundos da matemática aplicada ao princípio (ou do princípio aplicado à matemática) e procurou diminuir ou exterminar o alcance metafísico que foi atribuído ao princípio pelo seu fundador. Após a leitura da demonstração feita por Euler, como mostramos, em parte, neste capítulo, d'Alembert concluiu que poderíamos fundamentar o princípio utilizando qualquer metafísica que julgármos conveniente, o fato incontestável é que ele é demonstrável pela matemática:

Qualquer partido que se tome sobre a Metafísica que lhe serve de base, bem como da noção que o Sr. Maupertuis deu da quantidade de ação, não será menos verdadeiro que o produto do espaço pela velocidade seja um mínimo nas leis mais gerais da natureza. Esta verdade geométrica devida ao Sr. Maupertuis subsistirá sempre e poder-se-á, se se quiser, tomar o termo quantidade de ação apenas como uma forma abreviada de exprimir o produto do espaço pela velocidade.⁶⁰⁴

Vimos que, apesar de suas reservas em relação às causas finais, d'Alembert nunca deixou de considerar Maupertuis como o autor do princípio, a despeito de negar, como fica

⁶⁰⁴ Quelque parti qu'on prenne sur la Métaphysique qui lui sert de base, ainsi que sur la notion que M. de Maupertuis a donnée de la quantité d'action, il n'en sera pas moins vrai que le produit de l'espace par la vitesse est un minimum dans les lois les plus générales de la nature. Cette vérité géométrique due à M. de Maupertuis, subsistera toujours; & on pourra, si l'on veut, ne prendre le mot de quantité d'action que pour une maniere abrégée d'exprimer le produit de l'espace par la vitesse. (d'Alembert, *Encyclopedie*, verbete action)

claro na citação acima, qualquer argumentação metafísica como fator necessário na sua justificação. Lembremo-nos, portanto, que d'Alembert teve como projeto a criação de um princípio, como vimos no capítulo anterior. O princípio de d'Alembert se propunha a determinar o movimento de vários corpos que interagem uns com os outros de uma maneira qualquer. Uma ambição e tanto. Qual seria a diferença básica então entre Maupertuis e o autor do *Tratado*? O primeiro, como vimos, insiste na fundamentação e no alcance metafísico do seu princípio; o segundo nega qualquer sentido teleológico de seu princípio unificador, afinal, “podemos somente entrever os efeitos dessa sabedoria na observação das leis da natureza, logo que o raciocínio matemático nos permita ver a simplicidade dessas leis e que a experiência nos mostre as suas aplicações e o seu alcance”⁶⁰⁵

⁶⁰⁵ D'Alembert, J. *Traité de Dynamique*. Paris: Éditions Jacques Gabay, 1990. XXIX

6. ANALISANDO A MECÂNICA ANALÍTICA.

Uma obra de grande destaque para a Mecânica que se segue é a de Joseph-Louis Lagrange (1736-1813): *Mécanique Analytique*⁶⁰⁶, onde ele escreveu a síntese de todos os métodos que ele havia desenvolvido tanto na estática quanto na dinâmica. Lagrange não somente expôs a fundamentação do cálculo variacional como também, preocupou-se em demonstrar, em outros ensaios, que o princípio da mínima ação era um princípio fundamental para a mecânica. No *Mécanique Analytique*, o princípio da mínima ação apareceu como um princípio secundário, subordinado ao princípio da velocidade virtual. Reservamos o último capítulo da tese para analisar algumas obras de Lagrange, pois o seu envolvimento no desenvolvimento do princípio da mínima ação acoplado com a grande significância de sua obra funcionou como uma síntese da mecânica do século XVIII e, devido ao método analítico, como uma renovação da mecânica. Mach, sobre o *Mécanique Analytique*, afirmou que:

A Mecânica Analítica foi levada ao seu mais alto grau de perfeição por Lagrange (...) o seu objetivo foi, de uma vez por todas, envolver, o mais possível, todo o raciocínio científico necessário para resolver os problemas da mecânica numa fórmula (...) o que conseguiu (...) a mecânica de Lagrange é uma contribuição extraordinária para a economia de pensamento.⁶⁰⁷

Desde a sua formulação feita por Maupertuis, os princípios variacionais nunca deixaram de produzir resultados importantes para a física a despeito da metafísica subjacente ter sido cada vez menos discutida⁶⁰⁸. Euler e Lagrange, cujos trabalhos foram prosseguidos por Hamilton, colocaram, como já dissemos, o princípio numa linguagem

⁶⁰⁶ Lagrange, Louis Joseph [1788]. *Mécanique analytique*, Paris, 1788; 4^e éd. (posth.), de 1753, 2 vols., in Lagrange [1867-1892], Oeuvres, vols. 11 et 12, 1888 et 1889.

⁶⁰⁷ Mach, E. , *The Science of Mechanics. A critical na Historical Account of its development*. Londres; The open court Publishing Co. 1974.

⁶⁰⁸ Hamilton comprometeu-se em *racionalizar* a óptica geométrica através de uma teoria formal livre de toda metafísica *a priori* e também, buscou explicar alguns experimentos sem se envolver num debate anterior sobre a hipótese da emissão da luz e de suas ondulações. Retornando sua atenção para a dinâmica, Hamilton desenvolveu a sua *função principal* de uma forma muito próxima àquela que ele havia descoberto na óptica e que foi de grande eficácia⁶⁰⁸. Louis de Broglie (1892-1987) procurou estender a síntese feita por Hamilton que também inspirou diretamente Erwin Schrödinger (1887-1961). Ou seja, a extensão da discussão do princípio de ação mínima foi além dos limites da mecânica clássica e pode ser encontrada tanto na relatividade geral de Albert Einstein quanto em teorias de interações fundamentais. Princípios variacionais foram usados na teoria quântica, na derivação da equação de Schrödinger, na mecânica quântica e nos trabalhos de Scwinger e Feynman e na teoria quântica de campos relativísticos.

matemática e, então, construíram a fundamentação para uma parte da física teórica que segue até os dias de hoje. A ferramenta central criada foi o cálculo variacional que possui um aspecto unificador e um número grande de questões para as quais fornece a resposta. Como vimos no capítulo 5, quando o princípio da mínima ação foi explicitamente formulado por Maupertuis e Euler, um significado físico e mesmo metafísico foi atribuído a ele. Nessa época, o princípio fazia parte de um debate metafísico que era estimulado pela Academia de Berlim entre 1740 e 1751⁶⁰⁹ e Maupertuis e Euler foram cruciais nessa discussão. Embora o princípio tenha começado em sua formulação original como um princípio teleológico, Maupertuis e Euler buscaram uma alternativa para a mecânica de Newton e o desenvolvimento que se seguiu foi possível graças, entre outros fatores, à mudança prévia no conceito de força elaborado por d’Alembert.

O trabalho de Lagrange foi seminal para Willian R. Hamilton (1805-1865) que considerou a obra lagrangeana como “um poema científico escrito pelo Shakespeare da matemática”⁶¹⁰. Metáforas à parte, vimos que o fim do século XVII foi marcado pelo triunfo da grande síntese de Newton, o *Principia*, em 1687. E ainda, como vimos no capítulo 3, Newton formulou a Lei da Gravitação Universal que lhe capacitou explicar as leis de Kepler e os movimento dos corpos celestiais. No século XVIII, porém, ainda que não percebamos uma estrutura conceitual unificada nos trabalhos de d’Alembert, Maupertuis, dos irmãos Bernoulli e de Euler, percebemos claramente, pela obra de Lagrange, que uma estrutura da mecânica havia sido descoberta.

O capítulo pretende abordar parte da obra lagrangeana, principalmente o *Mécanique Analytique* que representou o ápice do tratamento dos problemas da mecânica⁶¹¹ sem, contudo, utilizar quaisquer recursos próprios da geometria. Como o próprio Lagrange esclareceu na introdução do *Mécanique Analytique*:

Não encontrarão figuras nessa obra. Os métodos que exponho não exigem raciocínios geométricos ou mecânicos, mas unicamente operações algébricas sujeitas a um curso regular e uniforme. Os que gostam de Análise terão a

⁶⁰⁹ Clark, W., Golonski, J., Schaffer, S., *The Sciences in Enlightened Europe*, The University of Chicago Press, Chicago, 1999, p 438 – 444

⁶¹⁰ Basdevant, J.L., *Variational Principles in Physics*, Springer Science, 2007, p14

⁶¹¹ Taton, R., *Lagrange et l’Academie royale des sciences*. Em René Taton, *Études d’Histoire ds Sciences*. Turnout, Brepols Publishers, 200. pp 285-304

satisfação de ver como a Mecânica se tornará um dos seus novos ramos e agradecer-me-ão o ter alargado este domínio das matemáticas.⁶¹²

Procuraremos, nas páginas seguintes, pesquisar o significado do ‘caráter analítico’ no *Mecanique analytique*. De antemão, uma curiosidade: no *Mécanique*, não verificamos nenhuma reflexão sobre conceitos fundamentais como força, massa, espaço e tempo. Isso pode ser interpretado, a despeito de não justificar, por ser a matemática, para Lagrange, uma linguagem universal. A impenetrabilidade, por exemplo, não foi discutida no trabalho do físico-matemático, embora, como vimos ao longo da tese, ela tenha desempenhado um papel fundamental na formulação de princípios da mecânica de filósofos naturais tais como Newton, d’Alembert e Euler, que influenciaram diretamente a obra de Lagrange. Categorizar essa obra como newtoniana, leibniziana, cartesiana, dalambertiana ou euleriana é praticamente impossível, pois, não verificamos nenhuma reflexão metafísica explícita no *Mécanique Analytique*. Adiantando uma parte desse capítulo, o caráter ‘analítico’ para Lagrange significou elaborar um sistema axiomático e dedutivo de declarações puramente matemáticas. Mas, para elaborar uma abordagem analítica de fenômenos naturais, para escrever funções que expressem uma característica estrutural entre as grandezas, não é necessário que se se pense sobre a realidade e sobre a nossa capacidade de conhecê-la?

6.1 Joseph Louis Lagrange

O século XVIII, como temos mostrado ao longo desta tese, é um período cujas discussões que fazem parte da elaboração da ciência englobam conceitos como Deus, natureza, razão, ser humano, entre outros. Uma ideia bastante comum durante os setecentos é a de que a natureza é inerentemente simples. Nesta época, a solução de um problema não era considerada completa ao menos que pudesse ser demonstrada de princípios, daí o esforço dos filósofos naturais em elaborá-los. Os princípios da mecânica estavam relacionados de uma tal maneira que se um fosse “verdadeiro”, o resto poderia ser derivado dele através de deduções matemáticas. Consequentemente, percebemos um interesse nesse período em mostrar como os princípios estão relacionados e em reduzir todos os princípios a um mais fundamental. Se ainda pudermos mostrar que um determinado princípio

⁶¹² Lagrange, J.L., *Mécanique Analytique*, 3ª edição, Paris, École polytechnique. 1853. Prefácio da 2ª edição.

fundamental é independente da experiência, então, um entendimento mais profundo do fenômeno natural poderia ser alcançado. No capítulo 4, quando tratamos do Princípio da Composição de Movimento, vimos que Daniel Bernoulli se esforçou em demonstrar que o que foi estabelecido como um princípio fundamental da estática, a dizer, a composição de forças, é uma verdade geométrica independentemente da experiência.

O comentário anterior, feito de forma muito resumida, ajuda-nos a entender a dimensão da importância de Lagrange para a ciência dos século XVIII. Ele derivou grande parte do que era conhecido na mecânica de um princípio: o princípio do trabalho virtual. Falaremos dele no item 6.2.2. A solução dos problemas da mecânica ficou, portanto, reduzida a aplicação de uma fórmula matemática. O “mapa matemático” que Lagrange desenvolveu em torno do princípio que ele tomou como base contribuiu para o que hoje chamamos de mecânica analítica.

Há muitas cartas e memórias publicadas de Lagrange. As correspondências trocadas com Euler, por exemplo, são reveladoras porque mostram a forte influência mútua entre eles. Um estudo dessas publicações deixa claro que o *Mécanique Analytique* é a culminação das descobertas matemáticas que Lagrange já havia feito. O desenvolvimento matemático de algumas dessas cartas ou memórias será resumido nos parágrafos seguintes.

Em uma carta escrita em 1754, de Lagrange para Euler, fica claro que o autor do *Mécanique Analytique* havia estudado algumas publicações de Euler sobre o método variacional e que ele próprio havia feito algumas observações sobre máximos e mínimos em alguns fenômenos da natureza. Essa carta foi arquivada por Euler, mas não foi respondida.⁶¹³ Uma outra carta foi escrita de Turim por Lagrange com o intuito de informar a Euler que ele havia desenvolvido uma nova metodologia para a solução de problemas isoperimétricos⁶¹⁴. Nas páginas que seguem, Lagrange apresenta seu método, “uma forma muito mais rápida de resolver esse gênero de problemas, o qual retoma a demonstração das

⁶¹³ Euler, L. , *OPERA OMNIA, series Quarta A: commercium epistolicum volumen quintum*, Basel: Birkhauser Verlag. 1986. Apud Fitas 2012

⁶¹⁴ Os problemas isoperimétricos tratam de questões geométricas nas quais a única condição é a que o perímetro seja constante — a chamada condição isoperimétrica. Nesta categoria, o mais antigo é o Problema de Dido , que pode ser enunciado assim:” Dada uma curva de perímetro fixo, achar a forma que abriga a maior área.” Um outro exemplo deste tipo de problema, frequentemente atribuído a Euler, é: Dado um fio de comprimento fixo, fino e inextensível, encontrar a forma que assume quando suas extremidades se encontram penduradas em dois pontos separados por uma dada distância horizontal.”

vossas fórmulas sem qualquer construção geométrica”, usando o operador δ ^{615,616}. Euler, era trinta anos mais velho que Lagrange e já possuía uma grande reputação no meio acadêmico; a sua resposta cheia de entusiasmo a um jovem de dezenove anos certamente foi uma motivação a mais para que a troca de ideias e a pesquisa continuassem.

Em 1757, foi fundada a “sociedade científica privada de Turim” pelo químico Angelo Saluzzo di Monesioglio, por Lagrange e pelo médico Giovanni Francesco Cigna. Dois anos após a sua fundação, foi publicado o primeiro volume das *Miscellanea Philosophico-Mathematica Societatis privatae Taurinensis*, hoje com visualização completa pela *internet*⁶¹⁷. Foi nesta “Miscelânea” que Lagrange publicou alguns de seus trabalhos mais importantes e, mesmo depois de ter se mudado para Berlim, ele foi inúmeras vezes solicitado para que continuasse colaborando com seus escritos. A contribuição de Lagrange encontra-se nos três primeiros volumes dessa obra. Em 1783, esta Sociedade recebeu o título de Academia real das Ciências de Turim e as *Miscellanea* deram origem às memórias desta academia.⁶¹⁸

Verificamos, ao consultar essas memórias, que princípio da mínima ação teve um efeito estimulador nas pesquisas de Lagrange. Ele nunca absorveu a metafísica associada ao princípio, mas reconheceu que o seu novo método para tratar problemas de máximo e de mínimo associado ao princípio da mínima ação poderia ser usado de forma vantajosa em problemas de mecânica. Em 1756, Lagrange escreveu uma outra carta para Euler a fim de discutir o princípio. Ele previu a aplicação do princípio da mínima ação para toda a dinâmica. Essa presciência é repetida em seu primeiro artigo publicado em 1759⁶¹⁹. No contexto da discussão de máximos e mínimos nas funções, ele escreveu:

Eu reservo-me o direito de tratar este assunto que, de fato, eu acredito que seja inteiramente novo, em particular o trabalho que eu estou preparando sobre este assunto e no qual, após ter apresentado um método analítico geral para resolver

⁶¹⁵ Euler, L., *OPERA OMNIA, series Quarta A: commercium epistolicum volumen quintum*, Basel: Birkhauser Verlag. 1986. Apud Fitas 2012, p 189.

⁶¹⁶ δ expressa o resultado de uma mudança ocasionada de um movimento infinitesimal, d expressa um infinitesimal movimento ao longo de uma determinada curva.

⁶¹⁷ http://portail.mathdoc.fr/cgi-bin/oetoc?id=OE_LAGRANGE__1, visualizado em 20 de Julho de 2013.

⁶¹⁸ Fitas, 2012, p 191

⁶¹⁹ Lagrange, J.L., *Recherches sur la méthode De maximis e minimis*, em *oeuvres, Tome premier*. Paris: Gauthiers-Villars. Em <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2155691/f53.image>.

todos os problemas relacionados ao máxima e mínima, eu irei deduzir a mecânica dos corpos sólidos e fluidos completamente utilizando o Princípio da Mínima Ação.⁶²⁰

A preocupação de Lagrange nesta publicação era encontrar um princípio geral que servisse para todas as determinações de extremos. Em vários casos já tratados, ele procurou encontrar o que havia de comum entre eles. Em 1760, Lagrange escreveu *Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies*⁶²¹. Neste ensaio, ele propôs algumas ideias fundamentais. A primeira delas é “um método que só requer um uso simples dos princípios do cálculo diferencial e integral”. Lagrange observou que as quantidades variam de maneiras diferentes e, por isso, ele introduziu nos cálculos uma nova notação: δ . Assim, δV , por exemplo, vai expressar algo diferente de dV , embora as regras usadas sejam as mesmas⁶²² e as duas variações comutem entre si permitindo-lhe reformular o problema. δ expressa o resultado de uma mudança ocasionada de um movimento infinitesimal, d expressa um infinitesimal movimento ao longo de uma determinada curva. Euler reconheceu a essência da generalização que caracteriza o método de Lagrange em comparação ao seu método. De fato, Lagrange trabalhou com variações simultâneas ao longo de uma curva enquanto o método de Euler permitiu somente trabalhar um ponto da curva de cada vez.⁶²³ Lagrange, assim como Euler, chegou às equações que estabeleceram as condições para que uma determinada integral equivalha a um extremo.⁶²⁴ Qual foi, então, a novidade se Euler já havia feito isso?

Vimos, no capítulo anterior, que o método de Euler para estabelecer equações foi fundamentado em argumentos geométricos. Um método analítico que englobasse um grande número de problemas faltou ao matemático. A formulação e a resolução dos problemas propostos (como o problema do isoperímetro) eram dependentes de uma representação geométrica. A introdução da notação δ para um determinado tipo de variação

⁶²⁰ idem. §14, p 15.

⁶²¹ Visualização completa em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2155691>, último acesso pessoal feito em 22 de Julho de 2013.

⁶²² A equação de máximo e mínimo, $\delta \int V=0$ é equivalente a $\int \delta V=0$.

⁶²³ Boudri, 2002, p 210

⁶²⁴ No caso simples, o cálculo do extremo de $J = \int f(x,y,y') dx$ é dado pelo valor que satisfaça a equação diferencial $df/dy - d/dx(df/dy') = 0$

evitou uma certa confusão com as diferenciais d que representam tangentes a uma curva ou a uma superfície, ou seja, Lagrange conseguiu livrar o cálculo de uma representação geométrica. Associado a regra da integração por partes, o método forneceu meios algébricos que permitiram conduzir às soluções de muitos problemas da mecânica⁶²⁵. Sobre o sucesso desse método, Wilton Barroso Filho afirmou, ao final do capítulo em que apresenta o método das variações, que “o cálculo lagrangeano reina sem concorrentes sobre todos o domínio do cálculo variacional eclipsando os métodos eulerianos”.

Lagrange produziu um outro texto intitulado *Application de la Méthode exposée dans la mémoire précédent à la solution de Différents problèmes de Dynamique*⁶²⁶ onde fica claro, a ver pelo título, que se trata da aplicação do cálculo das variações a diversos problemas da Dinâmica. Nos primeiros parágrafos, ele diz:

O sr Euler, num aditamento à sua obra notável intitulada *Methodus inveniendi lineas curvas Maxime Minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*, demonstrou o princípio que, na trajetória dos corpos descritas por ação das forças centrais, a integral da velocidade multiplicada pelo elemento da curva obedece sempre à condição de máximo ou mínimo.

Proponho aqui a generalizar esse mesmo princípio e de usá-lo para resolver facilmente todos os problemas da dinâmica.⁶²⁷

A formalização da teoria da dinâmica que Lagrange efetuou nesse texto é bastante interessante para esta tese porque percebemos como Lagrange definiu um princípio geral de onde partiu todas as suas deduções.

Princípio geral: Considere-se tantos corpos quanto se queira $M, M', M'' \dots$ que atuam uns sobre os outros de uma maneira qualquer, e mais, caso se queira, atuados por forças centrais proporcionais a funções quaisquer da distância; sejam $s, s', s'' \dots$ os pespaços percorridos pelos corpos no tempo t e que $u, u', u'' \dots$ representem as suas velocidades no fim desse tempo; a fórmula $M \int u ds + M' \int u' ds' + M'' \int u'' ds'' + \dots$ será sempre um máximo ou um mínimo.⁶²⁸

⁶²⁵ Para entender esse método ver: Filho, W.B., *La Mécanique de Lagrange*. Paris: Karthala. capítulo 3: La Méthode des variations.

⁶²⁶ Lagrange, J.L., *Application de la Méthode exposée dans la mémoire précédent à la solution de Différents problèmes de Dynamique*, em *oeuvres, Tome premier*. Paris: Gauthiers-Villars. Visualização completa em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2155691/f415.image>, última visita em 25 de Julho de 2013.

⁶²⁷ Idem

⁶²⁸ idem

Esse princípio geral é o princípio da mínima ação colocado de uma maneira extremamente formal onde fica claro que, se quisermos utilizá-lo na resolução de problemas mecânicos e considerá-lo como um princípio básico, a partir do qual todas as leis conhecidas do movimento devem ser deduzidas, devemos usar o cálculo das variações. O estilo de Lagrange já se faz claro: reduzir sempre diferentes problemas ao caso mais simples e fornecer as soluções. Nesse artigo, Lagrange analisou dez casos particulares⁶²⁹ - que seguem abordando desde problemas gerais da dinâmica de um ponto material e de um corpo extenso até problemas de hidrodinâmica - e mostrou que o princípio geral é válido para todos eles. Porém, não encontramos nenhuma referência ao princípio da mínima ação diretamente e sim ao “princípio geral”. Dado a forma em que os problemas são apresentados e solucionados, fica claro que, para Lagrange, a dinâmica é considerada um ramo da matemática, mais ainda, autônoma em relação à geometria. Assim, o programa que foi anunciado no *Mécanique Analytique* já estava praticamente terminado nesse artigo publicado em 1760, vale repetir:

Não encontrarão figuras nessa obra. Os métodos que *exponho não exigem raciocínios geométricos ou mecânicos*, mas *unicamente* operações algébricas sujeitas a um curso regular e uniforme.” Os que gostam de Análise terão a satisfação de ver como a Mecânica se tornará *um dos seus novos ramos* e agradecer-me-ão o ter alargado este domínio das matemáticas.⁶³⁰

Para mostrar como isso foi feito, a dizer, como Lagrange fez com que problemas mecânicos fossem apresentados como problemas de natureza matemática, analisaremos somente como o autor do *Mécanique Analytique* tratou o primeiro problema nesse extenso

⁶²⁹ I – Encontrar o movimento de um corpo M atraído por tantos centros fixos que se queir pelas forças P, Q, R... expressas como funções quaisquer das distâncias, II – Seja um sistema qualquer de vários corpos M, M', M'', ... que sejam solicitados por tantas forças centrais quanto se deseja, a saber: M pelas forças P, Q, R... , M' pelas forças P', Q', R'... e M'' pelas forças P'', Q'', R''..., e que atuam uns sobre os outros por uma força de atração mútua ente eles, encontrar o movimento de cada corpo, III - Três corpos M, M', M'' se atraem mutuamente por forças de atração F, F', G, encontrar a órbita dos corpos M' e M'' em torno do terceiro corpo supondo o corpo M em repouso, IV- Um corpo M sendo solicitado por tantas forças quanto queiramos P, Q, R... sendo puxado depois dele por dois corpos M' e M'' ligados por fios, encontrar o movimento de cada um desses três corpos supondo, para simplificar, que todos eles se movimentem no mesmo plano, V- Encontrar o movimento de um fio inextensível preso em um dos extremos e carregado no outro com tantos pesos quanto queiramos, VI – Encontrar o movimento de um fio inextensível que todos os pontos seja solicitados por forças quaisquer, VII – resolver o problema precedente supondo que o dia seja extensível e elástico, VIII – Encontrar o movimento de um corpo animado por forças quaisquer, IX - Encontrar as leis do movimento para fluidos não-elásticos, X - Encontrar as leis do movimento para fluidos elásticos.

⁶³⁰ Lagrange, J.L., *Application de la Méthode exposée dans la mémoire précédent à la solution de Différents problèmes de Dynamique*, em *oeuvres, Tome premier*. Paris: Gauthiers-Villars. Visualização completa em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2155691/f415.image>, última visita em 25 de Julho de 2013.

artigo em que se propõe “encontrar o movimento de um corpo M atraído por tantos centros fixos que se queir pelas forças $P, Q, R...$ expressas como funções quaisquer das distâncias”.⁶³¹ Este bastará para esclarecer o problema de nossa pesquisa e adiante ficará claro o porquê. O princípio da mínima ação foi complementado pelo teorema das forças vivas. Ele partiu da ideia de que as forças derivam de um potencial e introduziu a variação deste potencial na integral da ação.

Ter-se-á, como todos os geômetras sabem:

$$\text{Mu}^2/2 = \text{const.} - \int (\text{Pdp} + \text{Qdq} + \text{Rdr}),$$

Sendo p, q, r as distâncias do corpo M ao centro de forças P, Q, R .⁶³²

A noção de força foi introduzida na teoria sem qualquer comentário prévio, apenas como um efeito manifesto pelo movimento que imprime ao corpo! A quantidade foi introduzida pela sua relação com a velocidade u e as distâncias p, q, r . O mesmo ocorreu com a ‘massa’, ou seja, não encontramos nenhum comentário de Lagrange sobre essa grandeza. O princípio da mínima ação, ou o princípio geral apresentado nesse artigo, está, assim, na visão de vários autores apontados no início desta tese, despojado de quaisquer considerações de natureza metafísica!

Para finalizar esta seção, no *Mécanique Analytique*, Lagrange criticou os exemplos dados por Maupertuis no artigo que citamos no capítulo anterior onde ele apresentou o princípio da mínima ação e citou como exemplos a refração e a reflexão da luz.

(...) essas aplicações são muito particulares para poderem estabelecer a verdade de um princípio geral; além disso, elas tem algo de vago e arbitrário, que só pode fazer incertas as consequências que se poderiam obter para a precisão do princípio. Também seria errado, eu acho, colocar esse princípio apresentado na mesma linha que aqueles que acabamos de expôr. Mas há uma maneira de considerar, mais rigorosa e mais geral, e que merece a atenção principalmente dos geômetras. Euler deu a primeira ideia ao fim de seu *tratado dos isoperímetros*, impresso em Lausanne em 1744, mostrando que nas trajetórias descritas pelas

⁶³¹ Mais sobre este e os outros problemas apresentados nesse artigo de Lagrange ver: Filho, W.B., *La Mécanique de Lagrange*. Paris: Karthala. 1994

⁶³² Lagrange, J.L., *Application de la Méthode exposée dans la mémoire précédent à la solution de Différents problêmes de Dynamique*, em *oeuvres, Tome premier*. Paris: Gauthiers-Villars. p365 Visualização completa em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2155691/f415.image>, última visita em 27 de Julho de 2013.

forças centrais, a integral da velocidade multiplicada pelo elemento da curva, faz sempre um *maximum* ou um *minimum*.⁶³³

O método “mais geral e rigoroso” e que “merece a atenção principalmente dos geômetras” ao qual Lagrange se referiu é o método de Euler desenvolvido no segundo aditamento no seu *Methodus inveniendi*, analisado de forma detalhada no capítulo 5 desta tese.

6.2. O Fundamento do *Mecanique Analytique*

Vimos na seção anterior como a formalização da dinâmica foi obtida. Em parte e a despeito de alguns anos de diferença entre a publicação da memória *Application de la Méthode exposée dans la mémoire précédent à la solution de Différents problèmes de Dynamique* em 1760 e o *Mecanique Analytique* em 1788, o método matemático de Lagrange já estava bastante claro. A eficácia do método deve muito a sua abordagem lógico-dedutiva que permitiu o matemático estudar um grande número de casos e estabelecer soluções partindo de um princípio geral; este é um aspecto que vai se manter em outros textos publicados de Lagrange. O método, porém, com o pouco que aqui foi exposto, mostrou-se extemamente abstrato devido ao uso de formas puramente algébricas submetidas a um pequeno número de regras precisas. A escolha do princípio da mínima ação, nessa memória publicada em 1760, como um princípio unificador faz juz, ainda que não sejam equivalentes, ao projeto de d’Alembert (analisado no capítulo 4 desta tese): livrar a mecânica de “representações irracionais”. Quando analisamos a obra de d’Alembert, vimos que, no prefácio do *Tratado da Dinâmica*, o filósofo expôs seu projeto de forma bastante clara: deduzir os princípios já conhecidos da mecânica, tais como o princípio da inércia, o princípio da composição dos movimentos e o princípio do equilíbrio, de definições preliminares da mecânica - espaço, tempo, movimento e posição⁶³⁴. Uma vez assegurada a base, isto é, as noções simples e diretas como espaço e tempo e precisar as propriedades da matéria que é o que se movimenta, nós poderíamos, então, segundo d’Alembert, abordar o problema que fundamenta a mecânica: reduzir os movimentos às

⁶³³ Lagrange, J.L., *Mécanique Analytique*, 3ª edição, Paris, École polytechnique. 1853. Prefácio da 2ª edição. p229

⁶³⁴ Cf pvii

suas características essenciais e aos seus princípios elementares. D'Alembert acreditou, como verificamos no capítulo 4, que a mecânica possuía *uma parte* puramente racional, assim como a álgebra e a geometria, independente do lado empírico.

Lagrange, no artigo de 1760, escolheu também 'um' princípio unificador. Aparentemente, essa postura não implicou nenhuma fidelidade a uma posição filosófica específica, pois, não percebemos influência explícita de quaisquer considerações metafísicas em nenhuma das passagens de seu raciocínio. A aplicação do princípio da mínima ação é feita sem que seja mencionada ou discutida a natureza teleológica que vimos fazer parte de sua formulação do princípio.

Enfim, com a formalização do cálculo das variações e o abandono da forma geométrica tradicional, Lagrange mostrou que, a partir de casos particulares, podemos compreender “qualquer tipo de movimento”, quer estejamos tratando de um corpo sólido quer estejamos tratando de um fluido. Ou seja, foi o método das variações, que fez uso da hipótese físico-matemática de uma quantidade da mínima ação na natureza, que permitiu “livrar” a mecânica de considerações metafísicas. No entanto, no *Mecanique Analytique*, Lagrange abandonou o projeto de desenvolver uma formulação unicamente variacional da mecânica. O princípio de mínima ação apareceu na obra mais conhecida de Lagrange em uma posição secundária. Veremos adiante como ocorreu esse “rebaixamento”.

6.2.1. A introdução do princípio das velocidades virtuais na análise da libração da Lua (1764)

Vimos, na seção 4.5 do capítulo 4 desta tese, onde discutimos a “A Mecânica e as Leis do Movimento”, como d'Alembert estabeleceu o princípio do equilíbrio no *Tratado da Dinâmica* e o considerou como um dos princípios fundamentais na mecânica. Em um ensaio intitulado *Recherches sur la libration de la lune*⁶³⁵ escrito em 1764, Lagrange analisou o movimento irregular da Lua⁶³⁶ e mostrou que vários outros princípios podiam

⁶³⁵ Lagrange, J.L., *Recherches sur la libration de la lune*, dans lesquelles on tache de résoudre la question proposée par l'Académie Royale des Sciences, pour le prix de l'année 1764, *Oeuvres de Lagrange*, tomo VI, 3-61. Visualização completa em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k229225j>

⁶³⁶ A teoria da libração da Lua já havia sido estudada de forma inconclusiva por Newton e d'Alembert.

ser derivados do princípio das velocidades virtuais⁶³⁷, originalmente formulado por d’Alembert. Neste ensaio, Lagrange forneceu uma explicação satisfatória sobre a igualdade dos movimentos de rotação e translação da Lua⁶³⁸. Independente do problema tratado nesse ensaio, ele é interessante para esta tese não somente pelas partes matemáticas e pelas explicações físicas do fenômeno mas também pelos os aspectos gerais da formulação do princípio das velocidades virtuais a partir do método das variações.

No escólio que segue da introdução⁶³⁹, Lagrange citou três princípios secundários: (1) O princípio da estática tal como ele foi formulado por Maupertuis em 1740, (2) o princípio da mínima ação formulado como fez Euler em 1751, no *Harmonia entre os princípios gerais do repouso e do movimento do Sr. Maupertuis* e mostrado no item 5.5.2 desta tese, (3) o princípio da conservação da força viva tal como mostrado por d’Alembert no *Tratado da Dinâmica*.

Analisando a parte matemática do texto em que Lagrange tratou do problema da libração da Lua a partir do princípio das velocidades virtuais, percebemos a sua contribuição aos princípios e métodos da mecânica. Mais uma vez, ele forneceu uma formalização variacional do problema estudado inferindo de um princípio mais geral, alguns princípios secundários.⁶⁴⁰ Além disso, Lagrange deduz, a partir do princípio das velocidades virtuais, considerado o princípio fundamental nessa memória, as equações que fornecem os trabalhos virtuais. Elas são obtidas inicialmente em termos de coordenadas retangulares, em seguida utilizando as coordenadas angulares e, por fim, Lagrange trabalha com as coordenadas generalizadas. Esse jogo de transformação de coordenadas é, depois dessa memória, inseparável do método lagrangeano e foi, em parte, através dele que o

⁶³⁷ O princípio das velocidades virtuais pode ser entendido para um simples sistema de massas sujeitas às duas forças. Pode ser assim formulado: “quando duas forças F_1 e F_2 estão em equilíbrio entre si, elas são inversamente proporcionais às suas velocidades virtuais v_1 e v_2 tomadas nas direções dessas forças”.

⁶³⁸ A Lua também possui, como a Terra, um movimento simultâneo de rotação e translação. O período de rotação da Lua é igual ao período de translação (27 dias) de tal maneira que vemos sempre a mesma face da Lua.

⁶³⁹ idem p 10

⁶⁴⁰ Para maiores detalhes sobre o desenvolvimento matemático de Lagrange ver: Filho, W.B., *La Mécanique de Lagrange*. Paris: Karthala. 1994 e Fraser, C., J.L. Lagrange’s Early Contributions to the Principles and Methods of Mechanics, *The Archives For Exact Sciences*, 28,3, 1985.

matemático estabeleceu as equações do movimento que encontramos no *Mécanique Analytique*. O tratamento variacional do princípio das velocidades virtuais associado ao princípio de d'Alembert, nessa memória, produziu uma certa unificação da dinâmica à estática, como veremos.

Newton⁶⁴¹ e d'Alembert⁶⁴² já haviam tratado do problema da libração da Lua. A formulação do autor do *Tratado da Dinâmica* abordava somente o problema dinâmico; Lagrange colocou os problemas da mecânica fundamentados no caso do equilíbrio, onde a dinâmica vem a ser um caso particular. Isso permitiu-lhe estabelecer um princípio fundamental bem mais geral do que o princípio de d'Alembert. Para tratar o problema utilizando o seu novo método, no entanto, Lagrange sempre nos convida a “imaginar”, e assim vai nos conduzindo a um mundo, de fato, extremamente abstrato onde os planetas, o Sol e a Lua tem seus movimentos estudados por uma geometria sem figuras! Vale conferir parte dessa proposta:

Como se trata da questão do movimento que a Lua deve ter em torno de seu centro de gravidade, em virtude da ação do Sol e da Terra, é evidente que podemos observar o centro da Lua como sendo imóvel em relação à Terra e ao Sol, colocando esses dois Planetas no sentido contrário ao movimento que a Lua realmente tem em relação a eles, isto é, imaginando a Terra e o Sol se movendo em relação ao centro da Lua, suposto fixo, como os veria um observador colocado no seu centro.

Dito isso, eu imagino no centro da Lua um plano paralelo à elíptica, no qual eu considero a posição dos centros da Terra e do Sol, como também todos os pontos de massa da Lua. Para isso, levando o centro desse Planeta para o plano que eu falo de uma linha fixa e dirigida para um ponto a qual serve de eixo comum a todas as abscissas: seja x a abscissa e y a ordenada retangular que atende as projeções do centro da Terra sobre este plano, e seja z a outra ordenada retangular que indica a distância do centro da Terra ao ponto que está a projeção, sejam também, x' , y' , z' as coordenadas semelhantes para a posição do centro do Sol, enfim, sejam X a abscissa e Y e Z as duas ordenadas correspondentes a um ponto qualquer α da massa da lua: (...)”⁶⁴³

A seguir, Lagrange escreveu as equações das distâncias, das forças (utilizando a equação fundamental da dinâmica escrita na forma diferencial), considerou o elemento de tempo dt como constante e mostrou, através de manipulações algébricas, as condições para

⁶⁴¹ Newton, I., *Principia Mathematica*, livro III, porposição XXXVIII, 1687

⁶⁴² D'Alembert, J.L.R., *Les Précessions des équinoxes*, *Mémoires de l'Academie des sciences de Paris*, 1754.

⁶⁴³ Lagrange, J.L., *Recherches sur la libration de la lune*, dans lesquelles on tache de résoudre la question proposée par l'Academie Royale des Sciences, pour le prix de l'année 1764, *Oeuvres de Lagrange*, tomo VI, 3-61. Pp 7 e 8. Visualização completa em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k229225j>

que todos os pontos α da massa da Lua se mantivessem em equilíbrio (em torno de seu centro de gravidade considerado fixo para Lagrange). A base do equilíbrio passa a ser, pelas mãos do matemático, a aniquilação de forças e o princípio das velocidades virtuais (até então só usado para a estática) passa a ser tão bem aplicável em problemas dinâmicos quanto em problemas estáticos. Nesta mesma memória, Lagrange analisou também, partindo do princípio das velocidades virtuais, um problema considerado famoso na época: o problema do equilíbrio de três corpos⁶⁴⁴.

O método está claro: as figuras geométricas interveem somente na formulação dos problemas. O conjunto de proposições apresentadas por Lagrange foi formulado de maneira que o leitor entre vagarosamente em um mundo onde os termos algébricos bastam para descrever e estudar os sistemas mecânicos e onde a força é considerada uma quantidade transcendente à geometria, podendo ser simbolicamente representada nas fórmulas algébricas.

6.2.2. O princípio das Velocidades Virtuais (1764)

Na obra mais famosa de Lagrange publicada em 1788, ele utilizou o método aplicado na pesquisa da libração da Lua e o estendeu para toda a mecânica: ele reduziu as leis do equilíbrio e do movimento a um só princípio: o princípio das velocidades virtuais, fundado sobre um método criado por ele – o cálculo variacional. Comentamos nas seções anteriores algumas memórias que julgamos ser as mais importantes na elaboração do método matemático de Lagrange que culminou a sua obra mais conhecida: o *Mécanique Analytique*. Os estudos de Lagrange, contudo, certamente não se limitaram somente a essas memórias que destacamos aqui. Nossa escolha foi no intuito de explicitar como se deu, em parte, a formalização da mecânica feita pelas mãos de Lagrange. Nesta seção, propomos discutir não o *Mécanique Analytique* em sua totalidade, mas sim destacar as primeiras etapas da generalização do princípio das velocidades virtuais que foi, para Lagrange, o

⁶⁴⁴ O problema dos três corpos, originado no estudo da mecânica celeste, tem por objetivo estudar as órbitas de três corpos, sujeitos apenas às atrações gravitacionais entre eles.

princípio unificador da mecânica e de onde partiu todas as leis até então conhecida das mecânica.

O *Mécanique Analytique* marca a culminação de um projeto, discutido no capítulo 4 desta tese, concebido por d'Alembert que buscou criar uma mecânica puramente racional fundada sobre um número mínimo de princípios e sem que houvesse, no corpo de sua teoria, quaisquer considerações de natureza metafísica. Newton e Leibniz, como vimos no capítulo 3, já haviam dado um passo em direção a uma física apoiada na generalidade dos princípios. O *Principia*, pela sua estrutura e por apresentar, de início, três leis do movimento, já aponta um esforço de uma generalização da ciência do movimento. Lembremo-nos de que a hipótese fundamental de Newton foi um mundo onde há tempo e espaço absolutos e nesse espaço, forças - quer de contato quer à distância - atuando em massas. Além disso, as forças, para Newton, atuavam reciprocamente, a despeito da distância que separa os pontos de massa solicitados. Cada ação, na mecânica newtoniana, correspondeu a uma reação de mesmo valor e diretamente opostas em sentido. Newton, porém, apoiou-se na geometria e seu método, discutido no capítulo 3 desta tese, consistiu, entre outras coisas, em deduzir as consequências de uma lei dada. O método analítico, utilizado por Lagrange, foi sobretudo uma aplicação da álgebra à geometria, isto é o que chamamos de análise, e através dessa aplicação, Lagrange procurou encontrar as condições de existência de um teorema. Para o método geométrico são utilizadas figuras bastante complexas; o de Lagrange, estabeleceu equações de curvas ou superfícies que, como vimos, requerem, em suas formulações, uma forte abstração.

O *Mécanique Analytique*, divide-se em duas partes, a primeira diz respeito à estática, onde se inclui a hidrostática, e a segunda, à dinâmica, onde se inclui a hidrodinâmica. Há, em cada uma dessas partes muitas observações de natureza histórica que permitem ao leitor compreender como ocorreu o desenvolvimento conceitual pelos olhos de Lagrange que pinçaram da sua leitura o que julgou válido para dar sentido a sua obra.

No capítulo inicial da primeira parte, Lagrange explicou o que é a Estática: “a ciência do equilíbrio das forças”. Entende-se por ‘força’ ou ‘potência’(puissance) “a causa, qualquer que ela seja, que comunica ou tende a comunicar movimento ao corpo no qual está supostamente aplicada”. E ainda, “a expressão de qualquer força não é mais do que

uma relação, uma quantidade matemática que pode ser representada por números e direções”. E, no final da introdução histórica relativa à estática, Lagrange escreveu:

Se um sistema qualquer quer de corpos quer de pontos que são atuados, cada um deles por forças quaisquer, está em estado de equilíbrio, e se se provoca neste sistema um pequeno movimento qualquer, em virtude do qual cada ponto percorre um espaço infinitamente, o que exprime a sua velocidade virtual. Então, a soma das forças multiplicadas cada uma pelo espaço pelo ponto onde estava aplicada segundo a sua própria direção, será sempre igual a zero. Tomem-se como positivo os espaços percorridos no sentido das forças e, como negativos, os espaços percorridos no sentido oposto.⁶⁴⁵

Esta é a formulação do princípio das velocidades virtuais. A aplicação do princípio para vários problemas particulares da estática seguiu somente após as reflexões sistemáticas sobre alguns princípios da estática já utilizados ao longo da história⁶⁴⁶. O primeiro deles é o princípio da alavanca formulado por Arquimedes; o segundo é o princípio da composição de forças utilizado por Varignon e aplicado por Newton e d’Alembert em suas respectivas obras; o terceiro “muito simples e muito geral” e “o único que se pode traduzir em uma fórmula geral que contém todos os problemas que podem ser elaborados sobre o equilíbrio dos corpos” é o princípio das velocidades virtuais de d’Alembert⁶⁴⁷. O projeto, então, consistia em fundamentar toda a mecânica, a partir da estática, no princípio das velocidades virtuais e deduzir os dois outros princípios, acima citados, como casos particulares do primeiro para, em seguida, generalizar o princípio fundador através da aplicação para toda a mecânica.

A maneira pela qual Lagrange justificou o princípio das velocidades virtuais como o princípio fundador da mecânica foi muito diferente da explicação do princípio da mínima ação que mostramos no item 6.1 deste capítulo.

Mais il y a em Statique, un autre principe general et indépendant du levier et de la composition des forces, quoique les mécaniciens l’y rapportent communément, lequel paraît être le fondement naturel du principe des vitesses virtuelles; on peut l’appeler le principe des poulies.⁶⁴⁸

⁶⁴⁵ Lagrange, J.L., *Mécanique Analytique*, 3ª edição, Paris, École polytechnique. 1853.p 20

⁶⁴⁶ Lagrange cita Guido Ubaldo, Galileu, Descartes, Wallis, Roberval, Aristóteles, Arquimedes, Nicodemo, Varignon, Stevin, Guyghens, Daniel Bernoulli e Mersenne nesta introdução.

⁶⁴⁷ “Deve-se entender por velocidade virtual, a velocidade que um corpo em equilíbrio pode receber quando se rompe o equilíbrio, isto é, a velocidade que o corpo adquirirá no primeiro instante de seu movimento”. Em Lagrange, J.L., *Mécanique Analytique*, introdução.

⁶⁴⁸ Lagrange, J.L., *Mécanique Analytique*, 3ª edição, Paris, École polytechnique. 1853.p 21

Esta justificação é baseada em uma experiência com um sistema de polias. A sugestão é que o princípio das velocidades virtuais possa ser demonstrado dessa experiência. No entanto, a demonstração parte da evidência que

à cause de la tension uniforme de l'acorde dans toute sa longueur, le poids est soutenu par autant de puissances égales à celle qui tend le poids qu'il y a de cordons qui soutiennent la moufle mobile, puisque ces cordons sont parallèles et qu'ils peuvent même être regardés comme n'en faisant qu'un, en diminuant, si l'on veut, à l'infini le diamètre des poulies.⁶⁴⁹

E também que

(...) pour que le système tiré par ces différentes puissances demeure en équilibre, il faut que le poids ne puisse pas descendre par un déplacement quelconque infiniment petit des points du Système: car, le poids tendant toujours à descendre, il descendra nécessairement et produira ce déplacement dans le système.⁶⁵⁰

Partindo dessas “evidências” e analisando o sistema das polias, Lagrange se mostrou completamente convencido de que todos os princípios gerais da estática podem ser reduzidos ao princípio das velocidades virtuais que, embora “não seja evidente por ele mesmo”, pode ser considerado como “a expressão geral da lei do equilíbrio”.⁶⁵¹ E ainda,

penso que poderei acrescentar que todos os princípios gerais que se possam ainda descobrir sobre a ciência do equilíbrio, serão unicamente este mesmo princípio das velocidades virtuais, visto de forma diferente e diferindo daquele apenas na sua expressão.⁶⁵²

O princípio das velocidades virtuais têm, sem dúvida, a vantagem de ser expresso matematicamente. O ponto é que percebemos uma fundação axiomática para a mecânica começar a ser rigorosamente estabelecida, porém, os axiomas apresentados como verdades auto-evidentes são, de fato, evidentes?

A segunda parte do *Mécanique Analytique*, que trata da dinâmica, é organizada da mesma forma que foi a primeira. Há uma introdução de natureza histórica onde Lagrange contou-nos alguns desafios encontrados pelos filósofos naturais para analisar e descobrir as leis do movimento como, por exemplo, o estudo sobre os satélites de Júpiter, das fases de

⁶⁴⁹ Idem

⁶⁵⁰ Idem, p 22

⁶⁵¹ Idem, p 21

⁶⁵² Idem

Vênus e das manchas solares, o movimento dos pêndulos e a invenção do cálculo infinitesimal. Lagrange propôs um novo meio que facilite toda essa investigação não sem antes “expôr os princípios que fundamentam a Dinâmica” e “as ideias que mais contribuíram para o aperfeiçoamento desta ciência”. Encontramos, ao longo desta introdução, vários filósofos naturais mencionados nesta tese.

Na Dinâmica, Lagrange considerou dois tipos de forças. O primeiro trata das forças aplicadas a um corpo - tomado como um ponto material - correspondentes ao movimento, a força aceleradora, cuja expressão é a mesma encontrada por Euler, a dizer, a segunda lei de Newton escrita na forma diferencial. O segundo trata das forças de impacto, efetivamente aplicadas ao sistema. E, se procuramos o movimento de vários corpos que atuam um sobre os outros por impulsão ou pressão, “seja como um choque ou por intermédio de fios ou alavancas rígidas, aos quais estão ligados, ou em geral por qualquer outro meio possível, então o problema é mais complicado e os princípios precedentes são insuficientes para resolver”⁶⁵³. Para este último caso, o princípio de d’Alembert diz que o somatório destas forças tem que estar em equilíbrio, e isso pode ser traduzido em uma equação que fornece a fórmula geral da Dinâmica do *Mécanique Analytique* de Lagrange.

Após analisar várias soluções para esse problema “mais complicado”, Lagrange concluiu que:

O tratado da Dinâmica do Sr. D’Alembert que apareceu em 1743, pôs fim a esta espécie de desafios, oferecendo um método direto e geral para resolver, ou pelo menos para por em equação, todos os problemas da Dinâmica que se possam imaginar. Este método reduz todas as leis do movimento dos corpos às do seu equilíbrio e reduz assim a Dinâmica à Estática...⁶⁵⁴

O princípio geral das velocidades virtuais foi aplicado por d’Alembert, como dissemos acima, para o caso das forças estarem em equilíbrio.

Se agora se supõe o sistema em movimento, e se assume que o movimento de cada corpo num dado instante é composto por dois, em que um deles é aquele que o corpo terá no instante seguinte, é necessário que o outro seja destruído pela ação recíproca dos corpos, e pelas forças motrizes de que estão animados.⁶⁵⁵

⁶⁵³ Idem. p 213

⁶⁵⁴ Idem. p 223

⁶⁵⁵ Idem

Supomos que as citações sejam suficientes para que o leitor entenda a importância do conceito de força na obra de Lagrange, mas citaremos apenas mais uma passagem da segunda parte onde o matemático diz que na mecânica, “precisamos assumir como conhecidos os simples efeitos das forças; a arte desta ciência é nada mais que deduzir os efeitos compostos que precisam resultar de ações combinadas e modificadas dessas mesmas forças.”⁶⁵⁶ Ou seja, na mecânica analítica, força não é ‘causa’ e sim ‘efeito’. Essa transformação já havia sido feita explicitamente, como vimos no capítulo 4, por d’Alembert. A despeito de não haver nenhuma discussão mais profunda sobre o tema sequer sobre a relação de causa e efeito, na mecânica de Lagrange o conceito de força é dada por uma equação matemática que diz respeito somente ao efeito que ela produz.

O método se parece muito com o de d’Alembert com a diferença de que ao invés de falar em destruição de velocidades, como verificamos no item 4.5.3 desta tese, Lagrange falou de destruição de ‘forças’. Enfim, após formular o princípio geral, Lagrange afirmou que uma das maiores vantagens dessa fórmula é de poder deduzir, a partir dela, equações gerais ou teoremas conhecidos sob o nome de “conservação das forças vivas”, de “conservação do movimento do centro de gravidade”, de “conservação do momento do movimento de rotação”, e do “princípio da menor quantidade de ação”.

Sobre o “rebaixamento” do princípio da mínima ação, encontramos duas interpretações de historiadores e filósofos da ciência. Fraser interpretou a mudança do *status* do princípio da mínima ação de fundador para secundário também como uma rejeição do *status* da metafísica do princípio da mínima ação na Mecânica de Lagrange.⁶⁵⁷ Boudri afirmou que a redução do princípio da mínima ação de um lugar universal para um teorema derivado “não indica a conversão de Lagrange da escola de Euler e Maupertuis para a de d’Alembert” mas, ao invés disso, “as ambições universalizantes que sempre marcaram a sua busca”.²²⁴

⁶⁵⁶ Idem p 231

⁶⁵⁷ Fraser, C., “J.L. Lagrange’s Early Contributions to the Principles and Methods of Mechanics”. In *Archive for the History of Exact Sciences*, 1985, 32, 2, pp 197-241.

6.3. A rejeição da metafísica (?)

Embora não percebamos explicitamente uma discussão filosófica de Lagrange sobre a mecânica analítica, atitudes implícitas dessa natureza são evidentes no tratamento das questões tais como a ambição à universalidade e a aplicação da matemática. Galileu teve suas motivações e suas razões para afirmar que o livro da natureza está escrito em linguagem matemática.⁶⁵⁸ No entanto, embora a matemática tenha se tornado a linguagem da física, a segunda não se reduz à primeira. A representação matemática de um fenômeno físico simboliza a relação entre grandezas físicas, tais como força, por exemplo. Ao transformar conceitos físicos em relações matemáticas é preciso, como pediu Lagrange aos seus leitores, ‘imaginar’. Mas, o que os físicos precisam para extrair informação física de uma dada expressão matemática? A linguagem matemática e as relações que se estabelecem entre símbolos matemáticos são suficientes para entendermos um determinado fenômeno?

Não há dúvida de que as operações matemáticas nos ajudam a conectar grandezas físicas. Porém, uma interpretação física do que uma operação matemática representa é necessária no seu desenvolvimento. Ela foi, como vimos neste capítulo, fundamental para direcionar o desenvolvimento da mecânica analítica pelas mãos de Lagrange. Cada passo, mostrado neste capítulo, envolveu o uso de hipóteses cuja implicação aparece no desenvolvimento lógico e em casos específicos analisados. Por exemplo, mostramos no capítulo 3 como o conceito de massa, utilizado por Lagrange, foi controverso em sua formulação. D’Alembert, como vimos no capítulo 4, afirmou ter livrado a mecânica de considerações de natureza metafísica representando a ‘força’ por uma equação matemática (Há outra forma de representar o movimento se não pela matemática?) e considerando a inércia como uma propriedade. Vimos também que no terceiro princípio de d’Alembert, o princípio do equilíbrio utilizado por Lagrange, o filósofo utilizou o conceito de massa. Na demonstração do princípio, d’Alembert afirmou que “se dois corpos são iguais e possuem a mesma velocidade é evidente que eles permanecerão em repouso [ao colidirem]” porque “não há razão para que um corpo se mova mais do que o outro...”⁶⁵⁹. Ora, por que

⁶⁵⁸ Galileu Galilei, *O Ensaiador*, IV.

⁶⁵⁹ “ Si les deux corps son égaux et leur vitesses égales, il est évident qu ils resteront tous deux em repos. Car il n’y a point de raison pourquoi l’um se meuve plutôt que l’autre dans la direction qu il a ...” (idem)

d'Alembert desconsiderou a possibilidade deles mudarem de direção? Não encontramos resposta para esta pergunta. Ainda assim, Lagrange priorizou em sua mecânica analítica, o princípio de d'Alembert.⁶⁶⁰

Enfim, a despeito de seu ponto de partida não ter sido postular a existência de princípios gerais ou a natureza da substância, a mecânica analítica, que teve como preocupação primeira a resolução de problemas mecânicos, envolveu hipóteses gerais e outras suposições usadas para incorporar casos específicos no esquema explicativo além de servir para elaborar seus conceitos.

⁶⁶⁰ Vale a leitura do artigo de Dias intitulado *Euler's "Harmony" Between the Principles of "Rest" and "Least Action" – The Conceptual Making of Analytical Mechanics*⁶⁶⁰ que mostra, através de operações matemáticas, que a "harmonia" encontrada por Euler, discutida no item 5.5.2 desta tese, foi a base tomada para que Lagrange pudesse justificar a Dinâmica pela Estática. Em Dias, P.M.C., Euler's "Harmony" Between the Principles of "rest" and "Least Action", *Arch. Hist. Exact Sci.* 54 (1999) 67-86

CONCLUSÃO

Ao tentarmos esboçar um quadro de alguns conceitos desenvolvidos pela filosofia natural durante o século XVIII, tínhamos consciência dos nossos limites, dado que em matéria de conhecimento, em particular o científico, não só o futuro nos é imprevisível, como também não é nada transparente o nosso próprio passado, mesmo diante de documentos, memórias, cartas e livros publicados. Sabemos que os séculos que se sucedem são separados uns dos outros por uma convenção do calendário, ou seja, cem anos não passam de um período e qualquer outro período arbitrado e escolhido poderia ser considerado igualmente legítimo. Ainda assim, quando evocamos o século de Lagrange, o que nos toca imediatamente é a ideia de progresso no conhecimento, pois no que tange a este período, havia o projeto claro de fazer da Mecânica uma ciência matemática e rigorosa fundamentada pelo menor número possível de princípios. A despeito das dúvidas e discussões que persistiram sobre a existência, real ou fictícia, das forças, a mecânica atingiu um grau de sofisticação matemática sem precedentes que lhe permitiu estudar diferentes fenômenos naturais, principalmente os que diziam respeito ao movimento dos corpos, por meio das equações diferenciais.

Newton deixou claro que o conceito de força era definido pelo formalismo matemático no *Principia* e que as leis do movimento eram definidas matematicamente no lugar de relações causais entre corpos materiais. As palavras ‘atração’, ‘impulso’ e ‘tendência’ para um centro foram empregadas por ele “indiferentemente e indistintamente considerando essas forças não fisicamente, mas apenas matematicamente”. Newton chamou a atenção dos leitores para que não pensassem ao ler essas palavras que ele estaria se referindo a “uma espécie de modo de ação, ou uma causa física ou razão”.⁶⁶¹ Baseando-se certamente nesta colocação de Newton - impregnada de suposições metafísicas subjacentes à sua física-matemática -, o desenvolvimento da mecânica clássica no século XVIII é frequentemente caracterizado em termos de uma progressiva e inexorável libertação de

⁶⁶¹ NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*, traduzido para o inglês por Andrew Motte. New York. 1848. p 77. Citado por D.T. Whiteside em *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, Vol 6, Cambridge, 1974, p 97

questões sobre a natureza essencial da substância, ou matéria, em favor da representação simbólica das relações matemáticas entre entidades materiais.⁶⁶²

Como mostramos no capítulo 1, onde fizemos algumas observações sobre a historiografia a respeito do desenvolvimento da mecânica no século XVIII à luz da relevância atribuída à metafísica, na visão de muitos autores, o século das luzes foi considerado apenas como uma fase de organização da mecânica. A tradicional historiografia da ciência supõe que a “revolução científica” do século XVII estabeleceu as metas para a ciência. A ‘Física Clássica’ foi considerada, por muitos dos autores que tratamos aqui, como filosoficamente homogênea e sinônimo de ‘Física Newtoniana’. Em livros analisados nesta tese, percebemos indicações explícitas ou implícitas de que o desenvolvimento matemático foi uma consequência dos princípios estabelecidos por Newton. Ou seja, que tanto a teoria para descrever o movimento dos corpos rígidos quanto a teoria dos meios contínuos, que descreve o movimento dos fluidos, foram construídas no século XVIII com base na teoria para um ponto material estabelecida no *Principia*. Ao longo da nossa pesquisa, porém, percebemos que aqueles que desenvolveram o que hoje chamamos de “mecânica newtoniana” no século XVIII não consideraram suficientes os princípios enunciados no *Principia* no desenvolvimento de soluções para os problemas mecânicos. Fomos, então, ao longo da tese, de encontro à historiografia tradicional e procuramos mostrar que houve uma diversidade conceitual nas teorias sobre o movimento dos graves propostas ao longo dos setecentos. Também tentamos expôr o papel da metafísica na justificação dos princípios e fundamentos das teorias, assim como a sua parte constitutiva no discurso científico do século XVIII.

Segundo grande parte da historiografia aqui levantada, os principais temas metafísicos⁶⁶³ discutidos na formação da mecânica foram dois: (1) o papel da matemática

⁶⁶² A ideia de desenvolver uma teoria matemática a fim de permitir o experimento e a observação para fornecer teorias mediadas por respostas a perguntas não se originou no *Principia*. Em seu *Horologium Oscillatorium*, Christiaan Huygens desenvolveu uma teoria matemática do movimento pendular que permitiu a medição do comprimento e período de pêndulos para fornecer uma resposta precisa para a questão: até onde vai um objeto que cai na ausência de resistência do ar no primeiro segundo? [Huygens, C., *Horologium oscillatorium: sive, De motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae*, 1663. Citado por Joella G. Yoder no livro “Unrolling Time: Christiaan Huygens and the Mathematization of Nature” publicado em 1988 pela Cambridge University Press.] Essa observação não responde, e nem temos como objetivo respondê-la aqui, a questão filosoficamente mais interessante de como o método do *Principia* contribuiu para o sucesso da teoria da gravidade.

no estudo da natureza, (2) o status atribuído ao nascimento da lei da inércia. Blay mostrou que a questão essencial foi a algoritmização da ciência do movimento, pois, para ele, as pesquisas dessa ciência consistem em saber como manipular através de cálculos as grandezas cinemáticas, tais como, a velocidade e a aceleração. Mach, como vimos, a despeito de querer erradicar a metafísica da ciência, discutiu se o princípio da inércia pode ou não ser considerado um axioma para a mecânica e considerou que a matemática faz parte de um processo de formalização, mas que aparece somente após a descoberta de um fenômeno que se repete na natureza; Duhem, através da metáfora do edifício empregada em seu livro *L'Évolution de la Mécanique*, sustentou que nenhum sistema mecânico desapareceu sem deixar alguma herança e, ainda que tenha afirmado que as “verdades ocultas” devem ser consideradas como uma propriedade inerente à matéria, não mostrou como elas foram discutidas ao longo da construção do “edifício”. Dijksterhuis defendeu que a “mecanização” do mundo só é entendida se considerarmos que os próprios conceitos básicos da mecânica são matemáticos e, apesar de discutir a lei da inércia à luz da impossibilidade da existência do espaço absoluto indicou que os fundamentos matemáticos da mecânica estavam devidamente assentados. Koyré admitiu que os problemas envolvidos na infinitização do universo possuem aplicações e questionamentos por demais amplos e sobre a realização do princípio da inércia afirmou que esta só poderia ser alcançada através da conversão do mundo empírico em matemático, curiosamente, Koyré deu os créditos a Descartes e não a Newton para tal conversão; Burt defendeu que o cerne da nova metafísica da ciência moderna está na eficácia da matemática, mas restringiu a análise dessa nova metafísica ao *Principia*. Cassirer, tomando Galileu como exemplo, conclui que a imagem moderna do mundo foi conquistada não pelos nossos sentidos e sim pelo desenvolvimento dos recursos racionais e matemáticos do desenvolvimento. Meyerson questionou e julgou insuficientes as concepções apriorística e empirista na aquisição do conhecimento ao estudar a natureza psicológica do pensamento científico. Whitehead assegurou que a ciência ao longo dos setecentos foi primordialmente quantitativa e foi fundada sobre a base da medição. Truesdell sustentou que a Revolução Científica não

⁶⁶³ Aqui tomado não no sentido de tratar da busca para descobrir os princípios e os fundamentos básicos da realidade, mas sim de uma **busca pelos fundamentos e pelos limites da mecânica**, conforme esclarecido na introdução.

estava completa com o *Principia*, porém, não realizou nenhuma discussão filosófica sobre o tema. Hankins, enfim, usou alguns exemplos discutidos pelos matemáticos que ajudaram a fundamentar a mecânica com o intuito de esclarecer como um entendimento sobre um problema mecânico pode estar ligado fortemente às questões metafísicas. É ponto pacífico, portanto, que, de uma forma geral, a filosofia mecanicista exigia que as mudanças observadas no mundo natural fossem explicadas apenas em termos de movimento e de rearranjos das partículas da matéria, uma vez que os predecessores dos filósofos iluministas conseguiram, em parte, eliminar da filosofia natural o conceito de causas finais e a maior parte dos conceitos aristotélicos de forma e substância, por exemplo. Porém, além de verificarmos que a metafísica se encontra em uma atribuição de realidade fundamental e eficácia causal nas equações da mecânica, confirmamos que os filósofos mecanicistas divergiam sobre as causas do movimento e para cada posição tomada sugeria reflexões filosóficas que ultrapassavam os limites das ‘ciências da natureza’.

Harman e Boudri são dois autores que mostraram que as opiniões metafísicas relativas à natureza da realidade eram fundamentais para o estabelecimento de novas teorias. Porém, o primeiro tomou como base o século XIX e não o XVIII; o segundo tem o seu livro voltado para os oitocentos, mas não esclareceu a nossa pergunta, a saber: “O que permanece de Metafísica na Mecânica do século XVIII?”, pois careceu de uma discussão mais detalhada em alguns pontos que procuramos discutir ao longo desta pesquisa.

Acreditando que os conceitos básicos da mecânica não se tornaram somente mais precisos no curso de seu desenvolvimento e que houve algo, além da matematização dos fenômenos físicos, considerados em última instância a essência da “metafísica estrutural” assinalada por Boudri, procuramos esclarecer como se deu a participação construtiva da metafísica que permitiu a emergência da matemática e da idealização de alguns experimentos e princípios.

No capítulo 3, mostramos que, durante o século XVII, a força mecânica foi compreendida como a causa da ação de partículas umas nas outras. Essa definição geral abarca não somente a ação à distância de Newton como também a força de colisão de Descartes. A ação pode ser derivada da natureza das partículas e essa relação entre substância e propriedade contribuiu, em um certo sentido, para a matematização da força. Pelo o que analisamos nesse capítulo, ficou difícil sustentar a ideia de que a filosofia

natural do século XVIII tenha sido formada por um conjunto de respostas aos conceitos elaborados somente pela física ‘newtoniana’. Embora a matemática apresentada no *Principia* tenha chamado a nossa atenção, principalmente para o modo funcional de representação da natureza sem precedentes na história, vimos que Newton tentou também formular a ontologia das forças. E não foi o único. Não podemos menosprezar nessa história o papel de outros como Leibniz e Descartes; o intuito desse capítulo foi explicitar como se deram essas outras contribuições.

No capítulo 4, colocamos algumas questões tais como: se considerarmos que o objeto da mecânica é o movimento dos corpos assim como as interações entre eles, tais como choque e pressão, será que é correto falar em “matemática aplicada” à ciência? Haveria outra forma de representar o movimento se não pela matemática? Não parece razoável, visto pelos olhos de quem contribuiu para a estruturação da mecânica, que esses filósofos naturais estavam lidando com entidades matemáticas por sua própria natureza? Após a discussão realizada, percebemos que, a despeito da matemática envolvida, não podemos considerar a mecânica racional como um exercício formal sem significado metafísico, pois, seus conceitos e suas leis primárias estão com raízes fincadas em uma realidade, ou seja, os símbolos matemáticos e as mais abstratas equações referem-se à matéria e ao movimento como elementos existentes em uma dada noção de realidade física. Por exemplo: a crítica de d’Alembert ao conceito de força, como verificamos, estava ligada aos problemas relacionados à causalidade. Definir matematicamente, recusar qualquer outro significado, repudiar as causas e as forças faz com que o fenômeno do movimento por si baste e esteja livre de quaisquer considerações tomadas fora da física? Tentamos mostrar que a resposta a essa pergunta é controversa. O projeto de fazer da mecânica uma ciência matemática e rigorosa fundamentada pelo menor número possível de princípios necessitou de uma crítica severa dos conceitos para restringir o campo dessa ciência. Essa ineficiente fronteira epistemológica, como mostrado ao longo do capítulo 4, foi a ‘razão’ (tratada no segundo capítulo) que, carecendo das considerações exigidas, tentou limitar o objeto do conhecimento. Ora, o postulado de uma razão fornecedora dos conceitos fundamentais da mecânica não parece introduzir uma concepção metafísica da natureza da linguagem que oferece a todos os homens um sentido comum mínimo, porém, suficientes para fundar o pensamento científico?

Vimos como, apoiando-se sobre os aspectos filosóficos da ideia de causalidade, esta foi estabelecida em uma tentativa de romper com o sentido metafísico que lhe estava associado. As leis do movimento, formuladas através de princípios e expressas pelo cálculo diferencial, permitiu d'Alembert conceber a 'causalidade física' de uma forma inteiramente indissociável de seu efeito, que é a mudança de movimento. Mostramos que os respectivos pensamentos de Newton e d'Alembert sobre as noções de 'causa' e 'força' não eram correspondentes no que diz respeito à natureza propriamente física da mudança. D'Alembert considerava a alteração produzida segundo a causa circunscrita pelo seu efeito. Assim, evitou recorrer à noção externa de força. A única força imanente ao movimento era a 'força aceleradora', definida por d'Alembert a partir do próprio movimento. Grosso modo, podemos dizer que equacionando o movimento, d'Alembert acreditou que ficaria livre da preocupação sobre o modo de ação da causa. E isso, como verificado, não aconteceu conforme previsto por d'Alembert. O estudo dos princípios na obra dalambertiana ofereceu-nos a possibilidade de certificarmos como o método de d'Alembert foi indissociável de um projeto filosófico. Seja através de uma crítica à axiomática newtoniana (considerando a resistência como um nome) ou seja através do reconhecimento da inércia como um efeito, verificamos uma intervenção da metafísica. Como medir a resistência de um corpo em movimento? Há necessidade de considerar uma propriedade intrínseca à matéria? Que papel cabe ao meio externo que também oferece uma força de resistência ao movimento? No estudo dos choques, como foi quantificado a 'força de percussão'? É possível a colisão ser reduzida à cinemática? Como interpretar a conservação da quantidade de movimento que foi uma grandeza usada por Newton na definição de força? A conceitualização da inércia, como vimos, foi essencial para a crítica de d'Alembert aos axiomas de Newton, mas o que é esse algo a mais que d'Alembert indicou que os corpos em movimento possuem em relação aos corpos em repouso? E ainda, com que propósito d'Alembert chamou a nossa atenção para verificarmos que precisamos fazer um esforço se quisermos nos manter em movimento?

A mecânica, ainda que possa ser matematizada, possui uma particularidade: as suas grandezas não permitem, a despeito de serem abstratas, descrever os fenômenos do mundo físico sem a necessidade de que esse próprio mundo seja concebido idealmente. Ou melhor, a mecânica por sua natureza não permite discursos que possam ser reduzidos a uma clareza

racional. Por exemplo, a dependência do movimento em relação ao *tempo*. Ora, a ideia de poder mensurar o tempo supõe que o próprio tempo seja físico. O que dizer sobre certas propriedades que são condições para que o movimento exista e que são capazes de provocar, inclusive, a sua mudança, tal como a *impenetrabilidade*?

D'Alembert pretendia se apoiar, para fazer uma mecânica puramente racional, em princípios. Porém, suas demonstrações, como verificamos, se apoiaram sobre elementos matemáticos tais como as equações diferenciais, por exemplo, que não foram suficientes para deduzir *a priori* o princípio da inércia, por exemplo. Enfim, d'Alembert ambicionou derivar os princípios sem ter que discutir a natureza da matéria e usar entes metafísicos como 'força' e sim das propriedades uniformes do espaço e do tempo. A demonstração, no entanto, que é aparentemente uma dedução pura, foi na verdade apenas uma aplicação do princípio da razão dos postulados da causalidade e da identidade dos fenômenos no tempo. Mais ainda, d'Alembert justificou o quadro conceitual da mecânica racional a partir de sua concepção de razão e de natureza! Some-se a isso que a aceleração, ou melhor, a força aceleradora e a velocidade são tanto quanto a força relações matemáticas! D'Alembert, enfim, fracassou duplamente no seu projeto: pela sua ambição tanto de fundar a mecânica sem usar pressupostos metafísicos quanto por descartar a necessidade da experiência. Ficam, porém, de toda essa análise, a suspeita de que os princípios da mecânica não são passíveis de serem deduzidos e de que não há outra forma de se considerar os princípios senão como um axioma.

O capítulo seguinte foi destinado a discutir um tema que, explícita ou implicitamente, teve intervenções de grandes figuras da filosofia natural da época em que estamos focados: o princípio da mínima ação. Pierre de Fermat, Descartes, Huyghens, Newton, Leibniz, Johann Bernoulli, Jaime Bernoulli, Maupertuis, Euler, Voltaire, d'Alembert e Lagrange são alguns nomes que aparecem na história deste princípio em sua defesa ou em seu ataque. Optamos por discuti-lo pois, além desses grandes nomes envolvidos, há uma forte mensagem metafísica nele contida em sua fundamentação: a natureza obedece a vontade ditada de um "Ser Superior". O princípio da mínima ação, um princípio cujo enunciado se pode deduzir como consequência das leis básicas da mecânica, ilustrou muito bem o início de uma edificação matemática e a correspondente "perda progressiva do epíteto metafísico". A formulação matemática dada por Euler ao princípio

constituiu uma grande ponte para a construção lagrangeana de um método para determinar os máximos e os mínimos de onde se pode extrair a resolução de “qualquer problema da mecânica”. D’Alembert foi de encontro a mensagem metafísica do princípio e defendeu sua natureza demonstrável ou “necessária”. Curiosa e digna de análise essa postura dalembertiana, pois o conteúdo teleológico compreende a maior parte da fundamentação do princípio.

Vimos que o autor do *Tratado da Dinâmica* sublinhou aspectos bastantes fecundos da matemática aplicada ao princípio (ou do princípio aplicado à matemática) e procurou diminuir ou exterminar o alcance metafísico que foi atribuído ao princípio pelo seu fundador. Após a leitura da demonstração feita por Euler, como mostramos, em parte, no capítulo 5, d’Alembert concluiu que poderíamos fundamentar o princípio utilizando qualquer metafísica que julgármos conveniente, o fato incontestável é que ele é demonstrável pela matemática. Lembremo-nos, portanto, que d’Alembert teve como projeto a criação de um princípio: o princípio de d’Alembert que se propunha a determinar o movimento de vários corpos que interagem uns com os outros de uma maneira qualquer. Qual foi a diferença básica então entre Maupertuis e o autor do *Tratado*? O primeiro, como vimos, insistiu na fundamentação e no alcance metafísico do seu princípio; o segundo nega qualquer sentido teleológico de seu princípio unificador, afinal, “podemos somente entrever os efeitos dessa sabedoria na observação das leis da natureza, logo que o raciocínio matemático nos permita ver a simplicidade dessas leis e que a experiência nos mostre as suas aplicações e o seu alcance.”⁶⁶⁴

No último capítulo, embora não percebamos explicitamente uma discussão filosófica de Lagrange sobre a mecânica analítica, atitudes implícitas dessa natureza são evidentes no tratamento das questões tais como a ambição à universalidade e a aplicação da matemática. Galileu teve suas motivações e suas razões para afirmar que o livro da natureza está escrito em linguagem matemática.⁶⁶⁵ No entanto, embora a matemática tenha se tornado a linguagem da física, a segunda não se reduz à primeira. A representação matemática de um fenômeno físico simboliza a relação entre grandezas físicas, tais como força, por

⁶⁶⁴ D’Alembert, J. *Traité de Dynamique*. Paris: Éditions Jacques Gabay, 1990. XXIX

⁶⁶⁵ Galileu Galilei, *O Ensaiador*, IV.

exemplo. Ao transformar conceitos físicos em relações matemáticas é preciso, como pediu Lagrange aos seus leitores, ‘imaginar’. Mas, o que os físicos precisam para extrair informação física de uma dada expressão matemática? A linguagem matemática e as relações que se estabelecem entre símbolos matemáticos são suficientes para entendermos um determinado fenômeno?

Não há dúvida de que as operações matemáticas nos ajudam a conectar grandezas físicas. Porém, uma interpretação física do que uma operação matemática representa é necessária no seu desenvolvimento. Ela foi, como verificamos no último capítulo, fundamental para direcionar o desenvolvimento da mecânica analítica pelas mãos de Lagrange. Cada passo, mostrado por nós, envolveu o uso de hipóteses cuja implicação aparece no desenvolvimento lógico e em casos específicos analisados. Por exemplo, mostramos no capítulo 3 como o conceito de massa, utilizado por Lagrange, foi controverso em sua formulação. D’Alembert, como vimos no capítulo 4, afirmou ter livrado a mecânica de considerações de natureza metafísica representando a ‘força’ por uma equação matemática e considerando a inércia como uma propriedade. Vimos também que no terceiro princípio de d’Alembert, o princípio do equilíbrio utilizado por Lagrange, o filósofo utilizou o conceito de massa. Na demonstração do princípio, d’Alembert afirmou que “se dois corpos são iguais e possuem a mesma velocidade é evidente que eles permanecerão em repouso [ao colidirem]” porque “não há razão para que um corpo se mova mais do que o outro...”⁶⁶⁶. Ora, por que d’Alembert desconsiderou a possibilidade deles mudarem de direção? Não encontramos resposta para esta pergunta. Ainda assim, Lagrange priorizou em sua mecânica analítica, o princípio de d’Alembert.⁶⁶⁷

Enfim, a despeito de seu ponto de partida não ter sido postular a existência de princípios gerais ou a natureza da substância, a mecânica analítica, que teve como preocupação primeira a resolução de problemas mecânicos, envolveu hipóteses gerais e outras suposições usadas para incorporar casos específicos no esquema explicativo além de

⁶⁶⁶ “ Si les deux corps son égaux et leur vitesses égales, il est évident qu ils resteront tous deux em repos. Car il n’y a point de raison pourquoi l’un se meuve plutôt que l’autre dans la direction qu il a ...” (idem)

⁶⁶⁷ Vale a leitura do artigo de Dias intitulado *Euler’s “Harmony” Between the Principles of “Rest” and “Least Action” – The Conceptual Making of Analytical Mechanics*⁶⁶⁷ que mostra, através de operações matemáticas, que a “harmonia” encontrada por Euler, discutida no item 5.5.2 desta tese, foi a base tomada para que Lagrange pudesse justificar a Dinâmica pela Estática. Em Dias, P.M.C., Euler’s “Harmony” Between the Principles of “rest” and “Least Action”, *Arch. Hist. Exact Sci.* 54 (1999) 67-86

servir para elaborar seus conceitos. A utilização do formalismo matemático para a resolução de problemas físicos exigiu que as regras e os procedimentos de aplicação fossem explicitados. Essa conduta permitiu que as expressões matemáticas das grandezas e das relações entre elas estabelecidas em forma de equações fossem ligadas de forma direta à significação física dessas grandezas. A novidade do conhecimento científico no século XVIII parece estar fortemente ligada a essa caracterização. Ao serem apresentadas somente por caracteres matemáticos, certas propriedades da mecânica racional passam a ser descritas por suas grandezas abstratas. A discussão e as controvérsias que fizeram parte da elaboração dessas grandezas não necessariamente são explicitados quando as equações são demonstradas.

Vimos nesta tese, porém, que não foi a matemática que diretamente foi utilizada à apresentação do mundo físico, mas sim as teorias físicas matematizadas. Como ficou claro no capítulo 4, onde mostramos que d'Alembert fracassou em seu projeto de fundamentar a mecânica em princípios puramente racionais em razão das propriedades relacionais das grandezas, a matemática tornou manifesta a estrutura de um mundo físico real, ou seja, ela não possui o papel único de ser uma simples aplicação.

Uma vez que os princípios físicos foram estabelecidos e que as grandezas utilizadas para descrever os sistemas físicos foram formuladas, a mecânica passou a relacionar essas grandezas exprimindo com o auxílio das relações matemáticas, tornando-se quase inteiramente dedutiva. David Deutsch, em seu livro *The Beginning of infinity*⁶⁶⁸ publicado em 2011 discute especialmente o 'progresso humano', principalmente a partir do Iluminismo onde “verificamos o começo da busca racional para boas explicações”. Deutsch, que é um físico e filósofo da ciência do século XXI, foi um exemplo. Outros não tão modernos, citados no primeiro capítulo desta tese, também mostraram que acreditam no 'progresso na ciência', ou seja, estão convictos de que os conhecimentos científicos posteriores sejam mais refinados e, nesse sentido, melhores dos que os anteriores. A ideia de que uma teoria pode guardar ou carregar o que ficou de “seguro” de uma outra teoria já existente parece, como mostrado aqui, de fato, surgir, ou ao menos tornar-se mais explícita, no período que pesquisamos.

⁶⁶⁸ Deutsch, D., *The Beginning of Infinity – Explanations that transform the World*, Viking, 2011

A discussão feita sobre o princípio da inércia, sobre o princípio da mínima ação, sobre a forma como d'Alembert expôs os princípios da mecânica racional e como se deu a fundamentação da Mecânica Analítica teve como pretensão mostrar que o conhecimento científico formado nos setecentos não se reduz aos conteúdos “seguros e precisos”, à suas proposições matemáticas e às suas deduções. Em todos os temas aqui tratados, vimos claramente as correlações entre ideias científicas e as conjecturas metafísicas presentes nas criações dos princípios da mecânica. Os problemas sobre os quais os filósofos citados nesta tese se preocupavam eram, além da justificação lógica e racional, a inteligibilidade e a compreensão das proposições por eles enunciadas. Para alguns filósofos naturais e matemáticos, como d'Alembert e Lagrange, vimos uma clara tentativa de livrar a mecânica dos ardis metafísicos para que nela não fosse reconhecido um objeto de invenção, ou melhor, um elemento de subjetividade. Esse projeto encontrou pela matemática as vias pelas quais a “precisão” do conhecimento pudesse emergir. Como sabemos, é possível considerar a mecânica, tal como o fez Mach referindo-se a obra de Lagrange, como uma ciência ordenada com uma forma considerada perfeita⁶⁶⁹. No entanto, isso é feito ao custo de deixar entrever a distância entre a objetividade da matemática e a idealização da teoria formalizada; mais ainda, de considerar a possibilidade da separação entre a primeira e a segunda.

Podemos sim, à luz desta pesquisa, falarmos de uma mecânica *racional* no sentido de ser ela proposta pela razão para organizar e melhor estruturar dados observáveis obtidos através da experimentação. Porém, mostramos que essa ciência não foi, como os filósofos naturais pretendiam que assim fosse, obtidas sem hipóteses e convenções subjetivas. Por detrás de uma representação explicativa e descritiva dos fenômenos da natureza e de uma consistência interna de seus próprios conteúdos “confirmados” através da matemática, verificamos a presença da metafísica. Em outras palavras, a obra – a mecânica racional - foi edificada utilizando um andaime – a metafísica - e ainda que este tenha sido removido ao término dessa construção foi um elemento indispensável em toda a sua estruturação.

No mais, como visto na introdução dessa tese, no capítulo 2 (quando discutimos como o uso da matemática na física foi fundamentado) e nos capítulos 4, 5 e 6 (quando

⁶⁶⁹ Mach, E., *The Science of Mechanics A Critical and Historical Account of its Development*, traduzido para o inglês por Thomas J. McCormack. Open Court, 1919. p 466.

mostramos como d'Alembert, Euler e Lagrange fizeram uso das equações diferenciais), a matemática, conforme constataram Dijksterhuis, Dugas, Cassirer, Meyerson, Burt e Koyré, foi considerada, de fato, como um meio de representação de um fenômeno físico ou como um instrumento de predição e explicação dedutiva. Em nenhum momento, entre os autores aqui citados, houve a discussão sobre a natureza matemática do fenômeno observado. Se considerarmos, como alguns dos filósofos naturais iluministas, que o objeto da mecânica é o movimento dos corpos e as interações entre eles, tais como choque e pressão, será que é correto falar em “matemática aplicada” à ciência? Haveria outra forma de representar o movimento se não pela matemática? Não parece razoável, que esses filósofos naturais que contribuíram para a estruturação da Mecânica estavam lidando com entidades matemáticas por sua própria natureza? Enfim, observar as formas finais sob as quais a ciência se comunica está longe de ser suficiente para entender o seu funcionamento.

A tese apresentada reforça a necessidade de reconhecer o papel da metafísica como parte constitutiva do discurso científico e, principalmente, a sua participação construtiva no desenvolvimento da mecânica. A discussão dos temas escolhidos nessa pesquisa providenciou mais um suporte para essa convicção, pois, vimos como os filósofos naturais se “libertaram” de questões “estéreis” e fracassaram em constituir uma ciência puramente “racional”. Enfim, concluímos que o ritmo acelerado na elaboração da mecânica nos setecentos não foi feito sem o uso de notas metafísicas. Os acordes harmônicos, mostrados pelos historiadores e filósofos da ciência, só puderam ser ouvidos ao custo da dissonância - elemento presente na formação de tantas melodias - não ter sido devidamente tocada.

REFERÊNCIAS

AITON, Eric, *The Vortex Theory of Planetary Motions*, MacDonal, London, e American Eslsevier, New York, 1972.

ARISTOTLE, The Metaphysics, traduzido para o inglês por W. D. Ross, Roger Bishop Jones, 2012.

BARBOUR, Julian B., *Absolute or Relative Motion? a study from a machian point of View*, v.1, The Discovery of dynamics, Cambridge University Press, 1989.

BASDEVANT, J.L., *Variational principles in physics*, Springer Science, 2007.

BERNOULLI, Daniel .” Remarques sur le principe de la conservation des forces vives, pres um sens général” *Mémoires de l’Académie Royale des Sciences et Belles Lettres de Berlin*, v.4, 1748, [1750], p. 356-64.

BLACKWELL,R.J. Descartes’s Laws of Motion, n. 57, 1960, p.220-233.

BLAY, M. *La Science du Mouvement: de Galilée à Lagrange*. Paris: Belin, 2002.

BOUDRI, J. Christian. *What Was Mechanical About Mechanics: the Concept of Force Between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange*, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2002.

BRADLEY, Robert E., *Leonhard Euler: life, work and legacy*, Elsevier, 2007.

BRUNET, P., *Etude Biographique*, Paris, Libraire Scientifique Albert Blanchard, 1929.

_____. *Les physiciens hollandais et la méthode experimentale en France au XVIIIe siècle*, Paris, Blanchard, 1926.

BUCHWALD, Jed Z ; COHEN, I. Bernard, *Isaac Newton’s Natural Philosophy*, Massachusettes Institute of Technology, 2001.

BURTT,E.A., *The methaphysical foundations of modern physical science*, Dover Publication, 1924.

CAÑEDO-ARGÜELLES, J.A., Donis, M.r. (Org). *Escritos de dinámica*, Madri: Tecnos, 1991.

CASSIRER, E., *A filosofia do Iluminismo*, Editora da Unicamp, tradução de Álvaro Cabral,1992.

_____. *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna, I: el renacer del problema del conocimiento, el descubrimiento, del concepto de la naturaleza*,

los fundamentos del idealismo. Traduzido para o espanhol por Wenceslao Roces. Título Original: *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neuen Zeit, I*. Primeira edição alemã em 1906. 1953, [2004]

_____. *The Philosophy of Symbolic Forms, v. 3, The Phenomenology of Knowledge*. London, 1957.

CHATELET, G. E.T.B. (marquise). *Institutions physiques*. Paris: Parult fils, 1740.

CLARKE, Desmond. *Occult powers and hypotheses: cartesian natural philosophy under Louis XIV*. Oxford: Clarendon Press, 1989.

CLARK, W., GOLONSKI, J., SCHAFFER, S., *The sciences in enlightened Europe*, The university of Chicago Press, Chicago, 1999.

COHEN, B. I. The eighteenth-century origins of the concept of scientific revolution, *Journal of History of Ideas*, 37, 1976.

_____. *The Newtonian Revolution* Cambridge: Cambridge University Press, 1980.

_____. SMITH, G.E. *The Cambridge Companion to Newton*, Cambridge: University Press, Cambridge, 2002.

_____. “The eighteenth-century origins of the concept of scientific revolution”, *Journal of History of Ideas*, v. 37, 1976.

_____; Westfall, R.S., *Newton*, tradução de Vera Ribeiro, Contraponto:EDUERJ, 2002.

COHEN, H.F. *The scientific revolution. A historiographical Inquiry*, Chicago: University of Chicago press, 1994.

COHEN, M.R. e Drabkin, I.E. . *A source book in Greek Science*, Cambridge: Harvard University, Cambridge, 1958.

COPÉRNICO, N., *As revoluções dos orbes celestes*, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1984.

COSTABEL, P., “Le de *Viribus Vivis* de R. Boscovich ou de la Vertu des Querelles de Mot”, *Archives Internationales d’Histoire des Sciences*, v. 14, 1961, p. 3-12.

D’ALEMBERT, Jean Le Rond . *Ensaio sobre os elementos da filosofia/ D’Alembert*, tradução: Beatriz Sidou, Denise Bottman, Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1994.

_____. *Traité de dynamique*, Paris, David, 1743, [1758]

D’ALEMBERT, Jean Le Rond. Les précessions des équinoxes, *Mémoires de l’Academie des sciences de Paris*, 1754.

DARNTON, Robert. O Iluminismo como negócio: história da publicação da “Enciclopédia”, 1775-1800, tradução: Laura Teixeira Motta, Márcia Lucia Machado. São Paulo: Companhia das Letras, 1996 Título original: *The Business of Enlightenment. A publishing history of the “Encyclopédie”, 1775, 1800, [1939]*

DESCARTES, R. Principia philosophiae. In: CH, Adam, ; P, Tannery (eds.). Oeuvres de Descartes. Vol. VIII/1. Paris, Vrin, 1982.

_____. Oeuvres de Descartes. Paris: Vrin, 1980-1989.

DEUTSCH, D., *The beginning of infinity: explanations that transform the World*, Viking, 2011.

DIAS, P.M.C. $F=ma$?! O nascimento da lei dinâmica, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v.28, n.2, 2006, p. 205-234.

_____. O desafio do círculo: descartes e o “demônio da desilusão” in: FUKS, Saul (Org.), Descartes – 400 anos: um legado científico e filosófico: Rio de Janeiro: Relume Dumará, , 1997.

_____. Euler’s “Harmony” Between the Principles of “rest” and “Least Action”, *Arch. Hist. Exact Sci.* v. 54, 1999, p.67-86.

DIDEROT, D. , D’ALEMBERT, J.R., *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une Société de Gens de lettres*, 1772. p370. Disponível em: <<http://encyclopedie.uchicago.edu>

DIJKSTERHUIS, E.J., *The Mechanization of the World Picture-Pythagoras to Newton*. Princeton, University Press, 1986.

DISALLE, R., “Newton’s philosophical analysis of space and time” in *The Cambridge Companion to Newton*, Cambridge University Press, 2002.

DUGAS, René. *Histoire de la Mécanique*, Éditions du Griffon, Neuchatel, 1950.

DUHEN, P. *L’Évolution de la Mécanique*, J. Vrin, 1992

EULER,L. *De la force de percussion et de sa véritable mesure*. Berlin: Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1745.

_____. Réflexions sur quelques lois générales de la nature qui s’observent dans les effets des forces quelconques. Publicado originalmente em *Memoires de l’academie des sciences de Berlin* . 1750, Tomo IV 189-218.

_____. *Découverte d’un Nouveau Principe de Mécanique*”, Opera omnia II,5, pp. 81-108, 1750.

_____. *Harmonie entre les principes generaux de repos et de mouvement de M. Maupertuis*, 1751.

FERMAT, P., *Oeuvres*, publicadas por P. Tannery e Ch. Henry. 5.v . Paris: Gauthier-Villar, 1891,1922, [1891]

FILHO, W.B., *La Mécanique de Lagrange*. Paris: Karthala. 1994.

FIRODE, Alain. *La Dynamique de d'Alembert*, Vrin, 2001.

FITAS e MOREIRA, I.C., Maupertuis (1698-1759) e o Princípio de Ação Mínima. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 21, no 1, Março, 1999.

FITAS, A. J.S., *O Princípio da Menor Acção: uma história de Fermat a Lagrange* Caleidoscópio Edição Artes Gráficas AS, 2012.

FLEURIOT, Jacques, *The combination of geometry theorem proving and nonstandard analysis with Application to Newton's Principia*, Springer- Verlag London Limited, 2001.

FRANKLIN, A., "Principle of Inertia in the Middle Ages". *American Journal of Physics*, 44, 1976, p. 529-544.

FRASER, C., "The Origins of Euler's Variational Calculus", *Archive for History of Exact Sciences*. 47, 1994.

_____. C., J.L. Lagrange's Early Contributions to the Principles and Methods os Mechanics, *The Archives For Exact Sciences*, v.28, n.3, 1985.

FUNKHOUSER H. Gray, "Historical Development of the Graphical Representation of Statistical Data", *Osiris*, 3 ,1937, p. 269-404.

GALILEU,G., *Diálogo Entre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano*, traduzido para o português por Pablo Rubén Mariconda, Discurso Editorial/ Imprensa Oficial, São Paulo, 2004.

GARBER. *Leibniz and the foundation of physics: The Middle Years*. In: OKRUHLIK, K.; BROWN, J. R. (Ed.). *The Natural Philosophy of Leibniz*. Dordrecht: Reidel, 1985.

_____. *Descarte's metaphysical physics*, University of Chicago Press, 1992.

GAUGROKER, Stephen. The Metaphysics of Impenetrability: Euler's Conception of Force", *British Journal for the History of Science*, 15, 1982.

_____. *Descartes: An intellectual biography*. Clarendon Press, Oxford, 1995.

_____. *Descartes' system of natural philosophy*, United Kingdom at the University Press, Cambridge, 2002.

_____. *The emergence of a scientific culture and the shaping of modernity*, Oxford University press, Oxford, New York, 2006.

GOLDSTINE, H., *A History of the Calculus of Variations from the 17th through the 19th Century*. Berlin: Springer, 1980.

GUÉROULT, M. *Metaphysique et physique de la force chez Descartes et chez Malebranche. Revue de Metaphysique et de Morale*, v.59, n1, 1954.

GUICCIARDINI, N. *Isaac Newton on Mathematical certainty and method*, MIT Press, 2009.

GUSDORF, G. *Dieu, la nature, L'home au Siècles des lumières*, Payot. Paris: Boulevard Saint-Germain, 1972.

HANKINS, T. *Eighteenth-century Attempts to Resolve the Vis Viva Controversy*", *Isis*, v. 56, n.3, 1965, p. 281-297.

_____. *Science and the enlightenment*, Cambridge University Press, 1985.

HARMAN, Peter M. *Mehaphysics and Natural Philosophy. The Problem of Substance in Classical Physics*. The Harvester Press. Sussex. New Jersey, 1982.

HEILBRON, J.L. *The history of physics and Astronomy*, Oxford University Press, 2005.

HOCKEY, T.. *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*. New York: Springer. 2007.

HONDERICH, Ted (editor), *The Oxford companion to philosophy*, Oxford University press, 1995.

HOME, R.W. *The Cambridge History of Science*, vol 4 *Eighteenth Century Science* editado por Roy Porter, Cambridge University Press. 2003.

ILTIS, C. *D'Alembert and the Vis Viva Cotroversy*. *Hist. Phil. Sci.*, v.1, n.2, 1970.

JAMMER, M., *Concepts of force: a study in the foundations of dynamics*, Dover, New York, 1999.

_____. *Concepts of mass in classical and modern physics*, New York, 1961.

_____. *Conceitos de Espaço, A história das teorias do espaço na física*. Rio de Janeiro:Contraponto, 2010.

KANT, Immanuel . *Gedanken Von der wahren Schätzung der lebendigen Kraft* , Library of the Divinity School, 1747.

KNIGHT, R.D., *Física- Uma Abordagem Estratégica*. 2.ed. *Physics for Scientists and Engineers*, Bookman Companhia Editora Ltda, 2009.

KOYRÈ, Alexandre. *Études galiléennes*, Paris: Hermann, 1939.

_____. *From the Closed World to the Infinite Universe* , Johns Hopkins Press, 1957

_____. *Metaphysics and Measurement: Essays in Scientific Revolution*. London: Chapman & Hall, 1968.

_____. *Galileu Studies*, Humanities Press, 1978.

LAGRANGE, J.L., *Méchanique Analitique*. Paris: Blanchard. 1965.

_____. Recherches sur la méthode *De maximis e minimis*, em *oeuvres*, *Tome premier*. Paris: Gauthiers-Villars. 1891-1912.

_____, Application de la Méthode exposée dans la mémoire précédent à la solution de Différents problèmes de Dynamique, em *oeuvres*, *Tome premier*. Paris: Gauthiers-Villars. 1760, *Oeuvres de Lagrange*, v. 1, p. 365–468.

_____. Lagrange, J.L., Recherches sur la libration de la lune, dans lesquelles on tache de résoudre la question proposée par l'Academie Royale des Sciences, 1764, *Oeuvres de Lagrange*, tomo VI, p. 3-61.

LAUDAN, L.L., “The *Vis viva* Controversy, a Post-Mortem”, *Isis*, 59, 1968.

LEIBNIZ, G.W., *Correspondências com Clarke (1715-6)*. Trad. C.L. Mattos. São Paulo: Abril cultural, 1979.

_____, *Nova methodus pro Maximis et Minimis, itemque tangentibus, quae nec tractus, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*, *Acta Eruditorum*, 1684. Paris, Vrin, 1989.

_____. *Philosophical texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998.

_____. Specimen dynamicum. In: LEIBNIZ, G.W. *Philosophical Texts*, traduzido por Richard Franks e R.S. Woolhouse, Oxford e New York, Oxford University Press, 1998.

_____. New System of the nature of substances and their communication, and of the union which exists between the soul and the body. 1695. In: LEIBNIZ, G.W. *Philosophical Texts*. New York: Oxford University Press, 1998.

_____. Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii et aliorum circa Legem naturalem, *Acta Eruditorium*, mar, p. 161-163, 1686.

LENNON, T.M., Nicholas ; J.M., Davis, J.W. (Orgs). *Problems of cartesianism*, Kingston, 1982.

LE RU, Veronique. Jean le Rond d'Alembert philosophe, prefácio de Maurice Cavelin, Librairie Philosophique, J. VRIN, 1994.

MACH, Ernest, *Desarollo histórico-critico de la mecânica* Espasa-Calpe Argentina S.A., Buenos Aires, México, 1949.

_____, *The science of mechanics: a critical and historical account*, The Open Court Publishing Company, Illinois, traduzido por Thomas J. McCormack, sexta edição, 1960.

MARTINS, R. A.; SILVA, A. P. B. Voltaire, Maupertuis e o debate sobre o princípio de ação mínima no século XVIII: aspectos científicos e extra-científicos. *Filosofia Unisinos*, v.8, n.2, p. 146-169, 2007.

MASON, Sthephen, *A history of sciences*. Collier Books: New York, 1956.

MAUPERTUIS, P. L., “Accord de différentes loix de la nature qui avoient jusqu'ici paru incompatible”. *Revista brasileira de ensino de física*, v. 21, n. 1, mar, 1999.

_____. Loi du Repos des corps. *Memoires de l'academie des sciences de Paris*, 1740.

McLAUGHLIN, P. O conceito de força de descartes e sua determinação” in: FUKS, Saul (Org). *Descartes – 400 anos: um legado científico e filosófico*. Rio de Janeiro: Relume Dumará, 1997.

MEYERSON, E., *Identity ad Reality*, traduzido para o inglês por K. Loewenberg, London, 1930.

NEWTON, I. *Opticks*, 3. Edição. Londres, 1721.

_____. *The Principia (Mathematical Principles on Natural Philosophy)*, A New Translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman, University of California Press, London, 1999.

PATY, M., *Theorie et pratique de la connaissance chez D'Alembert*, tese de doutorado., Université des Sciences Humaines, Strasbourg, 1977.

_____. L'élément différentiel de temps et la causalité physique dans la dynamique de d'Alembert”, em Morelon, Régis & Hasnawi, Ahmad (editores), *De Zénon d'Elée à Poicaré. Recueil d'études em hommage à Roshdi Rashed*, Edições Peeters, Louvain (Bélgica), 2004, p 391-426.

_____. D'Alembert ou A Razão físico-matemática no século do Iluminismo, Título original: *D'Alembert ou la raison physico-mathématique au siècle des Lumières*. (Figures du Savoir), Paris: Les Belles Lettres, 1998. Traduzido para o português por Flávia Nascimento, São Paulo, Estação Liberdade, 2005.

PORTER, R., *The cambridge history of Science – Eighteenth-Century Science*, v. 4, Cambridge University Press, 2003.

RAMOS, M.C., A Vênus física de Maupertuis: antigas idéias sobre a geração reformadas pelo mecanicismo newtoniano, *Sci. Stud.*, v.3, n.1, São Paulo, Jan./Mar. 2005.

REALE, Giovanni, *Il concetto di "filosofia prima" e l'unità della Metafisica di Aristotele*, Vita e Pensiero, Milano. 1961, 1965, 1967, 1984, [1993], 1994.

ROBERTS, John. Leibniz on Force and Absolute motion. *Philosophy os Science*, jul, v.70, n.3, 2003.

SCHRECKER, Paul , Notes sur l'évolution du principe de la moindre action. *Isis* , v.33, 1941/42, p. 329-334.

SKIDELSKY, E. *Ernst cassirer: the last philosopher of culture*. Princeton: Princeton University Press, 2008.

STRUIK, D.J., *A concise history of mathematics*, Dover Publication, 1948.

TATON, R., *Lagrange et l'Academie royale des sciences*. Em René Taton, *Études d'Histoire ds Sciences*. Turnout, Brepols Publishers, 2000.

TERRALL, Mary. *The Man who flattened the earth: maupertuis and the Science in the enlightenment*, The University of Chicago Press, 2002.

ROBERTS, John. Leibniz on Force and Absolute motion, *Philosophy os ScienceI*, v. 70, n.3, Jul, 2003.

TRUESDELL, C., *Essays in the history of mechanics*. New York, Springer- Verlag, 1968.

WESTFALL, Richard S., *The construction of modern science (Mechanisms and Mechanics)*, Cambridge University press, Cambridge, 1977.

WHITEHEAD, A.N., *Science and the Modern World*. paperback, Free Press (Simon & Schuster), 1997.

WOOLHOUSE, R. S.; *Gottfried Wilhelm Leibniz*, Routledge, 1994. p 268.

YOURGRAU, W., Mandelstam, S., *variational principles in dynamics and quantum theory*, Dover, 1968.

